E-ISSN: 2676-6159 | P-ISSN: 2538-5079

ournal of Decisions and Operations Research

www.journal-dmor.ir

J. Decis. Oper. Res. Vol. x, No. x (xx) x–x.

Paper Type: Original Article

Combining the Markowitz Model with Trapezoidal Fuzzy Returns and Network data Envelopment Analysis to Choose the Best Stock Portfolio

Mehrdad Rasoulzadeh[1], Seyyed Ahmad Edalatpanah[2*], Mohammad Fallah[1], and Seyyed Esmaeil Najafi[3]

[1] *Department of Industrial Engineering, Central Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran.*Mehrdad.ra@gmail.com,mohammad.fallah43@yahoo.com

[2] *Department of Applied Mathematics, Ayandegan Institute of Higher Education, Tonekabon, Iran.*s.a.edalatpanah@aihe.ac.ir

[3] *Department of Industrial Engineering, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran.*Najafi1515@yahoo.com

Citation:

LastName, (Initial)., & LastName, (Initial). (Date). Paper title. *Journal of decisions and operations research, Volume* (Issue), PP.

Received: Reviewed: Revised: Accepted:

Abstract

Purpose: Increasing shareholders' wealth is one of the most important financial management goals. This matter is always intertwined with the concepts of risk and return simultaneously so that shareholders always seek to increase portfolio returns by controlling and minimizing risk or reducing risk at a certain level of expected return. For this purpose, investors mainly use the concepts of fundamental analysis, which means paying attention to the internal structure and financial performance of companies, or technical concepts, which means paying attention to the changes and price fluctuations of stocks in the market, or a combination of both methods. The main objective of the present research is to provide a combined model that pays attention to both financial structure as a fundamental approach and stock price fluctuations in the historical chart as a technical approach. Ultimately, using the network concept in data envelopment analysis, it aims to investigate the impact of financial performance on the company's market value. In addition, the concept of trapezoidal fuzzy numbers has been used to consider the uncertainty in returns.

Methodology: In this research, we will combine the Markowitz model with fuzzy returns and the network data envelopment analysis model to create a multi-objective model. By considering company performance based on certain financial ratios, its impact on stock market value, and price fluctuations, we aim to introduce stock portfolios in the best possible scenarios in terms of risk, return, and portfolio efficiency. Ultimately, to utilize the model for selecting an optimal stock portfolio, 50 companies from various industries actively traded on the Tehran Stock Exchange were chosen, and the proposed model was applied to them. Additionally, a multi-objective genetic algorithm with non-dominated sorting was employed to solve the model.

Corresponding Author: **s.a.edalatpanah@aihe.ac.ir**

Licensee. **Journal of Decisions and Operations Research**. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (http://creativecommons.org/licenses/by/4.0).

Findings: The results obtained from the implementation of the model on 50 companies active in the stock exchange show that the use of the proposed model has better results in terms of efficiency than the use of any of the Markowitz models or network data coverage analysis alone, and also compared to the non-network model. It provides investors with risk and efficiency and has a more comprehensive approach than the previously presented models.

Originality/Value: The current research introduces a model that simplifies the decision-making process for choosing the optimal portfolio by combining the views of investors with a fundamental approach and investors with a (technical) price volatility approach. The presented method tries to express the uncertainty in the returns in terms of trapezoidal fuzzy numbers and also measures the effect of the companies' efficiency on the market value and the increase of the shareholders' wealth by using the data envelopment analysis network model.

Keywords: Portfolio optimization, Cross-efficiency model of network DEA, Trapezoidal fuzzy, Markowitz mean-variance model.

Journal of Decisions and Operations Research

تصمیم‌گیری و تحقیق در عملیات

دوره x، شماره (x)، (xx)، x-x

www.journal-dmor.ir

نوع مقاله: پژوهشی

ترکیب مدل مارکویتز با بازده فازی ذوزنقه‌ای و تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای به‌منظور انتخاب بهترین سبد سهام

مهرداد رسول‌زاده[1]، دکتر سید احمد عدالت‌پناه[2*]، دکتر محمد فلاح[1]، دکتر سید اسماعیل نجفی[3]

۱ گروه مهندسی صنایع، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.

۲ گروه صنایع، دانشکدهٔ فنی مهندسی، دانشگاه آیندگان تنکابن، مازندران، ایران.

۳ گروه مهندسی صنایع، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.

چکیده

هدف: افزایش ثروت سهام‌داران از مهم‌ترین اهداف مدیریت مالی است. این موضوع همواره با دو مفهوم ریسک و بازده به‌طور هم‌زمان عجین است، به‌گونه‌ای که سهام‌داران همواره به‌دنبال افزایش بازده سبد با کنترل و حداقل‌سازی ریسک، یا به‌دنبال کاهش ریسک در سطح مشخصی از بازده موردانتظارمی‌باشند. برای این منظور سرمایه‌گذاران عمدتا از مفاهیم تحلیل بنیادی، به معنی توجه به ساختار درونی و عملکرد مالی شرکت‌ها یا از مفاهیم تکنیکال، به معنی توجه به تغییرات و نوسانات قیمتی سهام در بازار یا ترکیبی از هر دو روش استفاده می‌نمایند. هدف اصلی پژوهش حاضر ارایه یک مدل ترکیبی است که هم به ساختار مالی به‌عنوان رویکرد بنیادی و هم به نوسانات قیمتی سهام در تابلو در گذشته به‌عنوان یک رویکرد تکنیکال توجه نموده و درنهایت با استفاده از مفهوم شبکه در تحلیل پوششی داده‌ها به تاثیر عملکرد مالی بر ارزش بازاری شرکت بپردازد. به‌علاوه، به‌منظور در نظر گرفتن عدم قطعیت در بازده‌ها از مفهوم اعداد فازی ذوزنقه‌ای استفاده شده است.

روش‌شناسی پژوهش: ما در این پژوهش با ترکیب مدل مارکویتز با بازده‌های فازی با مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای به یک مدل چندهدفه دست خواهیم یافت که با مدنظر قراردادن عملکرد شرکت‌ها بر اساس برخی نسبت‌های مالی و تاثیر آن بر ارزش بازاری سهام، هم‌چنین نوسانات قیمت، سعی در معرفی سبدهای سهام در بهترین حالت‌های ممکن از حیث ریسک، بازده و هم‌چنین کارایی سبد سهام خواهد داشت. درنهایت به‌منظور استفاده از مدل در انتخاب یک سبد سهام بهینه، ۵۰ شرکت از شرکت‌های فعال در بورس اوراق بهادار تهران از صنایع مختلف انتخاب و مدل مزبور بر روی آن‌ها اجرا گردید. هم‌چنین برای حل مدل از الگوریتم ژنتیک چندهدفه با مرتب‌سازی نامغلوب استفاده شد.

یافته‌ها: نتایج به‌دست‌آمده از پیاده‌سازی مدل بر روی ۵۰ شرکت از شرکت‌های فعال در بورس اوراق بهادار نشان می‌دهد استفاده از مدل پیشنهادی نسبت به استفاده از هریک از مدل‌های مارکویتز یا تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای به‌تنهایی و هم‌چنین نسبت به مدل غیرشبکه‌ای، نتایج بهتری از حیث بازده، ریسک و کارایی در اختیار سرمایه‌گذاران قرار داده و رویکرد جامع‌تری نسبت به مدل‌های ارایه شده قبلی دارد.

اصالت/ارزش افزوده علمی: پژوهش حاضر مدلی را معرفی می‌کند که با ترکیب دیدگاه سرمایه‌گذاران با رویکرد بنیادی و سرمایه‌گذاران با رویکرد نوسانات قیمتی (تکنیکالی)، تصمیم‌گیری برای انتخاب سبد بهینه را ساده‌تر می‌سازد. روش ارایه شده با لحاظ بازده‌ها به‌صورت اعدادی ازنوع فازی ذوزنقه‌ای، سعی در بیان عدم قطعیت در بازده‌ها داشته و هم‌چنین با استفاده از مدل شبکه‌ای تحلیل پوششی داده‌ها، تاثیر کارایی شرکت‌ها بر ارزش بازاری و افزایش ثروت سهامداران را می‌سنجد.

کلیدواژه‌ها: بهینه‌سازی سبد سهام، کارایی متقاطع در تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای، فازی ذوزنقه‌ای، مدل میانگین- واریانس مارکویتز.

* نویسنده مسئول

۱- مقدمه

یکی از بازارهای مالی جذاب برای سرمایه‌گذاری، تشکیل سبد سهام در بازار بورس است که علاوه بر کمک به افزایش تولید در کشور، درصورتی که سرمایه‌گذاری آگاهانه و بر اساس اصول علمی آن‌جام پذیرد بازده خوبی را نیز نصیب سرمایه‌گذاران خواهد کرد. تاکنون تحقیقات گسترده‌ای در خصوص ارزیابی رابطه بین ریسک و بازده و چگونگی رسیدن حالت بهینه بین ریسک و بازده در سبدهای سهام، آن‌جام پذیرفته است. در این میان و از بین مدل‌های متنوع ریاضی ارایه‌شده، مدل مارکویتز [1] از مهم‌ترین مدل‌های ریاضی است که در قالب یک مدل بهینه‌سازی چندهدفه، به‌دنبال یافتن بهترین سبدهای سرمایه‌گذاری از حیث تناسب بین ریسک و بازده براساس نظر سرمایه‌گذار می‌باشد.

علیرغم برخی برتری‌های مدل مارکویتز از حیث تئوری، می‌توان با توسعه مدل و ترکیب آن با سایر ابزارها و مدل‌های ریاضی، کاربردهای گسترده‌تری برای این مدل به‌دست آورد. در این مدل، فرض می‌شود که سرمایه‌گذاران ریسک گریز و بازده دارایی‌ها دارای توزیع نرمال می‌باشند و مقادیر آن وابسته به داده‌های گذشته می‌باشد به همین دلیل احتمال این‌که این تخمین‌ها با داده‌های آینده همپوشانی زیادی داشته باشند می‌تواند موردتردید واقع شود [2].

هم‌چنین توجه صرف به تغییرات قیمتی گذشته سهام می‌تواند تغییرات ساختاری و مدیریتی در شرکت‌ها و تاثیر آن در بازده سهامداران را نادیده بگیرد.

ازآن‌جاکه عدم قطعیت در داده‌ها در دنیای امروز از عوامل مهم در تصمیم‌گیری می‌باشد پژوهشگران با روش‌های مختلفی عدم قطعیت را در مدل‌های خود بررسی کرده‌اند. در سال‌های اخیر، مفاهیمی مانند مفهوم فازی، به‌منظور کمک به بیان مفهوم عدم قطعیت کاربرد زیادی داشته است. ما در مدل ارایه شده بازده‌ها را اعدادی از نوع فازی ذوزنقه‌ای در نظر گرفته‌ایم.

از سوی دیگر، برخی از سرمایه‌گذاران برای انتخاب سبد سهام از مدل‌های بنیادی استفاده می‌کنند. این دسته از سرمایه‌گذاران، به‌منظور افزایش ثروت خود، صرفا ساختارهای مالی شرکت‌ها را درنظر می‌گیرند و بر اساس برخی پارامترها و نسبت‌های مالی، شرکت‌هایی با بهترین کارایی را به سبد سهام می‌افزایند. یکی از مدل‌هایی که در این رویکرد جایگاه ویژه‌ای یافته، مدل تحلیل پوششی داده‌هاست. مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها که توسط چارنز و کوپر و رودز [3] معرفی گردیده است، کمک می‌کند تا سرمایه‌گذاران از میان شرکت‌های مختلف، با توجه به ساختار مالی، شرکت‌هایی با کارایی بالاتر را به سبد سهام اضافه کرده و با توجه به اقبال سرمایه‌گذاران به این نوع از سهام، ثروت سهام‌داران را افزایش دهند. ما در پژوهش حاضر از مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای به‌منظور بررسی کارایی شرکت‌ها و هم‌چنین تاثیر آن‌ها بر رشد ارزش بازاری آن‌ها استفاده کرده‌ایم.

بااین‌وجود با توجه به تاثیر عوامل مختلف در بازده سهام بعضا شرکت‌هایی با ساختارهای مالی مناسب به دلایل مختلف مورد اقبال سرمایه‌گذاران قرار نمی‌گیرند و بنابراین، سهامداران این شرکت‌ها بازده مناسب را کسب نمی‌کنند.

هرکدام از مدل‌های مارکویتز و تحلیل پوششی داده‌ها، دارای نقاط ضعفی می‌باشند به‌منظور پوشش این نقاط ضعف می‌توان از ترکیب این مدل‌ها استفاده نمود تا هم‌زمان هم نوسانات گذشته قیمتی سهام و هم ساختار مالی و کارایی آن‌ها در استفاده بهینه از منابع در دسترس در انتخاب آن‌ها در سبد سهام لحاظ گردد. مشایخی و عمرانی [4, 5] و رسول‌زاده و همکاران [6] پژوهش‌هایی در این حوزه داشته‌اند.

ما در مقاله حاضر با ترکیب مدل مارکویتز با بازده‌هایی از نوع فازی ذوزنقه‌ای با مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای دومرحله‌ای، که در آن علاوه بر کارایی شرکت‌ها تاثیر کارایی بر ارزش بازاری شرکت نیز لحاظ می‌گردد مدلی ارایه کرده‌ایم که در انتخاب سبد سهام، هم به ساختار درونی شرکت‌ها، بر اساس برخی نسبت‌های مالی و هم به نوسانات قیمتی سهام توجه داشته باشد و سبدهایی بر اساس شاخص‌های ریسک و بازده و کارایی ارایه کند. نتایج حاصل از این مدل هم برای شرکت‌های حقوقی ازجمله شرکت‌های سرمایه‌گذاری، بآن‌کها، صندوق‌های سرمایه‌گذاری و سبدگردان و هم برای اشخاص حقیقی فعال در بازار سرمایه قابل‌استفاده می‌باشد.

در بخش بعد، به‌مرور ادبیات موضوع می‌پردازیم.

۲- مبانی نظری و پیشینه پژوهش

برای اولین بار مارکویتز توانست با استفاده از یک مدل ریاضی چندهدفه، امکان انتخاب یک سبد بهینه از بین سبدهای پیشنهادی را براساس میزان مطلوبیت بازده و ریسک، برای سرمایه‌گذاران ایجاد نماید. پس از معرفی مدل مارکویتز و استقبال گسترده از این مدل، پژوهش‌های گسترده‌ای برای توسعه آن انجام شد.

به‌منظور محدود کردن تعداد سهم‌های موجود در سبد بهینه و کنترل تعداد معاملات و هزینه‌های معاملاتی، چانگ و همکاران [7] محدودیت کاردینالیتی[1] را به مدل مارکویتز افزودند. این محدودیت از طریق افزودن یک متغیر صفر و یک اعمال شد، به‌گونه‌ای که در صورت انتخاب دارایی *ith* در سبد متغیر مربوطه مقدار یک و در صورت عدم انتخاب، متغیر مربوطه صفر باشد .

برخی از پژوهشگران نیز محدودیت حداقل و حداکثری از میزان سرمایه که می‌توان به هر سهم در سبد سرمایه‌گذاری اختصاص داد را به مدل اضافه کردند [8].

به‌تدریج تعاریف جدیدتری از ریسک جایگزین تعریف مارکویتز گردید. کونو [9, 10] در مدل خود انحراف مطلق از میانگین را به‌عنوان معیار سنجش ریسک تعریف و در مدل وارد کرد. اسپرانزا [11]، مدل نیمه‌انحراف مطلق را معرفی نمود. وی در این مدل با محاسبه انحرافات نیمه پایینی میانگین، مینیمم‌سازی آن‌ها را مدنظر قرار داد. درواقع این مدل فقط انحرافات نیمه‌پایینی را به‌عنوان ریسک شناسایی می‌کند.

فهمی [12]، در تحقیق خود با افزودن بعد زمانی به چهارچوب مدل MV[2]، یک بسط نظری جدید از مدل میانگین-واریانس ارایه داد. او در تحقیق خود، به‌دست‌آوردن یک سبد بهینه را به‌عنوان فعالیتی در نظر گرفت که شامل n نتیجه پولی مانند نرخ بازگشت سرمایه بر روی n دارایی و مدت‌زمان سبد سهام (t) بود، که زمان مربوط به استراتژی معاملاتی بهینه سرمایه‌گذاری است. مدل پیشنهادی او بسیاری از بی‌قاعدگی‌های مربوط به زمان در بازده سهام را نشان داد و نهایتا اثبات کرد که سرمایه‌گذاران با استراتژی زمانی بلندمدت‌تر، سودآوری بیشتری را نصیب سبد سهام خود خواهند کرد.

هانی و سیبیندی [13] در تحقیق خود به مطالعه و ارزیابی سبد حاصل از به‌کارگیری مدل میانگین-واریانس مارکویتز، با استفاده از شاخص‌های مالی، صنعتی و منابع در بورس اوراق بهادار ژوهانسبورگ پرداختند. آن‌ها برای این کار شاخص‌های سهام در سال‌های ۲۰۰۷ تا ۲۰۱۷ را مدنظر قرار دادند و این دوره را به سه بخش سال‌های ۲۰۰۷-۲۰۰۹، قبل از بحران اقتصادی سال ۲۰۰۹، دورهٔ بحران اقتصادی و دورهٔ بعد از بحران اقتصادی تقسیم کردند. تحقیقات آن‌جام‌شده نشان داد که مدل میانگین-واریانس از حیث ترکیب ریسک و بازده، در بازارهای صعودی(بعد از بحران) عملکرد بهتری دارند. هم‌چنین بررسی‌ها نشان داد که چهارچوب میانگین واریانس مارکویتز، برای سرمایه‌گذارانی که با محدودیت سرمایه‌گذاری و انتخاب‌های زیاد برای سرمایه‌گذاری و انتخاب سبد سهام مواجه‌اند، با شاخص‌های ارایه‌شده در بورس ژوهانسبورگ، به‌منظور کسب بازده مناسب با لحاظ ریسک‌های موجود، قابل‌اعمال است.

چاویوانکون و چایسری [14] در سال ۲۰۲۲، در تحقیق خود یک رویکرد جدید برای تشکیل سبد سهام بر پایه مدل یادگیری ماشین که با ترکیب مدهای شبکه عصبی کانولوشن[3] و حافظه طولانی کوتاه‌مدت[4] و براساس ورودی‌های استوار به‌دست‌آمده از مدل پیش‌بینی هوبر[5] و هم‌چنین مدل میانگین-واریانس مارکویتز ارایه دادند. آن‌ها برای ارزیابی کارایی مدل معرفی‌شده ۵۰ شرکت از شرکت‌های بورس تایلند را انتخاب و داده‌های تاریخی بین ژانویه ۲۰۱۵ و دسامبر ۲۰۲۰ را جمع‌آوری کردند. نتایج حاصل از اجرای مدل نشان داد استفاده از مفاهیم یادگیری ماشین نتایج مدل MV را بهبود بخشیده و ازنظر نسبت شارپ و میانگین بازده و ریسک در مقایسه با سایر مدل‌ها نتایج قابل‌قبول‌تری حاصل گردید.

پژوهشگران متعددی نیز از مفهوم عدم قطعیت در مدل مارکویتز استفاده کرده‌اند.

[1] Cardinality constraint
[2] Mean-Variance (MV)
[3] Convolutional Nural Network (CNN)
[4] Bidirectional Long Short-Term Memory (BiLSTM)
[5] Huber

جانا و همکارانش [15] ، با معرفی یک مدل چندهدفه، شامل بازده و ریسک و تابع هدف بیشینه‌سازی آنتروپی، کوشیدند یک سبد سهام متنوع به دست آورند. آن‌ها محدودیت‌هایی مانند نقدشوندگی، محدودیت‌های کران برای هر سهم و هزینه‌های معاملات را در نظر گرفتند. آن‌ها برای نمایش عدم قطعیت، بازده و شاخص نقدشوندگی را نیز به‌عنوان اعدادی از نوع فازی ذوزنقه‌ای در نظر گرفتند.

برک و همکاران [16]، سه معیار بازده، ریسک و چولگی را برای به‌دست‌آوردن یک سبد سهام مناسب، در نظر گرفتند. آن‌ها محدودیت میزان نقدشوندگی (بر پایه شاخص نرخ گردش معاملات) را نیز به‌صورت یک محدودیت فازی به مساله اضافه کردند. درنهایت، مدل به‌دست‌آمده از طریق الگوریتم ژنتیک حل شد.

هوانگ [17] در تحقیق خود، بازده سهام را به‌صورت متغیری تصادفی با اطلاعات فازی در نظر گرفت. او با فرض این‌که بازده‌ها متغیرهای فازی تصادفی‌اند، دو مدل ارایه داد و برای حل آن‌ها از الگوریتم ژنتیک و شبیه‌سازی فازی استفاده کرد.

درخشان و همکاران [18]، علاوه بر محدودیت‌های کاردینالیتی، هزینه معاملات و نقدشوندگی و محدودیت تعداد سهم از هر صنعت را نیز به مدل مارکویتز افزودند و درنهایت، برای حل مدل از الگوریتم اجتماع مورچگان و شبیه‌سازی تبرید تدریجی استفاده کردند.

محاسبه اندازه کارایی و بهره‌وری براساس مدل ریاضی، اولین بار توسط فارل در سال ۱۹۵۷ مطرح گردید [19]. محاسبه کارایی در شرکت‌ها و موسسات مختلف به دلیل اهمیت آن همواره موردتوجه محققین بوده و تاکنون پژوهش‌های متعددی به‌منظور محاسبه کارایی بنگاه‌های مختلف اقتصادی آن‌جام شده است. کارایی مفهومی مدیریتی است که نشان می‌دهد سازمان با چه کیفیتی از منابع در دسترس برای تولید بهینه استفاده می‌نماید. تحلیل پوششی‌داده‌ها یک روش برنامه‌ریزی ریاضی برای ارزیابی کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده می‌باشند. در مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها که توسط چارنز و کوپر و رودز ارایه شده است، واحدهای تصمیم‌گیرنده که به ازای ورودی‌های برابر، خروجی بیشتری تولید کنند، یا میزان مشخصی از خروجی را، با ورودی‌های کمتری تولید کنند، در مرز کارا قرار می‌گیرند.

از سوی دیگر برخی از سرمایه‌گذاران حوزه بازار سرمایه، برای انتخاب سهم‌های مناسب جهت سرمایه‌گذاری، به اطلاعات مالی شرکت‌ها توجه دارند و شرکت‌هایی را در سبد سهام خود قرار می‌دهند که کارایی بالایی از حیث شاخص‌ها و نسبت‌های مالی داشته باشند. مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها جزو مدل‌های ریاضی است که این دسته از سرمایه‌گذاران می‌توانند از آن برای انتخاب سبد سهام بهینه استفاده کنند.

برای انتخاب یک سبد سهام بهینه با تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها شرکت‌های مختلف از صنایع مختلف به‌عنوان واحد تصمیم‌گیرنده وارد مدل *DEA*[1] شده و شاخص‌های مالی به‌عنوان ورودی و خروجی مدل در نظر گرفته می‌شوند و درنهایت شرکت‌هایی که براساس شاخص‌های مالی مزبور در مرز کارا قرار گیرند به سبد سهام پیشنهادی وارد می‌شوند.

تاکنون توسعه‌های متعددی از مدل‌های تحلیل پوششی‌داده‌ها ارایه شده است که عمدتا مبنای اصلی همه آن‌ها تعدادی مدل اصلی است که از آن جمله می‌توان به مدل‌های *CCR*[2]، *BCC*[3] و مدل‌های جمعی[4] اشاره نمود.

توانا و همکاران [20]، یک روش ترکیبی سه مرحله‌ای برای انتخاب ترکیبی بهینه از پروژه‌ها ارایه کردند. آن‌ها از تحلیل پوششی داده‌ها برای غربالگری اولیه، از مدل تاپسیس[5] برای رتبه‌بندی پروژه‌ها و درنهایت از برنامه‌ریزی عدد صحیح برای انتخاب مناسب‌ترین پروژه در یک محیط فازی استفاده نمودند.

هوانگ [21, 22] روشی یکپارچه برای بهینه‌سازی سبد سهام ارایه داد که شامل تصمیم‌گیری در مورد غربالگری سهام، انتخاب سهام و تخصیص سرمایه است. ایده استفاده از نسبت‌های مالی در بررسی عملکرد شرکت‌ها و استفاده از تکنیک‌های تحلیل پوششی داده‌ها برای تعیین یک شاخص قدرت مالی نسبی[6] که شاخص رقابت‌پذیری یک شرکت در مقایسه با سایر شرکت‌ها را نشان می‌دهد، توسط ادریسینگ

[1] Data Envelopment Analysis (DEA)
[2] Charnes, Cooper and Rhodes (CCR)
[3] Banker, Charnes and Cooper (BCC)
[4] Additive
[5] Topsis
[6] Relative Financial Strength (RFS)

و ژانگ [23] مطرح گردید. گودرزی و همکاران [24] با به‌کار بردن نسبت‌های مالی به‌عنوان ورودی و خروجی مدل تحلیل پوششی داده‌ها و وزن‌های بهینه، کارایی متقاطع برای هر واحد را محاسبه کرده و با روش تصمیم‌گیری چندمعیاره (هورویتز)، به بهینه‌سازی سبد سهام پرداختند.

در مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها کارایی واحد تحت ارزیابی نسبت به سایر واحدها حداکثر می‌شود. مدل‌های تحلیل پوششی استاندارد در انتخاب وزن‌های ورودی و خروجی بسیار انعطاف‌پذیر هستند و بنابراین، واحد تصمیم‌گیرنده می‌تواند برای برخی عوامل وزن بسیار بالا و برای برخی دیگر به وزن‌های بسیار پایین دست یابد. برای رفع این مشکل می‌توان از مفهوم کارایی متقاطع[1] استفاده نمود [5]. لیم و همکاران [25] نیز در پژوهش خود عنوان کردند که مفهوم کارایی متقاطع مشکل مذکور را تا حدود زیادی برطرف می‌نماید. برخلاف تحلیل پوششی داده‌های ساده که در آن ارزیابی شرکت در بهترین شرایط ممکن برای خود آن شرکت است، مدل کارایی متقاطع که توسط سکستون و همکاران [26] در سال ۱۹۸۶به‌عنوان توسعه‌ای از مدل تحلیل پوششی داده‌ها معرفی شد، کارایی هر شرکت با وزن‌های بهینه شرکت دیگر محاسبه می‌شود و در آن ارزیابی یک واحد نسبت به واحدهای دیگر، به‌جای خودارزیابی آن‌جام می‌شود.

لیم و همکاران [25] در محاسبه کارایی متقاطع شرکت‌ها مدل *RAM*[2] را به‌کار گرفتند. ازآن‌جایی‌که مدل *RAM* مجاز به استفاده از ورودی و خروجی‌های منفی است و ممکن است برخی از نسبت‌های مالی نیز منفی باشند این مدل جایگاه مناسبی در انتخاب سبد سهام پیدا نمود. چنگ و همکاران [27] در پژوهش خود، تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای دینامیک تودرتو را برای ارزیابی سبد سهام به کار بستند. آوکیران و همکاران [28] ضمن ارایه مدل *NRAM*[3] به تحلیل حساسیت مدل ارایه‌شده و مقایسه آن با مدل *NSBM*[4] پرداخت. لی [29] با استفاده از مدل تحلیل پوششی داده‌های *RAM* شبکه‌ای به تجزیه‌وتحلیل اثرات استراتژی *CNG2020* بر عملکرد زیست‌محیطی خطوط هوایی پرداخت.

ازآن‌جاکه داده‌های فرایندهای تولید را نمی‌توان در برخی موارد به‌صورت دقیق ارزیابی کرد، نظریه عدم قطعیت نقش مهمی در *DEA* ایفا می‌کند. ون و لی [30] در پژوهش خود مدل‌های *DEA* مرسوم را به یک چارچوب فازی توسعه داده و یک مدل *DEA* فازی بر اساس اندازه باورمندی تولید ارایه کردند. آن‌ها به‌منظور حل مدل فازی، یک الگوریتم هیبریدی ارایه کردند که با الگوریتم ژنتیکی و شبیه‌سازی فازی ترکیب شده است. زمانی که ورودی‌ها و خروجی‌ها همگی متغیرهای فازی مثلثی یا ذوزنقه‌ای باشند، این مدل می‌تواند به برنامه ریزی خطی تبدیل شود.

آگراول و همکاران [31] در پژوهش خود به‌منظور معرفی یک سبد بهینه از یک فرآیند دومرحله‌ای شامل استفاده از مدل تحلیل پوششی داده‌ها به‌منظور محاسبه کارایی شرکت‌ها و سپس استفاده از مدل تاپسیس برای رتبه‌بندی شرکت‌های کارا استفاده نمودند. آن‌ها برای ارزیابی کارایی پرتفولیو در محیط فازی دو نوع پرتفولیو در نظر گرفتند که در آن‌ها به ترتیب واریانس احتمالی و نیمه واریانس احتمالی به‌عنوان ورودی و میانگین بازدهی احتمالی به‌عنوان خروجی در نظر گرفته شدند. هم‌چنین آن‌ها به‌منظور امکان استفاده از مقادیر منفی در ورودی و خروجی از مدل تحلیل پوششی داده‌های اندازه‌گیری جهت‌دار دامنه *RDM*[5] در محیط فازی استفاده نمودند. آن‌ها با ترکیب خواص و ویژگی‌های هر دو مدل *DEA* و تاپسیس یک رویکرد ترکیبی ارایه کردند که به رتبه‌بندی سبدهای کارا در محیط فاری می‌پردازد.

لطیفی و پویان [32] در تحقیق خود با استفاده از مفهوم تحلیل پوششی داده‌ها با داده‌های فازی شهودی[6] به ارزیابی کارایی ایمنی محور در پروژه‌های ساخت‌وساز پرداختند. آن‌ها در تحقیق خود با استفاده از مفهوم رتبه‌بندی اعداد فازی شهودی به توسعه مدل تحلیل پوششی داده‌ها پرداخته و مدل به‌دست‌آمده را برای تعیین عوامل موثر بر عملکرد ایمنی استفاده شده است.

رسول زاده و فلاح [33] در مقاله‌ای به‌مرور بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از مفهوم تحلیل پوششی‌داده‌های فازی پرداخته‌اند.

ترکیب مدل‌هایی که برای انتخاب سبد سهام، به‌طور هم‌زمان هم به نوسانات قیمتی و هم به ساختار درونی شرکت‌ها توجه دارند، از حوزه‌های جذاب برای سرمایه‌گذاران است که می‌تواند تا حدودی نقاط ضعف استفاده از هریک از مدل‌های فوق را به‌تنهایی پوشش

[1] Cross efficncy
[2] Range Adjusted Measure
[3] Network Range Adjusted Measure (NRAM)
[4] Network Slacks-Based Measure (NSBM)
[5] Range Directional Measure (RDM)
[6] Intuitionistic Fuzzy

دهد. عمرانی و مشایخی [4] در پژوهشی به ترکیب مدل مارکویتز و مدل تحلیل پوششی داده‌ها پرداختند و مدل به‌دست‌آمده را بر روی شرکت‌های فعال در بورس اوراق بهادار تهران پیاده‌سازی نمودند. هم‌چنین آن‌ها در پژوهشی دیگر [5] بازده‌ها را به‌صورت اعداد فازی در نظر گرفتند و مدل خود را با الگوریتم *NSGA-II*[1] حل کردند. رسول‌زاده و همکاران [6] نیز در مدل خود از بازده‌های فازی شهودی برای توسعه مدل استفاده و مدل خود را بر روی سهام فعال در بورس اوراق بهادار تهران پیاده‌سازی کردند.

در پژوهش حاضر، ما از ترکیب مدل مارکویتز با بازده‌هایی از نوع فازی ذوزنقه‌ای و مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای، مدل جدیدی ارایه می‌دهیم که علاوه بر توجه به مزایای مدل مارکویتز و لحاظ نوسانات قیمتی سهام، از مزایای مدل تحلیل پوششی داده‌ها در نحوه به‌کارگیری منابع در دسترس در تولید ارزش‌افزودهٔ اقتصادی و تاثیر توجه بازار و خریداران به کارایی شرکت‌ها و نهایتا افزایش ثروت سهام‌داران بر اساس ارزش بازاری سهام بهره می‌برد.

۳- روش پژوهش

۳-۱- مدل میانگین- واریانس مارکویتز

حالت دوهدفهٔ مدل مارکویتز با اهداف ماکزیمم‌کردن بازده و حداقل‌سازی ریسک به‌صورت زیر است:

مدل (۱):

$$Max \sum_{i=1}^{N} w_i \bar{R}_i. \quad (۱)$$

$$Min\ \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_i w_j cov(R_i, R_j). \quad (۲)$$

s.t.

$$\sum_{i=1}^{N} w_i = 1. \quad (۳)$$

$$w_i \geq 0, \qquad i = 1,2,3,\dots,N. \quad (۴)$$

در مدل فوق $\bar{R}_i$ به‌عنوان میانگین بازده دارایی ith، $cov(R_i, R_j)$ به‌عنوان کوواریانس بازده دارایی ith و jth، N تعداد دارایی‌های قابل‌سرمایه‌گذاری و w_i به‌عنوان وزن دارایی ith در سبد سرمایه‌گذاری در نظر گرفته شده‌اند.

حل مدل فوق، یک مجموعه جواب پارتو در اختیار سرمایه‌گذاران قرار می‌دهد که آن‌ها بر اساس میزان بازده موردانتظار و ریسک‌پذیری یا ریسک‌گریزی خود، می‌توانند یکی از سبدهای به‌دست‌آمده را انتخاب کنند.

۳-۲- مدل تحلیل پوششی داده‌ها

فرض کنید n واحد تصمیم‌گیرنده متجانس وجود دارند که با به‌کاربردن بردار ورودی $X_j \epsilon R^{m\geq 0}$، بردار خروجی $Y_j \epsilon R^{s\geq 0}$ را تولید می‌کنند. فرض کنید تصمیم به ارزیابی عملکرد DMU_k گرفته‌ایم که در آن $k\epsilon\{1,\dots,n\}$ است . در این صورت می‌توانیم مدل زیر را معرفی کنیم :

مدل (۲):

[1] Non-dominated Sorting Genetic Algorithm (NSGA-II)

$$Max\ E_k = \frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rk}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ik}}. \quad (۵)$$

s.t.

$$\frac{\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}} \le 1 \qquad for\ all\ j\epsilon\{1,\dots,n\}. \quad (۶)$$

$$u_i, v_r \ge 0 \qquad for\ all\ \ i,r. \quad (۷)$$

که در آن v_i و u_r به‌ترتیب وزن‌های تخصیص داده‌شده به ورودی‌ها و خروجی‌ها هستند و با حل مدل، این مقادیر همراه با کارایی واحد مدنظر به دست می‌آیند.

مدل فوق را می‌توان با تغییراتی تبدیل به مدل خطی کرد به این صورت که با ثابت نگه‌داشتن مجموع موزون ورودی و حداکثر مجموع موزون خروجی، مدل ورودی محور *CCR* و با ثابت نگه‌داشتن مجموع موزون خروجی و حداقل کردن مجموع موزون ورودی، مدل خروجی محور *CCR* به دست می‌آید.

مدل زیر را مدل مضربی مدل تحلیل پوششی داده‌های ورودی محور می‌نامیم.

مدل (۳):

$$Max\ \ E_k = \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}. \quad (۸)$$

s.t.

$$\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ik} = 1. \quad (۹)$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} \le 0 \quad for\ all\ j. \quad (۱۰)$$

$$u_i, v_r \ge \varepsilon \qquad for\ all\ i,r. \quad (۱۱)$$

برای آن‌که مدل واحدهای کارای ضعیف را به‌عنوان واحدهای کارا معرفی نکند در محدودیت آخر، وزن‌های مدل بزرگ‌تر از عدد بسیار کوچک ε معرفی می‌شوند.

۳-۳- کارایی متقاطع در مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها

از مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها می‌توان به‌عنوان یک تکنیک *MCDM*[1] استفاده نمود، در این صورت می‌توان چنین مدلی را مدل اندازه‌گیری عملکرد چندمعیاره نامید. برای مثال انتخاب یک سبد از پروژه‌ها یا سهم‌های مختلف یا موارد مختلفی ازاین‌دست که دارای کاربردهای عمومی هستند را می‌توان یک مدل اندازه‌گیری عملکرد چند معیاره در نظر گرفت. ازآن‌جایی‌که مدل‌های انتخاب سبد سهام درگیر مقایسه جایگزین‌ها، برای گنجاندن در یک سبد هستند، می‌توان فرآیند انتخاب سبد سهام را به‌عنوان *MCDM* در نظر گرفت و از طریق *DEA* به حل مدل پرداخت. در مدل‌های *DEA*، برای هر *DMU*[2] یک نمره کارایی تعیین می‌شود و *DEA* می‌تواند *DMUs* را بر اساس نمرات به‌دست‌آمده رتبه‌بندی و سپس بر اساس اولویت وارد سبد کند.

روش کارایی متقاطع توسط سکستون ارایه شده است. در این روش، عملکرد یک واحد اندازه‌گیری با توجه به وزن‌های بهینه سایر واحدها مقایسه می‌شود [26].

[1] Multi-Criteria Decision-Making (MCDM)

[2] Decision-Making Unit (DMU)

فرض کنید وزن‌های بهینه از حل یک مدل مضربی CCR برای DMU_k، به‌صورت $v_{ik}^*(i=1,\dots,m)$ و $u_{rk}^*(r=1,\dots,s)$ باشد. به‌دست‌آوردن کارایی هریک از واحدها با استفاده از حل مدل مضربی CCR را می‌توان به‌عنوان یک فرآیند خودارزیابی[1] نامید. سکستون برای محاسبه کارایی متقاطع هریک از DMU_j، از فرمول زیر استفاده کرد:

$$e_{jk}=\frac{\sum_{r=1}^{s}u_{rk}^{*}y_{rj}}{\sum_{i=1}^{m}v_{ik}^{*}x_{ij}},\qquad j=1,\dots,n,\ j\neq k. \tag{۱۲}$$

در صورت تکرار روش فوق، برای سایر $DMUs$، می‌توان یک ماتریس $n*n$ از e_{ij} که $i,j=1,\dots,n$ هستند، تشکیل داد. ماتریس به‌دست‌آمده را با E نمایش می‌دهیم و ماتریس کارایی متقاطع می‌نامیم.

در ماتریس کارایی فوق، درصورتی‌که میانگین هر ستون مانند l را محاسبه نماییم، مقدار به‌دست‌آمده را به‌عنوان رتبه کارایی متقاطع در نظر خواهیم گرفت.

$$\bar{e}_l=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}e_{kl}. \tag{۱۳}$$

۴-۳- مدل جمعی RAM

ازآن‌جایی‌که در برخی از مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها ممکن است برخی از ورودی‌ها یا خروجی‌ها مقادیر منفی داشته باشند، در این‌گونه موارد، استفاده از مدل‌های ساده تحلیل پوششی داده‌ها امکان‌پذیر نیست. برای حل این مشکل از مدل جمعی ارایه‌شده توسط لیم و همکاران [25] می‌توان استفاده کرد. فرم پوششی مدل جمعی RAM که یک مدل جمعی با بازده به مقیاس متغیر است به شکل زیر است:

مدل (۴):

$$Min\ -\frac{1}{m+s}\left(\sum_{i=1}^{m}\frac{s_{io}^{-}}{R_i^{-}}+\sum_{r=1}^{s}\frac{s_{ro}^{+}}{R_r^{+}}\right). \tag{۱۴}$$

s. t.

$$x_{io}=\sum_{j=1}^{n}\lambda_j x_{ij}+s_{io}^{-},\qquad i=1,\dots,m. \tag{۱۵}$$

$$y_{ro}=\sum_{j=1}^{n}\lambda_j y_{rj}-s_{ro}^{+},\qquad r=1,\dots,s. \tag{۱۶}$$

$$\sum_{j=1}^{n}\lambda_j=1. \tag{۱۷}$$

$$\lambda_j,s_{io}^{-},s_{ro}^{+}\geq 0,\qquad j=1,\dots,n. \tag{۱۸}$$

اندیس j: نشان‌دهنده هریک از واحدهای تحت ارزیابی، اندیس i نشانگر ورودی، اندیس r نشانگر خروجی، x_{ij} مقدار ورودی ith واحد jth، y_{rj} خروجی rth واحد jth می‌باشد. واحد تحت ارزیابی با اندیس o نشان داده می‌شود و در این مدل s_{ro}^{+} و s_{io}^{-} و λ_j متغیر هستند.

بازه‌های R_i^{-} و R_i^{+} به ترتیب برای ورودی‌ها و خروجی‌ها نیز به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$R^{-}=\left(\frac{1}{R_1^{-}},\frac{1}{R_2^{-}},\frac{1}{R_3^{-}},\dots,\frac{1}{R_m^{-}}\right). \tag{۱۹}$$

$$R^{+}=\left(\frac{1}{R_1^{+}},\frac{1}{R_2^{+}},\frac{1}{R_3^{+}},\dots,\frac{1}{R_s^{+}}\right). \tag{۲۰}$$

$$R_i^{-}=\max_{j=1\dots n}\{x_{ij}\}-\min_{j=1\dots n}\{x_{ij}\},\qquad i=1,\dots,m. \tag{۲۱}$$

$$R_i^{+}=\max_{j=1\dots n}\{y_{ij}\}-\min_{j=1\dots n}\{y_{ij}\},\qquad r=1,\dots,s. \tag{۲۲}$$

فرم مضربی RAM در تحلیل پوششی داده‌ها به‌صورت زیر است:

[1] Self-evaluation

مدل (۵):

$$Min\ e_0 = \sum_{i=1}^{m} v_i x_{io} - \sum_{r=1}^{s} u_r y_{ro} - w. \quad (۲۳)$$

$$s.\ t.$$

$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} + w \le 0, \quad j = 1, \dots, n. \quad (۲۴)$$

$$u_r \ge \frac{1}{(m+s)R_r^+}, \quad r = 1, \dots, s. \quad (۲۵)$$

$$v_i \ge \frac{1}{(m+s)R_i^-}, \quad i = 1, \dots, m. \quad (۲۶)$$

w آزاد در علامت (۲۷)

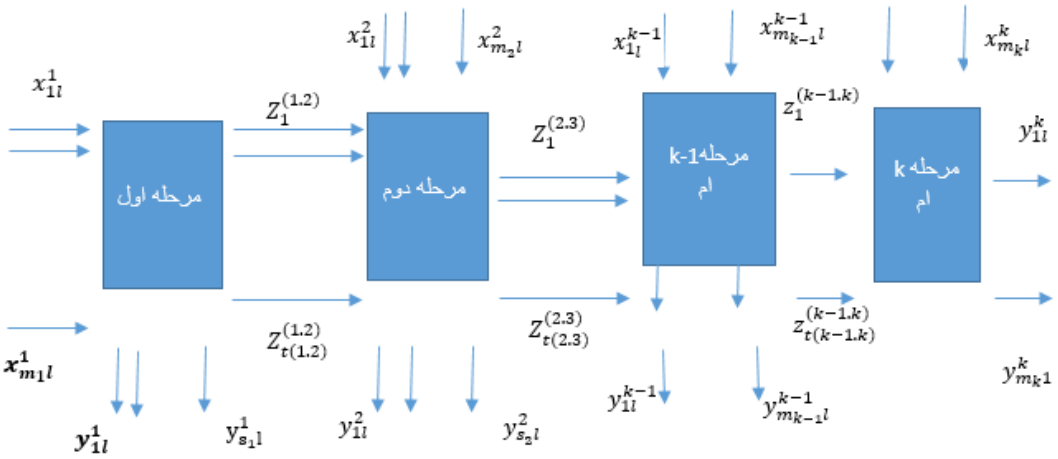
مدل فوق مدلی برای ارزیابی معیار ناکارایی است؛ بنابراین، برای محاسبه کارایی خواهیم داشت:

$$E_0 = 1 - (\sum_{i=1}^{m} v_i x_{io} - \sum_{r=1}^{s} u_r y_{ro} - w). \quad (۲۸)$$

۵-۳- ترکیب مدل مارکویتز با بازده‌های فازی ذوزنقه‌ای و تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای

مدل‌های تحلیل پوششی ارایه‌شده، سازمان‌ها یا فضای موردمطالعه را به‌صورت یک جعبه سیاه دیده و توجهی به ساختار درونی شرکت‌ها ندارد، به‌عبارت‌دیگر یکی از نقطه‌ضعف‌های این مدل‌ها، بی‌توجهی به ساختار و تولیدات میانی یا فعالیت‌های داخلی واحدهای تصمیم‌گیرنده است. برای حل این مشکل و ارزیابی واحدهای تصمیم‌گیرنده بر اساس ساختار درونی آن‌ها، فار و گرسکویف [34] تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای را پیشنهاد کردند.

شمای کلی یک مدل شبکه‌ای برای *DMU* شماره ۱، به‌صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:



شکل ۱- شکل کلی یک مدل شبکه‌ای.

Figure 1- General form of a network model.

که در آن:

x_{ij}^k: ورودی ith برای واحد jth در مرحله kth است. $(k=1,\dots,K,\ i=1,\dots,m_k,\ j=1,\dots,n)$.

y_{rj}^k: خروجی rth برای واحد jth در مرحله kth است. $(k=1,\dots,K,\ r=1,\dots,s_k,\ j=1,\dots,n)$.

$Z_j^{(i-1,i)}$: خروجی jth در مرحله $i\text{-}1$ و ورودی مرحله ith.

$t(i-1,i)$: تعداد خروجی‌های مرحله $ith\text{-}1$ و ورودی‌های ith.

با ترکیب مدل *RAM* که در **مدل (٤)** ارایه گردید و مفاهیم ارایه‌شده در خصوص تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای، مدل *NRAM* با معیار کارایی به شکل زیر خواهد بود:

مدل (۶):

$$Min \sum_{k=1}^{K} -\frac{w_k}{m_k + s_k}\left(\sum_{i=1}^{m_k}\frac{s_i^{k-}}{R_i^-} + \sum_{r=1}^{s_k}\frac{s_r^{k+}}{R_r^+}\right). \quad (۲۹)$$

s.t.

$$x_o^k = \sum_{j=1}^{n}\lambda_j^k x_{ij}^k + s_i^{k-}, \quad i = 1,\dots,m_k \quad k = 1,\dots,K. \quad (۳۰)$$

$$y_o^k = \sum_{j=1}^{n}\lambda_j^k y_{rj}^k - s_i^{k+}, \quad r = 1,\dots,s_k \quad k = 1,\dots,K. \quad (۳۱)$$

$$\sum_{j=1}^{n}\lambda_j^k Z_j^{(k,h)} = \sum_{j=1}^{n}\lambda_j^h Z_j^{(h,k)}, \quad h,k = 1,\dots,K. \quad (۳۲)$$

$$\sum_{j=1}^{n}\lambda_j^k = 1, \quad k = 1,\dots,K. \quad (۳۳)$$

دوگانه مدل فوق به شکل زیر خواهد بود:

مدل (۷):

$$Max \sum_{k=1}^{K}\sum_{r=1}^{s_k} p_r^k y_o^k - \sum_{k=1}^{K}\sum_{i=1}^{m_k} q_i^k x_o^k + \sum_{k=1}^{K}\xi_k. \quad (۳۴)$$

s.t.

$$\sum_{r=1}^{s_1} p_r^1 y_{rl}^1 - \sum_{i=1}^{m_1} q_i^1 x_{il}^1 + \sum_{j=1}^{t(1,2)} c_j^1 Z_j^{(1,2)} + \xi_1 \le 0, \quad l = 1,\dots,n. \quad (۳۵)$$

$$\sum_{r=1}^{s_K} p_r^K y_{rl}^K - \sum_{i=1}^{m_K} q_i^K x_{il}^K - \sum_{j=1}^{t(K-1,K)} c_j^K Z_j^{(K-1,K)} + \xi_K \le 0, \quad l = 1,\dots,n. \quad (۳۶)$$

$$\sum_{r=1}^{s_k} p_r^k y_{rl}^k - \sum_{i=1}^{m_k} q_i^k x_{il}^k - \sum_{j=1}^{t(k-1.k)} c_j^{k-1} Z_j^{(k-1.k)} + \sum_{j=1}^{t(k.k+1)} c_j^k Z_j^{(k.k+1)} + \xi_k \le 0, \quad l = 1,\dots,n \quad k = 2,\dots,k-1. \quad (۳۷)$$

$$p_i^j \ge \frac{w_j}{(m_j + s_j)R_i^+}, \quad i = 1,\dots,s_j \quad j = 1,\dots,K. \quad (۳۸)$$

$$q_i^j \ge \frac{w_j}{(m_j + s_j)R_i^-}, \quad i = 1,\dots,m_j \quad j = 1,\dots,K. \quad (۳۹)$$

در مدل فوق، بردارهای q و p و c وزن‌های ورودی و خروجی و لینک‌های بین واحدها هستند. درصورتی‌که برای واحد l جواب بهینه را با * نمایش دهیم، کارایی متقاطع واحد *lth* که با واحد *kth* سنجیده می‌شود، یعنی e_{kl}^*، به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$e_{kl}^* = p_k^* y_k - q_k^* x_k + \xi_k. \quad (۴۰)$$

عمرانی و مشایخی [4] در پژوهشی یک مدل ترکیبی چندهدفه ارایه دادند که بر اساس این مدل، میانگین بازدهی و کارایی سبد سهام ماکزیمم و ریسک سبد کمینه می‌شود. هم‌چنین آن‌ها در پژوهشی دیگر [5] مدلی چهارهدفه ارایه دادند که ترکیب مدل‌های مارکویتز با بازده‌های فازی از نوع ذوزنقه‌ای و مدل تحلیل پوششی‌داده‌ها است، آن‌ها مدل ارایه‌شده را بر روی سهام فعال در بورس اوراق بهادار تهران پیاده‌سازی کردند.

درصورتی‌که $A = (a_1, a_2, a_3, a_4)$ یک عدد فازی ذوزنقه‌ای در نظر گرفته شود، با ترکیب مدل مارکویتز با بازده‌های فازی ذوزنقه‌ای و هم‌چنین مدل تحلیل پوششی‌داده‌های شبکه‌ای، به مدل زیر دست خواهیم یافت:

$$Max \;\; E\left(\sum_{i=1}^{N}\tilde{R}_i^l w_i\right)=\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{2}(a_{i2}+a_{i3}+\frac{1}{3}(a_{i4}-a_{i3}+a_{i1}-a_{i2}))w_i. \quad (۴۱)$$

$$Min \;\; \sigma^2\left(\sum_{i=1}^{N}\tilde{R}_i^l w_i\right) \quad (۴۲)$$

$$=(\sum_{\square=1}^{\square}\frac{1}{2}(\square_{\square 3}-\square_{\square 2}+\frac{1}{3}(\square_{\square 2}-\square_{\square 1}+\square_{\square 4}-\square_{\square 3}))\square_{\square})^2$$

$$+\frac{1}{72}(\sum_{i=1}^{N}(a_{i2}-a_{i1}+a_{i4}-a_{i3})w_i)^2.$$

$$Max \;\; \sum_{i=1}^{N} w_i\bar{e}_i. \quad (۴۳)$$

$$Min \;\; \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_i w_j cov(e_i,e_j). \quad (۴۴)$$

s.t.

$$l_i z_i \le w_i \le u_i z_i, \quad i=1,\dots,N. \quad (۴۵)$$

$$\sum_{i=1}^{N} w_i = 1. \quad (۴۶)$$

$$w_i \ge 0, \quad i=1,\dots,N. \quad (۴۷)$$

$$z_i \in \{0,1\}, \quad for\ all\ i. \quad (۴۷)$$

در مدل فوق z_i یک متغیر صفر و یک است و زمانی که دارایی *ith* در سبد سهام قرار گیرد، مقدار یک و در غیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد .

متغیرهای l_i و u_i به‌ترتیب بیانگر حداقل و حداکثر درصد سرمایه‌گذاری از کل بودجه‌اند که به متغیر *ith* در سبد سهام تعلق می‌گیرد.

$\bar{e}_i$ نشانگر امتیاز کارایی متقاطع *DMU ith* است که کارایی سبد را افزایش می‌دهد. $cov(e_i,e_j)$ نیز بیانگر کواریانس بین کارایی متقاطع فی‌مابین *DMU ith* ($e_{.i}$) و *DMU jth* ($e_{.j}$) است.

در مدل فوق بازده قیمتی سهام به‌صورت اعدادی از نوع فازی ذوزنقه‌ای در نظر گرفته شده‌اند و توابع هدف اول و دوم همان توابع هدف مدل مارکویتز و نشانگر بازده و ریسک سبد سهام است که هدف به‌ترتیب ماکزیمم و مینیمم کردن آن‌ها می‌باشد. هم‌چنین توابع هدف سوم و چهارم نیز به‌ترتیب، نشانگر بیشینه‌سازی امتیاز کارایی سبد سهام و کمینه‌سازی ریسک سبد سهام از منظر تغییر در ضرایب کارایی متقاطع در تحلیل پوششی داده‌ها می‌باشد.

اجرای این مدل بر روی سهام شرکت‌های فعال در بورس، می‌تواند اطلاعات مفیدتری در اختیار سرمایه‌گذاران قرار دهد که هم از طریق مدل مارکویتز با بازده‌های فازی، نوسانات قیمتی سهام و ریسک موجود در نوسانات را بهتر برآورد کند و هم از طریق مدل تحلیل پوششی‌داده‌های شبکه‌ای و بررسی اطلاعات و نسبت‌های مالی شرکت‌ها، کارایی شرکت‌ها را بهتر ارزیابی کند.

۶-۳- معرفی فاکتورهای ورودی و خروجی در مدل تحلیل پوششی داده‌ها

لیم و همکاران [۳۹] در مدل خود از فاکتورها و برخی از نسبت‌های مالی برای حل و تحلیل ارزیابی عملکرد استفاده کردند. فاکتورهایی که آن‌ها ارایه دادند، عملکرد شرکت‌ها، حوزه‌های سودآوری[1]، نحوه به‌کارگیری دارایی‌ها[2]، نقدشوندگی[3]، نسبت‌های اهرمی[4] و رشد[5] را نمایش می‌دهند.

[1] Profitability
[2] Asset utilization
[3] Liquidity
[4] Leverage
[5] Growth

ما در مدل ارایه‌شده در این پژوهش، بر اساس فاکتورهای ارایه‌شده در مدل لیم، از فاکتورهای ذیل به‌عنوان معیارهای ورودی و خروجی مرحله اول مدل شبکه‌ای استفاده کرده‌ایم.

جدول ۱- ورودی و خروجی‌های استفاده‌شده در مدل ارایه‌شده.
Table 1- Inputs and outputs used in the presented model.

نوع	معیار	توضیح	درونما
ورودی	گردش دریافتنی‌ها[1]	درآمد دوره تقسیم بر حساب‌های دریافتنی	به‌کارگیری دارایی‌ها
	گردش موجودی[2]	درآمد دوره تقسیم بر موجودی	
	گردش دارایی‌ها[3]	درآمد دوره تقسیم بر دارایی‌ها	
	نسبت جاری[4]	دارایی‌های جاری تقسیم بر بدهی‌های جاری	نقدشوندگی
	نسبت سریع[5]	دارایی‌های جاری سریع (با کسر موجودی مواد و کالا از دارایی‌های جاری) تقسیم بر بدهی‌های جاری	
	نسبت بدهی به حقوق صاحبان سهام	بدهی‌های بلندمدت تقسیم بر حقوق صاحبان سهام	
	نسبت اهرمی[6]	دارایی تقسیم بر سهم مالکین	نسبت‌های اهرمی
خروجی	بازده حقوق صاحبان سهم	سود خالص تقسیم بر حقوق صاحبان سهم	سودآوری
	بازده دارایی‌ها	سود خالص تقسیم بر دارایی‌ها	
	حاشیه سود	سود خالص تقسیم بر درآمد دوره	
	سود هر سهم (EPS)	سود خالص منهای سود تقسیم‌شده تقسیم بر تعداد سهام در دست مردم	
	نرخ رشد درآمد	درآمد دوره جاری تقسیم بر درآمد دوره قبل منهای ۱	رشد
	نرخ رشد سود خالص	سود خالص دوره جاری تقسیم بر سود خالص دوره قبل منهای ۱	
	نرخ رشد سود هر سهم	سود هر سهم در دوره جاری تقسیم بر سود هر سهم	

۳-۷- حل مثال عددی

به‌منظور حل یک مثال عددی و بررسی نتایج، از داده‌ها و اطلاعات مربوط به شرکت‌های بورس اوراق بهادار تهران استفاده می‌کنیم. بدین منظور ۵۰ شرکت از شرکت‌هایی را انتخاب نموده‌ایم که طی سال ۱۴۰۰ در تابلوی بورس اوراق بهادار تهران حضور داشته‌اند. با توجه به این‌که ساختار مالی بآن‌کها، بیمه‌ها و شرکت‌های سرمایه‌گذاری با سایر شرکت‌ها متفاوت است، این نوع شرکت‌ها در فهرست شرکت‌های

[1] Receivable turnover
[2] Inventory turnover
[3] Asset turnover
[4] Current ratio
[5] Quick ratio
[6] Leverage ratio

موردنظر قرار نگرفته‌اند. هم‌چنین برای بررسی کارایی شرکت‌ها از اطلاعات منتشره در صورت‌های مالی منتهی به ۱۴۰۰/۱۲/۲۹ استفاده شده است.

ورودی و خروجی‌های مدل شبکه‌ای به‌گونه‌ای است که در مرحله اول ورودی‌هایی از جنس سیاست‌گذاری وارد مدل شده و خروجی‌های مرحله اول، شاخص‌هایی از جنس سودآوری هستند. سپس این پارامترها به‌عنوان ورودی مرحله دوم در نظر گرفته شده‌اند و خروجی این مرحله شامل ارزش بازاری سهام در انتهای سال ۱۴۰۰ است. در حقیقت این شبکه می‌تواند تاثیر عملکرد شرکت در افزایش ثروت سهام‌داران که اصلی‌ترین شاخص سنجش کارایی شرکت برای سهام‌داران و سرمایه‌گذاران است را به نحو مناسب‌تری تبیین نماید.

۸-۳- مقادیر ورودی و خروجی

به‌منظور بررسی کارایی، از ۷ معیار ورودی و ۷ معیار خروجی برای مرحله اول استفاده شده است. فهرست معیارهای ورودی و خروجی در **جدول ۱** ارایه گردیده‌اند و اطلاعات مربوط به هرکدام از اطلاعات مندرج در صورت‌های مالی حسابرسی‌شده منتهی به ۱۴۰۰/۱۲/۲۹ استخراج و محاسبه شده‌اند.

از سوی دیگر به‌منظور ارزیابی بازده و نوسانات قیمتی سهام، قیمت‌های سهام شرکت‌ها در تابلوی بورس تهران برای سال ۱۴۰۰ استخراج و بازده‌ها به‌صورت اعداد فازی ذوزنقه‌ای در نظر گرفته شده‌اند. عموما در محاسبه بازده، قیمت ابتدا و انتهای دوره به‌عنوان معیار محاسبه بازده در نظر گرفته شده و نوسانات بین این دو مقدار در نظر گرفته نمی‌شود. ما در این پژوهش ابتدا بازده‌های قیمتی سهام به‌صورت ماهانه را محاسبه و پس از محاسبه میانگین بازده‌های به‌دست‌آمده برای هر سهم و براساس واریانس، بازده‌های فازی ذوزنقه‌ای را محاسبه نمودیم.

بازده‌های به‌دست‌آمده در **جدول ۲** ارایه شده‌اند.

جدول ۲- بازده‌های فازی مربوط به سهام انتخاب‌شده.

Table 2- Fuzzy returns related to selected stocks.

نام صنعت	نماد	بازده فازی ذوزنقه‌ای	نام صنعت	نماد	بازده فازی ذوزنقه‌ای
اطلاعات و ارتباطات	های وب	(0.05,0.16,0.34,0.35)		تکمبا	(0.02,0.08,0.36,0.53)
مخابرات	اخابر	(0.04,0.1,0.43,0.42)	ماشین‌آلات و تجهیزات	لابسا	(0.02,0.07,0.31,0.47)
	همراه	(0.03,0.12,0.37,0.61)		لبوتان	(0.03,0.09,0.31,0.37)
حمل‌ونقل و انبارداری	فارس	(0.01,0.04,0.42,0.21)		تایرا	(0.08,0.15,0.35,0.32)
سایر محصولات کانی غیرفلزی	کخاک	(0.1,0.15,0.23,0.36)		فملی	(0.14,0.26,0.42,0.98)
سیمان آهن و گچ	سدور	(0.1,0.17,0.33,0.39)		ارفع	(0.12,0.17,0.35,0.56)
	سیلام	(0.05,0.08,0.26,0.37)	فلزات اساسی	فمراد	(0.07,0.15,0.38,0.66)
کاشی و سرامیک	کحافظ	(0.03,0.06,0.22,0.41)		فولاد	(0.13,0.2,0.45,0.64)
	کلوند	(0.07,0.09,0.22,0.3)		فخاس	(0.06,0.1,0.31,0.5)
	شسینا	(0.18,0.21,0.36,0.38)		زنگان	(0.04,0.09,0.34,0.62)
محصولات شیمیایی	شخارک	(0.08,0.12,0.25,0.53)	لاستیک و پلاستیک	پتایر	(0.11,0.21,0.29,0.81)
	شاملا	(0.03,0.05,0.15,0.53)	فرآورده های نفتی کک	شنفت	(0.06,0.17,0.33,0.99)
	شیران	(0.07,0.12,0.27,0.7)	و سوخت هسته ای	شبهرن	(0.07,0.15,0.24,0.47)

	زاگرس	(0.14,0.18,0.39,0.51)	محصولات چوبی	چفیبر	(0.09,0.18,0.46,0.81)
	پاکشو	(0.11,0.12,0.18,0.28)		کچاد	(0.15,0.2,0.35,0.43)
مواد و محصولات	دکیمی	(0.02,0.06,0.25,0.45)	استخراج کانه های فلزی	کگل	(0.14,0.18,0.45,0.37)
دارویی	دسبحان	(0,0.06,0.27,0.61)		کنور	(0.13,0.19,0.37,0.7)
	خرینگ	(0.05,0.15,0.34,0.41)		کبافق	(0.02,0.06,0.32,0.52)
	خکار	(0.08,0.15,0.32,0.64)	استخراج نفت و گاز	حفاری شمال	(0.02,0.1,0.49,0.46)
	خزر	(0.15,0.24,0.51,0.64)			
خودرو و ساخت	خودرو	(0.09,0.42,0.56,1.35)	زراعت و خدمات وابسته	زبینا	(-0.01,0.05,0.26,0.39)
قطعات	خزامیا	(0.07,0.19,0.4,0.63)			
	خساپا	(0.1,0.36,0.55,1.36)	عرضه برق گاز و ...	بفجر	(0.09,0.14,0.33,0.42)
	خنضیر	(0.16,0.24,0.38,0.6)	ماشین آلات و دستگاه های برقی	بترانس	(0,0.08,0.4,0.51)
رایانه و فعالیتهای وابسته	مداران	(0.01,0.07,0.29,0.44)	محصولات غذایی و آشامیدنی	غپاک	(0.12,0.27,0.42,1.15)
استخراج زغال سنگ	کطبس	(0.1,0.13,0.18,0.33)		غالبر	(0.04,0.06,0.25,0.35)

مدل به‌دست‌آمده را درنهایت از طریق الگوریتم *NSGA-II* و از طریق نرم‌افزار متلب ۲۰۱۴ حل شده است.

۹-۳- پارامترهای مدل

پارامترهای مدل به‌منظور حل از طریق الگوریتم *NSGA-II* به شرح ذیل می‌باشد:

جدول ۳- مقادیر پارامترهای مدل.
Table 3- Values of model parameters.

پارامتر	N_{pop}	p_c	p_m	N	μ	l_i	u_i	w_1	w_2
مقدار	100	0.8	0.1	200	2	10%	30%	0.25	0.75

۴- بحث

با اجرای مدل مجموعه‌ای از پاسخ‌های بهینه پارتو به دست می‌آیند و سرمایه‌گذار می‌تواند یکی از این پاسخ های پارتو را بر اساس معیارهای مدنظر، به‌عنوان سبد سرمایه‌گذاری انتخاب نماید. معیارهای متفاوتی برای انتخاب سبد موردنظر می‌توان در نظر گرفت. ما در این مقاله بالاترین بازده را مدنظر قرار می‌دهیم و در هر مدل پاسخ با بالاترین بازده را در نظر می‌گیریم. پاسخ‌های به‌دست‌آمده بر اساس این معیار در **جدول ۴** ارایه گردیده‌اند.

جدول ۴- سبد پیشنهادی در مدل ترکیبی مارکویتز با بازده فازی ذوزنقه‌ای و تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای.
Table 4- Suggested basket in Markowitz hybrid model with trapezoidal fuzzy efficiency and network data coverage analysis.

نام نماد	فملی	غپاک	خودرو	خساپا	شسینا
وزن هر سهم در سبد	0.21	0.17	0.21	0.25	0.16

جدول ۵- سبد پیشنهادی در مدل مارکویتز با بازده فازی ذوزنقه‌ای.

Table 5- Suggested portfolio in the Markowitz model with trapezoidal phase efficiency.

نام نماد	فملی	سدور	کطبس	خودرو
وزن هر سهم در سبد	0.18	0.26	0.26	0.30

جدول ۶- سبد پیشنهادی در مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای.

Table 6- Suggested portfolio in network data coverage analysis model.

نام نماد	فملی	فولاد	حفاری شمال	خودرو
وزن هر سهم در سبد	0.19	0.30	0.21	0.30

جدول ۷- سبد پیشنهادی در مدل ترکیبی مارکویتز با بازده فازی ذوزنقه‌ای و مدل تحلیل پوششی داده‌های غیرشبکه‌ای.

Table 7- Suggested portfolio in the Markowitz hybrid model with trapezoidal fuzzy efficiency and non-network data coverage analysis model.

نام نماد	غپاک	پتایر	خنصیر	خساپا	شسینا
وزن هر سهم در سبد	0.21	0.18	0.20	0.24	0.17

هم‌چنین پاسخ‌های مربوط به توابع هدف در هر دو مدل در **جدول ۸** آمده است.

جدول ۸- مقادیر بهینه تابع هدف.

Table 8- Optimal values of the objective function.

تابع	نوع تابع	هدف	فازی شبکه‌ای	مارکویتز فازی	میانگین واریانس شبکه‌ای	فازی غیرشبکه‌ای
z1	ماکزیمم	نرخ بازده موردانتظار	0.32	0.24	-	0.28
z2	مینیمم	ریسک سبد بر اساس نرخ بازده	0.16	0.09	-	0.10
z3	ماکزیمم	کارایی سبد	0.59	-	0.79	0.29
z4	مینیمم	ریسک سبد بر اساس کارایی	0.10	-	0.05	0.30

با توجه به این نکته که مدل ترکیبی با بازده‌های فازی و تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای، معیارهای جامع‌تر و بیشتری نسبت به سایر مدل‌ها در نظر می‌گیرد، پاسخ‌های به‌دست‌آمده از حل این مدل می‌تواند قابلیت اطمینان بیشتری نسبت به سایر مدل‌ها داشته باشد.

در مدل مارکویتز، مدل تنها بر نوسانات قیمتی سهام توجه داشته و نحوه مدیریت شرکت از حیث ساختار مالی مدنظر قرار نمی‌گیرد. توجه صرف به نوسانات قیمتی با لحاظ شرایط موجود در بازار سرمایه و نوسانات قیمتی که بعضا تنها به‌دلیل سفته‌بازی برخی بازیگران سهم یا عوامل کوتاه‌مدت دیگر ازجمله مسایل سیاسی اتفاق می‌افتد، می‌تواند سهم‌هایی را به سرمایه‌گذاران اضافه کند که با ارزش ذاتی و عملکرد و سودآوری آن‌ها همخوانی نداشته باشند. قرارگرفتن این سهام در سبد سرمایه‌گذاران، می‌تواند باعث کاهش بازده سبد سرمایه‌گذار در بلندمدت گردد و یا برخی سهام با ساختار و سودآوری مناسب که به دلایل متعدد از رشد قیمتی جا مانده‌اند و به دلیل عملکرد مناسب، نهایتا مورد استقبال سرمایه‌گذاران واقع خواهند گردید، می‌توانند از سبد سرمایه‌گذاری حذف شوند.

در مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای، علی‌رغم این‌که این مدل نسبت به مدل تحلیل پوششی داده‌های ساده غیرشبکه‌ای، تاثیر عملکرد شرکت بر ارزش بازاری سهام را نموده و تا حدودی نقص مدل‌های تحلیل پوششی داده‌های ساده که صرفا به ساختار مالی توجه دارند را پوشش می‌دهد، لیکن این مدل نیز نوسانات و مواردی مانند بازده و ریسک سرمایه‌گذاری را لحاظ نمی‌کند.

مدل ترکیبی مارکویتز با بازده‌های فازی و تحلیل پوششی داده‌های غیرشبکه‌ای، ضمن توجه به عدم قطعیت در بازده‌ها و توجه به نوسانات قیمتی و ساختار داخلی و مالی، بخش عمده‌ای از ضعف مدل‌های مارکویتز و تحلیل پوششی داده‌ها را پوشش می‌دهد. لیکن ضعف این مدل نیز بی‌توجهی به نحوه تاثیرگذاری مستقیم عملکرد مالی شرکت بر افزایش ثروت سهام‌داران است.

در مقابل مدل‌های ذکور، مدل پیشنهادی در مقاله حاضر، می‌تواند نقایص مدل‌های فوق را به میزان زیادی پوشش دهد. به‌عبارت‌دیگر علاوه بر ساختار درونی و بازده‌های سهام، این مدل با توجه به ساختار تعریف‌شده که با استفاده از مدل‌های شبکه‌ای تاثیر ساختار و عملکرد شرکت بر ارزش بازاری را می‌سنجد، اطمینان سرمایه‌گذاران را با توجه به مدنظر قراردادن فاکتورهای بیشتر، نسبت به سبد پیشنهادی افزایش می‌دهد.

بر اساس پاسخ‌های به‌دست‌آمده نیز بالاترین بازده موردانتظار مربوط به مدل پیشنهادی است. ضمن این‌که مدل پیشنهادی نسبت به مدل غیرشبکه‌ای، کارایی بالاتر در کنار ریسک کارایی کمتر را پیش‌بینی نموده است. با آن‌که مدل شبکه‌ای بالاترین کارایی و کمترین ریسک کارایی را در بین پاسخ‌ها داشته، لیکن با توجه به توضیحات داده‌شده، با لحاظ این‌که برخی از معیارهای مهم ازجمله نوسانات بازده در این مدل لحاظ نگردیده است، پاسخ به‌دست‌آمده می‌تواند نسبت به سایر مدل‌ها که از معیارها و اطلاعات بیشتری استفاده کرده‌اند، قابلیت اطمینان کمتری داشته باشد.

۵- نتیجه‌گیری

انتخاب سبد سرمایه‌گذاری از موضوعات جذاب در حوزه‌های مالی می‌باشد و یکی از مهم‌ترین دغدغه‌های سرمایه‌گذاران به‌منظور حفظ ارزش سرمایه و هم‌چنین افزایش آن در طول دوره سرمایه‌گذاری می‌باشد. استفاده از مدل‌های ریاضی در این حوزه در سال‌های اخیر جایگاه ویژه‌ای یافته و مدل‌های مختلفی نیز تاکنون ارایه گردیده است.

یکی از این مدل‌ها که تاکنون طرفداران زیادی داشته است مدل مارکویتز می‌باشد. هم‌چنین مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها نیز در این خصوص به‌وفور به‌کار گرفته شده‌اند. ترکیب این دو مدل با پوشش برخی از نقاط ضعف استفاده از هریک از مدل‌ها به‌تنهایی، یک مدل کارا و موثر در اختیار سرمایه‌گذاران قرار می‌دهد که هم بر نوسانات قیمتی تابلو سهام بر اثر عوامل مختلف ازجمله مسایل سیاسی روانشناسی بازار و ... پرداخته و هم به‌طور هم‌زمان ساختار مالی و کارایی شرکت‌ها را مدنظر قرار می‌دهد. ما در این پژوهش به‌منظور بررسی تاثیر ساختار مالی شرکت‌ها بر افزایش ثروت سهامداران، از مدل تحلیل پوششی داده‌های دو مرحله‌ای استفاده کردیم که در آن می‌توان تاثیر برخی از شاخص‌های مالی مرتبط با سودآوری را بر ارزش بازاری شرکت‌ها، مورد ارزیابی قرار داد. درنهایت مدل براساس معیارهایی ازجمله نوسانات قیمتی، بازده سهام، کارکرد و عملکرد مالی شرکت در نحوه استفاده از منابع در دسترس جهت تولید بهینه خروجی‌ها و تاثیر خروجی‌ها بر ارزش بازاری شرکت‌ها یا به‌عبارتی‌دیگر توجه به تحلیل بنیادی و تکنیکال، سبدهای سهام کارا را به سرمایه‌گذار پیشنهاد می‌نماید. علاوه بر این موارد به‌منظور در نظر گرفتن عدم قطعیت، بازده‌ها به‌صورت اعدادی از نوع فازی ذوزنقه‌ای در نظر گرفته شدند.

مدل چندهدفه به‌دست‌آمده بر روی ۵۰ شرکت منتخب از صنایع مختلف فعال در بورس اوراق بهادار تهران پیاده‌سازی گردید. به‌منظور بررسی تاثیر تغییرات و شبکه‌ای شدن مدل، مدل چندهدفه با حالت‌های غیر شبکه‌ای و هم‌چنین مدل مارکویتز و میانگین واریانس شبکه‌ای مقایسه گردید.

سبد پیشنهادی از مدل چندهدفه معرفی‌شده در این پژوهش، دارای بالاترین بازده مورد انتظار می‌باشد. هم‌چنین کارایی سبد نیز نسبت به مدل غیر شبکه‌ای بیشتر بوده، لیکن از مدل ساده میانگین واریانس شبکه‌ای که نوسانات و بازده قیمتی را درنظر نمی‌گیرد کمتر است.

مدل ارایه شده را براساس معیارهای مختلفی می‌توان توسعه داد. ازجمله می‌توان به‌جای مدل شبکه‌ای دو مرحله‌ای از مدل‌های چند مرحله‌ای استفاده نمود و کارایی شرکت‌ها را با جزییات بیشتری در نظر گرفت. هم‌چنین به‌منظور بررسی عدم قطعیت در داده‌ها می‌توان از سایر روش‌های بیان عدم قطعیت استفاده نمود و عدم قطعیت را به محدودیت‌ها و سایر پارامترهای مدل تعمیم داده و درنهایت یک مدل کاملا غیرقطعی را حل نمود.

تغییر در محدودیت‌ها و افزودن برخی از محدودیت‌های جدید به مدل نیز امکان توسعه مدل را فراهم می‌آورد.

منابع مالی

این مقاله حامی مالی ندارد.

تعارض با منافع

بنابر اظهار نویسندگان، این مقاله تعارض منافع ندارد.

منابع

[1] Markowitz, H. M. (1952). Portfolio Selection, the journal of finance. 7 (1). *N*, *1*, 71–91.

[2] Jaberi, M., Mohammadi, E., & Azizi, A. (2022). Multi-Objective Portfolio Optimization Model with Fuzzy-Robust Hybrid Approach (As a case : Tehran Stock Exchange) 1, (59), 441–470. (**In Persian**).

[3] Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European journal of operational research*, *2*(6), 429–444.

[4] Omrani, H., & Mashayekhi, Z. (2017). Multi Objective Portfolio Selection By Combining Markowitz And Dea Cross Efficiency Models. *Sharif journal of industrial engineering \& management*, *33*(1.1), 87–94. (**In Persian**).

[5] Mashayekhi, Z., & Omrani, H. (2016). An integrated multi-objective Markowitz-DEA cross-efficiency model with fuzzy returns for portfolio selection problem. *Applied soft computing journal*, *38*, 1–9. DOI:10.1016/j.asoc.2015.09.018

[6] Rasoulzadeh, M., Edalatpanah, S. A., Fallah, M., & Najafi, S. E. (2022). A multi-objective approach based on Markowitz and DEA cross-efficiency models for the intuitionistic fuzzy portfolio selection problem. *Decision making: applications in management and engineering*, *5*(2), 241–259.

[7] Chang, T. J., Meade, N., Beasley, J. E., & Sharaiha, Y. M. (2000). Heuristics for cardinality constrained portfolio optimisation. *Computers and operations research*, *27*(13), 1271–1302. DOI:10.1016/S0305-0548(99)00074-X

[8] Golmakani, H. R., & Fazel, M. (2011). Constrained portfolio selection using particle swarm optimization. *Expert systems with applications*, *38*(7), 8327–8335.

[9] Konno, H., & Koshizuka, T. (2005). Mean-absolute deviation model. *Iie transactions*, *37*(10), 893–900.

[10] Konno, H. (1990). Piecewise linear risk function and portfolio optimization. *Journal of the operations research society of japan*, *33*(2), 139–156.

[11] Speranza, M. G., & others. (1993). Linear programming models for portfolio optimization. *Finance*, *14*, 107–123.

[12] Fahmy, H. (2020). Mean-variance-time: An extension of Markowitz's mean-variance portfolio theory. *Journal of economics and business*, *109*, 105888.

[13] Huni, S., & Sibindi, A. B. (2020). An application of the Markowitz's mean-variance framework in constructing optimal portfolios using the Johannesburg securities exchange tradeable indices. *The journal of accounting and management*, *10*(2).

[14] Chaweewanchon, A., & Chaysiri, R. (2022). Markowitz Mean-Variance Portfolio Optimization with Predictive Stock Selection Using Machine Learning. *International journal of financial studies*, *10*(3), 64.

[15] Jana, P., Roy, T. K., & Mazumder, S. K. (2009). Multi-objective possibilistic model for portfolio selection with transaction cost. *Journal of computational and applied mathematics*, *228*(1), 188–196.

[16] Barak, S., Abessi, M., & Modarres, M. (2013). Fuzzy turnover rate chance constraints portfolio model. *European journal of operational research*, *228*(1), 141–147.

[17] Huang, X. (2007). Two new models for portfolio selection with stochastic returns taking fuzzy information. *European journal of operational research*, *180*(1), 396–405.

[18] Derakhshan, M. (2012). A Metaheuristic Approach to Multiobjective Portfolio Selection in Tehran Stock Exchange (TSE). *International journal of industrial engineering*, *23*(3), 317–331.

[19] Farrell, M. J. (1957). The measurement of productive efficiency. *Journal of the royal statistical society series a: statistics in society*, *120*(3), 253–281.

[20] Tavana, M., Keramatpour, M., Santos-Arteaga, F. J., & Ghorbaniane, E. (2015). A fuzzy hybrid project portfolio selection method using data envelopment analysis, TOPSIS and integer programming. *Expert systems with applications*, *42*(22), 8432–8444.

[21] Huang, C.-Y., Chiou, C.-C., Wu, T.-H., & Yang, S.-C. (2015). An integrated DEA-MODM methodology for portfolio optimization. *Operational research*, *15*, 115–136.

[22] Huang, X. (2008). Risk curve and fuzzy portfolio selection. *Computers \& mathematics with applications*, *55*(6), 1102–1112.

[23] Edirisinghe, N. C. P., & Zhang, X. (2008). Portfolio selection under DEA-based relative financial strength indicators: case of US industries. *Journal of the operational research society*, *59*, 842–856.

[24] Goodarzi, M., Yakideh, K., & Mahfoozi, G. (2017). Portfolio optimization by combining data envelopment analysis and decision-making Hurwicz Method. *Modern research in decision making*, *1*(4), 143–165.

[25] Lim, S., Oh, K. W., & Zhu, J. (2014). Use of DEA cross-efficiency evaluation in portfolio selection: An application to Korean stock market. *European journal of operational research*, *236*(1), 361–368.

[26] Sexton, T. R., Silkman, R. H., & Hogan, A. J. (1986). Data envelopment analysis: Critique and extensions. *New directions for program evaluation*, *1986*(32), 73–105.

[27] Chang, T.-S., Tone, K., & Wu, C.-H. (2021). Nested dynamic network data envelopment analysis models with infinitely many decision making units for portfolio evaluation. *European journal of operational research*, *291*(2), 766–781.

[28] Avkiran, N. K., & McCrystal, A. (2012). Sensitivity analysis of network DEA: NSBM versus NRAM. *Applied mathematics and computation*, *218*(22), 11226–11239.

[29] Li, Y., & Cui, Q. (2017). Carbon neutral growth from 2020 strategy and airline environmental inefficiency: A Network Range Adjusted Environmental Data Envelopment Analysis. *Applied energy*, *199*, 13–24.

[30] Wen, M., & Li, H. (2009). Fuzzy data envelopment analysis (DEA): Model and ranking method. *Journal of computational and applied mathematics*, *223*(2), 872–878.

[31] Aggarwal, A., Gupta, A., Verma, R., & Kumari, R. (2023). DEA based fuzzy portfolio evaluation models integrated with TOPSIS techniques to rank the efficient Portfolios under different risk indicators.

[32] Latifi, Z., & Pouyan, N. (2022). Structure of Data Envelopment Analysis with Intuitionistic Fuzzy Data (Case Study: Evaluation of Safety-Based Performance in Construction Projects). *Journal of decisions and operations research*, *7*(4), 628–647. (**In Persian**).

[33] Rasoulzadeh, M., & Fallah, M. (2020). An overview of portfolio optimization using fuzzy data envelopment analysis models. *Journal of fuzzy extension and applications*, *1*(3), 180–188.

[34] Färe, R., & Grosskopf, S. (1996). Intertemporal Production Frontiers: With Dynamic DEA Kluwer Academic Publishers.