



Paper Type: Original Article



An interval valued fuzzy complex proportional assessment (IVF-COPRAS) method to solve MCDM problem with an application

Mahin Ashuri, Abdullah Hadi Vinche*, Ali Jamshidi

Department of Mathematics, Isfahan Branch (Khorasgan), Islamic Azad University, Isfahan, Iran

* Corresponding author, e-mail: ahadi@khuif.ac.ir

<https://doi.org/10.22105/dmor.2023.339388.1600>

Citation:



LastName, (Abbreviation of FirstName)., & LastName, (Abbreviation of FirstName). (Date). Paper Title. *Journal of decisions and operations research*, Volume (Issue), PP.

Received:

Reviewed:

Revised:

Accepted:

Abstract

One of the challenging and famous types of MCDM (Multiple Criteria Decision Making) problems that include both quantitative and qualitative criteria is the facility location selection problem. For the common fuzzy MCDM problems (Type-1 fuzzy MCDM problems), the ratings of alternatives concerning the criteria or/and the values of criteria weights, are expressed by the common fuzzy numbers. However, in the majority of cases, determining the exact membership degree for each element of the fuzzy sets which are considered for the ratings of alternatives concerning the criteria or/and the values of criteria weights as a number in the interval $[0,1]$, is difficult. In this situation, the ratings of alternatives concerning the criteria or/and the values of criteria weights, are expressed by the IVFNs (Interval Valued Fuzzy Numbers) and thereby the IVF-MCDM (Interval Valued Fuzzy MCDM) methods should be used. In this paper, the authors propose an IVF-COPRAS method based on uncertainty risk reduction in the decision-making process. By using this method, the reliability of the captured decisions in an IVF decision-making problem is significantly increased. The proposed method is applied to solving a real application problem related to selecting a suitable location for digging some pits for the municipal wet waste landfill in one of the largest cities in Iran. The proposed method is also compared with other methods.

Keywords: MCDM, Interval Valued Fuzzy Sets (IVFSs), Type-1 fuzzy sets, COPRAS method



یک روش ارزیابی تجمعی نسبی فازی-بازه‌ای (IVF-COPRAS) برای حل مساله تصمیم‌گیری چندمعیاره فازی همراه با یک کاربرد

مهین عشوری، عبدالله هادی وینچه^{*}، دکتر علی جمشیدی
گروه ریاضی واحد اصفهان (خوراسگان)، دانشگاه آزاد اسلامی، اصفهان، ایران
*نویسنده مسوول، پست الکترونیک: ahadi@khuif.ac.ir

چکیده

روش‌های $MCDM$ (تصمیم‌گیری چندمعیاره) به طور گسترده برای رتبه‌بندی و انتخاب بهترین گزینه به کار رفته‌اند. در $MCDM$ کلاسیک گزینه‌ها به صورت اعداد دقیق و کاملاً شناخته‌شده است و روش‌های متعدد جهت حل این مسایل وجود دارد. گاهی اوقات با گزینه‌ها و معیارهای فازی و نادقیق روبه‌رو می‌شویم که به جای اعداد از واژه‌های زبانی برای معیارها و گزینه‌ها استفاده می‌شود. در چنین مواقعی برای رتبه‌بندی گزینه‌ها استفاده از روش‌های فازی توصیه می‌شود. با این وجود، در بیشتر مواقع تعیین دقیق تابع عضویت¹ کار ساده‌ای نیست. در این گونه موارد عملکرد هر گزینه بر حسب هر معیار و مقادیر بردار وزن بر اساس اعداد فازی-بازه‌ای بیان (IVF) می‌شوند. در این مقاله نویسندگان یک روش $IVF-COPRAS$ ² جهت حل مسایل انتخاب مکان تسهیلات پیشنهاد می‌کنند. در این تکنیک بهترین گزینه بر اساس مقایسه بین نسبت مستقیم و متناسب با بهترین راه‌حل و نسبت ایده آل-بدترین راه‌حل تعیین می‌شود. با استفاده از روش پیشنهادی واقعیت-پذیری تصمیم‌های اتخاذ شده تا حد بسیاری افزایش می‌یابد. روش پیشنهادی برای حل یک مساله کاربردی واقعی مربوط به انتخاب مکان مناسب برای حفز چند گودال برای دفن زباله‌های مرطوب شهری در یکی از بزرگترین شهرهای ایران استفاده می‌شود. علاوه بر این نتایج حاصل با سایر روش‌ها نیز مقایسه می‌شود.

کلیدواژه‌ها: تصمیم‌گیری چندمعیاره، روش کوپراس فازی-بازه‌ای، عدد فازی بازه‌ای

¹ Membership function

² Interval valued fuzzy Complex proportional assessment (IVF-COPRAS)



نظریه مجموعه فازی^۱ برای نخستین بار توسط زاده^۲ معرفی شد (۱۹۶۵). این نظریه در موارد و حوزه‌های بسیاری کاربرد پیدا کرده است و در حل مسایل علی‌الخصوص مسایل و تصمیم‌گیری‌هایی پیچیده مورد استقبال زیادی قرار گرفته است. اندیشمندان زیادی با مبنا قرار دادن این نظریه به ابداع روش‌های مختلف به منظور حل مسایل و تصمیم‌گیری‌های چندمعیاره^۳ پرداختند. آتاناسوف^۴ (۱۹۸۶) مجموعه فازی شهودی^۵ را بر اساس مجموعه فازی مطرح نمود که مورد توجه بسیاری از پژوهشگران قرار گرفت.

نظریه فازی-بازه‌ای مقدار که در تعمیم نظریه مجموعه فازی توسط گرزل کزنی و ترکسن^۶ (۱۹۸۶) مطرح شد نیز بر پایه اصول اولیه زاده استوار است. چند سال بعد گرزل کزنی (۱۹۸۷) استدلال تقریبی را بر پایه مجموعه‌های فازی بازه‌ای مقدار مورد بررسی قرار داد. در سال‌های بعد وانگ^۷ و لی^۸ (۱۹۹۸ و ۱۹۹۹) کاربردهایی از اعداد فازی بازه‌ای مقدار و اعداد بازه‌ای توزیعی در فضای متری شبه احتمالی را معرفی و مفاهیم اعداد بازه‌ای مقدار را بررسی و روشی برای محاسبه همبستگی بین آن‌ها ارائه دادند. همچنین وانگ و همکاران (۲۰۰۰) نشان دادند که ارتباطی قوی بین مجموعه فازی شهودی آتاناسوف و مجموعه فازی-بازه‌ای مقدار وجود دارد. هانگ و لی^۹ (۲۰۰۲) بعضی خواص جبری و یک اندازه فاصله را برای اعداد فازی-بازه‌ای مقدار معرفی نمودند. همچنین توسور^{۱۰} و همکاران (۲۰۰۲) کیفیت سرویس‌های هواپیمایی را به وسیله اعداد فازی بررسی کردند. ویشرایور^{۱۱} ارتباط بین توسیع اعداد فازی را بررسی نمود.

گرزگورسکی^{۱۲} (۲۰۰۳) تعدادی فاصله را بین مجموعه‌های فازی بازه‌ای بر اساس متر هاسدروف را بررسی کرد. چن و اوایانک^{۱۳} (۲۰۰۶) در یک مدل به وسیله فازی کردن نرخ زیان آورده^{۱۴} و نرخ سود ستانده^{۱۵} به طور همزمان بر اساس اعداد فازی بازه‌ای مقدار مورد بررسی قرار دادند. کاراکاسوگلو^{۱۶} و همکاران از روش کوپراس برای انتخاب پنجره‌های کم ارتفاع در مقاوم سازی ساختمان‌های عمومی استفاده کردند. ونگ و همکاران (۲۰۰۷) ترکیب نرمال سازی ساختارهای فازی بازه‌ای مقدار را بدست آوردند. در همان سال ویشرایور^{۱۷} بعضی از عملکردها حسابی را در نظریه مجموعه‌های فازی-بازه‌ای مقدار بدست آورد (۲۰۰۷) و چن روشی را برای بررسی مسایل فیلتر کردن اطلاعات بر اساس بازه‌ای مقدار معرفی کردند (۲۰۰۷) اورتاگول و کاراکاسوگلو^{۱۸} از تحلیل سلسله مراتبی فازی (FAHP) و تاپسیس بهره گرفته‌اند و به تعیین وزن نسبت‌های مالی پرداخته‌اند (۲۰۰۷) ویشرایور و کر^{۱۹} تئوری مجموعه اعداد فازی شهودی در نظریه عدم دقت را مورد مطالعه قرار دادند (۲۰۰۷). هم چنین شی و شور^{۲۰} توسعه‌ای از روش تاپسیس را در تصمیم‌گیری ریاضی و مدل‌های کامپیوتری به کار برده‌اند (۲۰۰۷). در سال بعد یانگ و چن^{۲۱} از اعداد فازی و درجه اطمینان جهت ارزیابی پاسخنامه دانش آموزان استفاده کردند (۲۰۰۷). لی و ونشینگ^{۲۲} از ترکیب تکنیک‌های مسایل MCDM برای انتخاب سهام با مدل گوردن استفاده کردند (۲۰۰۸) و هم چنین رو و داویم^{۲۳} از مدل‌های تصمیم‌گیری چند معیاره برای انتخاب مواد با چند ویژگی تصمیم‌گیری را به کار بردند (۲۰۰۸). چن چند روش را برای محاسبه اندازه شباهت در اعداد بازه‌ای مقدار معرفی کرد (۲۰۰۹). آشتیانی^{۲۴} و همکارانش روش تاپسیس را برای رتبه‌بندی اعداد فازی-بازه‌ای ارائه دادند (۲۰۰۹).

¹ Fuzzy sets theory

² Zadeh

³ Multi-criteria decisions

⁴ Atanassov

⁵ Intuitive fuzzy set

⁶ Tuksen and Gorzalczy

⁷ Wang

⁸ Li

⁹ Hong and Lee

¹⁰ Tsaur

¹¹ Deschrijver

¹² Grzegorzewski

¹³ Chen and Ouyang

¹⁴ Loss rate

¹⁵ Output interest rate

¹⁶ Kaklaushas

¹⁷ Deschrijver

¹⁸ Ertugrul, and Karakasoglu

¹⁹ Kerre

²⁰ Shih and Shyur

²¹ Wang and Chen

²² Lee and Wen-Shiung

²³ Rao and Davim

²⁴ Ashtiani





وانگ و همکاران (۲۰۱۴) نیز بر اساس ویژگی مقادیر بازه‌ای تصمیم‌گیری چند معیاره فازی شهودی برای نشان دادن خطرپذیری تصمیم‌گیرندگان در تعیین درجه عضویت^۱، درجه عدم عضویت از یک پارامتر ذهنی استفاده کردند. رشیدا و بیگ^۲ (۲۰۱۴) یک روش برای جمع کردن نظر چندین تصمیم‌گیرنده که نظرات آنها اعداد فازی-بازه‌ای بودند ارائه دادند. همچنین آنها یک فاصله کلی برای اعداد فازی-بازه‌ای مقدار دوزنقه‌ای ارائه دادند. مختاریان و همکاران (۲۰۱۴) یک روش انعطاف‌پذیر و قابل اعتماد مبتنی بر کاهش ریسک عدم قطعیت در فرآیند تصمیم‌گیری را ارائه داد.

نوین^۳ و همکاران (۲۰۱۵) از یک رویکرد یکپارچه از واژه‌های زبانی فازی مبتنی بر روش *AHP* (فرایند سلسله مراتبی) و *COPRAS* فازی برای ارزیابی ماشین ابزار (که شامل یک تصمیم‌ضروری که اطلاعات آنها نادقیق و فازی می‌باشد و نقش مهمی در بهبود بهره‌وری و انعطاف‌پذیری در تولید دارد) استفاده کردند.

در سال‌های اخیر رتبه‌بندی اعداد فازی خصوصاً اعداد فازی-بازه‌ای مقدار مورد توجه ویژه قرار گرفته است. همچنین تعدادی روش برای حل مسایل تصمیم‌گیری چند معیاره براساس اعداد فازی شهودی پیشنهاد شده است. داس و همکاران (۲۰۱۷) یک رویکرد قوی را با اعداد فازی-بازه‌ای شهودی معرفی و از رویکرد پیشنهادی برای محاسبه درجه اطمینان^۴ نامعمول تصمیم‌گیرنده استفاده کردند.

منگ و همکاران (۲۰۱۷) برخی از اپراتورهای بهینه‌سازی تعادلی ترکیبی القا شده را در محیط‌های فازی شهودی، از جمله عامل اپراتور بهینه‌سازی ترکیبی القا شده و تعمیم عامل تعامل هیدروژنی القایی تحت محیط‌های فازی شهودی ارائه دادند. وانگ و همکاران (۲۰۱۷) روابط اولوی بین معیارهای مختلف با برچسب‌های اولوی را مورد بررسی قرار دادند و اپراتور میانگین سازگاری هندسی^۵ فازی شهودی را به صورت اولویت‌بندی شده مقیاس‌پذیری کردند (۲۰۱۷). محمودا و لیو^۶ نیز برخی از محدودیت موجود در قوانین عملیاتی در اعداد فازی شهودی مثالی^۷ را بیان نمودند و سپس برخی قوانین بهبود یافته را پیشنهاد کردند. همچنین یک روش تصمیم‌گیری چند معیاره پیشنهاد کردند (۲۰۱۸). جوشی^۸ در سال ۲۰۱۸ مقاله خود ابتدا قوانین بر روی مجموعه فازی شهودی تعدیل شده^۹ را تعریف نموده و از مفاهیم مربوطه برای معیارهای تصمیم‌گیری چندمعیاره استفاده نمود. سپس یک اپراتور وزنی و یک اپراتور هندسی با وزن متوسط مدلی استراتژیک را پیشنهاد نمود (۲۰۱۸). در همان سال جرج^{۱۰} و همکاران اعداد فازی شهودی را تعمیم داده و عملکردهای جدید محاسباتی و هندسی را بر روی آنها معرفی می‌کنند (۲۰۱۸). لین^{۱۱} و همکاران (۲۰۲۰) با استفاده از روش *MCDM* فازی، روشی را برای انتخاب مکان مناسب برای ساخت ایستگاه اشتراک خودرو پیشنهاد کردند و مدل *MCDM* پیشنهادی برای حل انتخاب سایت برای ایستگاه‌های اشتراک خودرو در پکن اعمال نمودند. آنها همچنین تحلیل‌های مقایسه‌ای برای تأیید برتری مدل *MCDM* پیشنهادی ارائه دادند. در همان سال مهدیور^{۱۲} و همکاران در مطالعه‌ای موانع بام سبز را با استفاده از رویکرد *MCDM* فازی بررسی و اولویت‌بندی کرده‌اند. آنها در مقاله‌شان به ترتیب با استفاده از روش دلفی فازی (*FDM*) و فازی بهترین-بدترین روش (*FBWM*)، موانع نصب *GR* را شناسایی و اولویت‌بندی می‌کنند. یافته‌ها نشان می‌دهد که موانع «هزینه اولیه بالا» و «عدم آگاهی و دانش» برای نصب *IGR* و *EGR* به ترتیب مهم‌ترین هستند (۲۰۲۰). جهانگیری و همکاران در مطالعه‌ای با استفاده از تکنیک *MCDM* فازی بهترین مکان را در قطر برای استفاده از انرژی باد و خورشید برای تولید هیدروژن و الکتریسیته پیدا کردند. بنابراین برای انتخاب تنها یک ایستگاه از بین پنج منطقه، یک روش فازی به عنوان یک تکنیک اولویت‌بندی به کار گرفته شد. نتایج نشان داد که سایت فرودگاه بین‌المللی دوحه مناسب‌ترین مکان برای ساخت سیستم تولید انرژی هیبریدی خورشیدی-بادی است (۲۰۲۰).

عزیزی و شاهرخی روش تصمیم‌گیری چند معیاره کوپراس با استفاده از مجموعه فازی نوع ۲ فاصله‌ای و نقطه‌ای^{۱۳} را ارائه دادند و با ارائه مثال عددی نشان دادند روش پیشنهادی آنها در حل مسایل تصمیم‌گیری چند معیاره فازی با استفاده از روش کوپراس نتایج مطلوب‌تری

¹ Degree of membership

² Rashida and Beg

³ Nguren

⁴ Degree of confidence

⁵ Average geometric compatibility operator

⁶ Mahmooda and Liu

⁷ Intuitive triangular fuzzy numbers

⁸ Joshi

⁹ Moderator intuitionistic fuzzy sets

¹⁰ Garg

¹¹ Lin

¹² Mahdiyar

¹³ Interval and Punctual Type 2 Fuzzy Sets



برای تک تک گزینه‌ها محاسبه می‌کند (۲۰۲۱). فرنام و همکاران در مقاله‌شان با رویکرد تلفیقی روشی کارآمد و پارامتری برای اولویت‌بندی گزینه‌هایی با اعداد فازی شهودی-بازه‌ای مقدار ارایه دادند و از روش پیشنهادی برای ارزیابی صلاحیت کیفی پیمانکاران استفاده کردند (۲۰۲۱). دهقانی فیل‌آبادی و همکاران (۲۰۲۱) با یک عمگمر ادغام‌کننده جدید به نام میانگین حسابی وزنی اعداد فازی نوع-۲ ($MPTIT2FNWA$)^۱ برای تصمیم‌گیری استفاده کردند. کانی و همکاران (۲۰۲۱) یک فرمول برای مسایل حمل و نقل کاملاً فازی شامل اعداد فازی پنج ضلعی و شش ضلعی برای هزینه‌های حمل و نقل و ارزش‌های عرضه و تقاضا ارائه دادند. تکنیک جدیدی را برای بهبود روش‌ها برای حل مسایل حمل و نقل کاملاً فازی با پارامترهای داده‌شده به عنوان اعداد فازی پنج ضلعی و شش ضلعی معرفی کردند و الگوریتم‌هایی برای یافتن راه‌حل بهینه فازی غیر منفی مسایل حمل و نقل کاملاً فازی با پارامترهایی که به صورت اعداد فازی پنج ضلعی و شش ضلعی ارائه شده پیشنهاد کردند.

خلیفا (۲۰۲۲) از اعداد فازی بازه‌ای برای حل یک مساله انتساب چندهدفه با پارامترهای فازی ($FMOASP$)^۲ استفاده کرد و یک رویکرد جدید برای بدست آوردن ایده‌ال و مجموعه تمام راه‌حل‌های کارآمد فازی برای حل این مسایل ارائه داد.

صابر حسینی و همکاران (۲۰۲۲) از اعداد فازی برای انتخاب بهترین شریک بخش خصوصی برای مشارکت بین دولت و بخش خصوصی (PPP)^۳ استفاده کردند از آن جا که مجموعه‌های نوتروسوفیک^۴ تک ارزشی ($SVNS$) برای مدیریت اطلاعات مبهم و ناقص غیردقیق هستند رتبه‌بندی گزینه‌های ارائه شده توسط تصمیم‌گیرندگان را با یک نظریه فازی بیان کردند. آنها یک رویکرد ساده و عملی برای حل مشکل انتخاب بهترین خصوصی پیشنهاد کردند. این رویکرد بحرانی‌ترین عوامل خطر موثر بر پروژه را در نظر می‌گیرد و با استفاده از $SVNS$ با عدم قطعیت مقابله می‌کند.

دریک^۵ (۲۰۲۲) یک مدل ترکیبی برای مسایل پیش‌بینی مبتنی بر $IT2FLS$ ^۱ و بهینه‌سازی ازدحام ذرات (PSO)^۷ پیشنهاد کردند سهم اصلی این کار کشف استراتژی ایده‌آل برای ایجاد یک بردار مقدار بهینه برای بهینه‌سازی است تابع عضویت کنترل‌کننده فازی که کنترل‌کننده فازی بهینه شده از نوع ۲ می‌باشد کنترل‌کننده فازی بازه‌ای، که بهتر از کنترل‌کننده فازی نوع ۱ در مدیریت عدم قطعیت می‌باشد در مدل آنها دامنه تابع عضویت مجموعه فازی نوع ۲ مجموعه‌های فازی نوع ۱ است که رد عدم قطعیت را در این شرایط توضیح می‌دهد.

عبادی و همکاران (۲۰۲۲) یک مدل تصمیم‌گیری ترکیبی محدود را جهت انتخاب بهترین مکان تاسیسات بازیافت کشور ترکیه شهر استانبول ارایه دادند. روش آنها ترکیبی از روش طبقه‌بندی سلسه مراتبی بهترین - بدترین ($H-SBWM$) و حل مصالحه ترکیبی محدود ($COCOSO$) و وزن محدود بود که آنها از این روش در یک مطالعه موردی شش نامزد مکان در استانبول برای انتخاب بهترین مکان جهت تاسیس مکان بازیافت استفاده کردند. راج میسرا^۸ (۲۰۲۲) با کمک روش کوپراس فرایند انتخاب فناوری نمک‌زدایی برای تصفیه آب خوراکی را در محیط ($IVHFFS$)^۹ مورد بررسی قرار دادند در این فرایند ارزیابی مهم‌ترین معیارها موثر بر فرایند نمک‌زدایی معیارهای فنی، اجتماعی، محیطی و اقتصادی می‌باشد که این معیارها اعدادی در محیط $IVHFFS$ می‌باشند آنها نشان دادند که مدل پیشنهادی می‌تواند عملکرد علمی بهتری وقتی با اعداد فازی و نادقیق روبه‌رو هستیم داشته باشد.

با بررسی مقاله‌های بالا و همچنین یک مرور اجمالی بر ادبیات تحقیق نشان می‌دهد که تا کنون روش‌های تصمیم‌گیری با اعداد فازی بازه‌ای چندان مورد توجه قرار نگرفته‌اند. به ویژه روش کوپراس که یک روش شناخته شده در تصمیم‌گیری چندمعیاره است. در این مقاله برای نخستین بار روش کوپراس با اعداد فازی بازه‌ای معرفی می‌شود. روش پیشنهادی ساده بوده و به راحتی قابل پیاده‌سازی است.

¹ Multi-Period Trapezoidal Interval Type-2 Fuzzy Number Weighted Arithmetic averaging

² multi-objective assignment problem with fuzzy parameters

³ Public-Private Partnership

⁴ Single-valued neutrosophic sets

⁵ Dirik

⁶ Interval Type-2 fuzzy Inference System

⁷ Particle Swarm Optimization

⁸ Raj Mishra

⁹ Interval-valued hesitant Fermatean fuzzy set

ساختار این مقاله به شرح زیر است. در بخش بعدی ما اعداد فازی-بازه‌ای را مرور می‌کنیم و برخی از خواص آنها را ذکر می‌کنیم. بخش سوم اختصاص به روش پیشنهادی دارد. سپس روش پیشنهادی را به همراه یک مثال واقعی در بخش چهارم توضیح می‌دهیم. بخش پایانی مقاله شامل نتیجه‌گیری و پیشنهاد برای تحقیقات آتی است.

اعداد فازی - بازه‌ای

اغلب در تئوری مجموعه‌های فازی بیان تابع عضویت به صورت دقیق دشوار است. از این رو، مناسبتر است که ماتریس تصمیم¹ بر اساس اعداد فازی بازه‌ای بیان شوند. یک عدد فازی بازه‌ای بر روی $(-\infty, \infty)$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$A = \{x, \{\mu_A^L(x), \mu_A^U(x)\}\} \quad (1)$$

$$\mu_A^L(x), \mu_A^U(x) : X \rightarrow [0, 1] \quad \forall x \in X, \mu^L \leq \mu^U$$

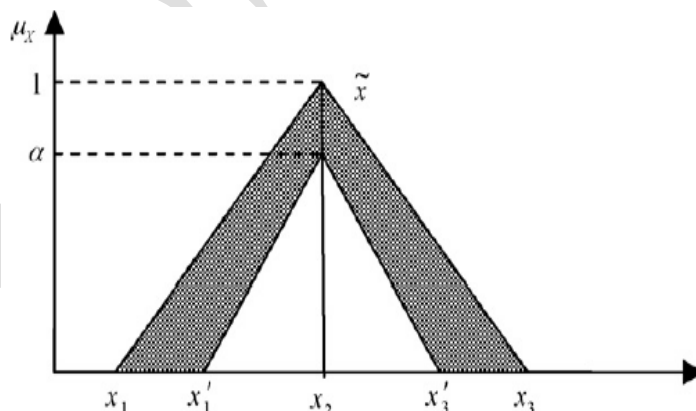
$$\mu(x) = [\mu^L(x), \mu^U(x)]$$

$$A = \{(x, \mu_A(x))\} \quad x \in (-\infty, +\infty)$$

که در آن $\mu^L(x)$ را کران پایین درجه عضویت و $\mu^U(x)$ کران بالا درجه عضویت می‌باشد.

مسئله‌ای را در نظر بگیرید که شامل m گزینه و n معیار باشد $\tilde{X} = [\tilde{x}_{ij}]_{m \times n}$ را ماتریس تصمیم در نظر بگیرید که در آن عملکرد گزینه i نسبت به معیار j ام با عدد فازی بازه‌ای \tilde{x}_{ij} نشان داده می‌شود که در شکل ۱ نشان داده شده است. به علاوه فرض می‌کنیم که مولفه‌های بردار وزن، یعنی \tilde{w}_{ij} نیز بصورت اعداد فازی مثلثی بازه‌ای بیان شده باشند.

$$\tilde{X} = \begin{cases} (x_1, x_2, x_3) \\ (x'_1, x'_2, x'_3) \end{cases}$$



شکل ۱- عدد فازی مثلثی بازه‌ای

Figure 1- Interval triangular fuzzy number

همچنین \tilde{x} را می‌توان بصورت $\tilde{x} = [(x_1, x'_1), x_2, (x'_3, x_3)]$ نشان داد که به کارشناسان این اجازه را می‌دهد تا نظرات در مورد معیارها و گزینه‌ها را بصورت فاصله‌ای از حداقل و حداکثر بیان کنند. همچنین، در تصمیم‌گیری گروهی که شامل K کارشناس است می‌توان نظرات را بصورت زیر ادغام کرد.

¹ Decision matrix



$$\tilde{x}_{ij} = \frac{1}{K} [\tilde{x}_{ij}^1 + \tilde{x}_{ij}^2 + \dots + \tilde{x}_{ij}^k] \quad (2)$$

$$\tilde{w}_{ij} = \frac{1}{K} [\tilde{w}_{ij}^1 + \tilde{w}_{ij}^2 + \dots + \tilde{w}_{ij}^k]$$

معادله بالا نشان‌دهنده میانگین \tilde{x}_{ij} و \tilde{w}_{ij} نظرات کارشناسان است. عملگر (+) بیان‌کننده جمع فازی است و از این رو مقادیر \tilde{x}_{ij} و \tilde{w}_{ij} نیز فازی-بازه ای خواهند شد.

با توجه به اینکه $\tilde{x}_{ij} = [(a_{ij}, a'_{ij}), b_{ij}, (c'_{ij}, c_{ij})]$ ، ماتریس تصمیم نرمال شده بصورت زیر محاسبه می‌شود:

فرض کنید Ω_b مجموعه معیارهای مثبت و Ω_c مجموعه معیارهای منفی باشد در اینصورت:

$$\tilde{r}_{ij} = [(\frac{a_{ij}}{c_j^+}, \frac{a'_{ij}}{c_j^+}), \frac{b_{ij}}{c_j^+}, (\frac{c'_{ij}}{c_j^+}, \frac{c_{ij}}{c_j^+})] \quad i=1, \dots, n \quad j \in \Omega_b \quad (3)$$

$$\tilde{r}_{ij} = [(\frac{a_j}{c_{ij}}, \frac{a_j}{c_{ij}}), \frac{a_j}{b_{ij}}, (\frac{a_j}{a_{ij}}, \frac{a_j}{a_{ij}})] \quad i=0, \dots, n \quad j \in \Omega_c$$

$$c_j^+ = \max_i c_{ij} \quad j \in \Omega_b$$

$$a_{ij} = \min_i a_{ij} \quad j \in \Omega_c$$

روش کوپراس فازی-بازه‌ای^۱

قدم‌های روش کوپراس فازی-بازه‌ای (IVF-COPRAS) در زیر تشریح می‌گردد:

فرض کنید ماتریس تصمیم به صورت زیر باشد:

جدول ۱- ماتریس تصمیم

Table 1-Decision matrix

	w_1	w_2	...	w_j	...	w_n
A	c_1	c_2	...	c_j	...	c_n
A_1	x_{11}	x_{12}	...	x_{1j}	...	x_{1n}
\vdots	\vdots	\vdots	...	\vdots	...	\vdots
A_i	x_{i1}	x_{i2}	...	x_{ij}	...	x_{in}
\vdots	\vdots	\vdots	...	\vdots	...	\vdots
A_m	x_{m1}	x_{m2}	...	x_{mj}	...	x_{mn}

که در آن

$$\tilde{x}_{ij} = [(a_{ij}, a'_{ij}), b_{ij}, (c'_{ij}, c_{ij})]$$

¹ IVF-COPRAS



(۱) ماتریس تصمیم را طبق فرمول (۳) نرمال می‌کنیم.

(۲) با در نظر گرفتن اهمیت‌های متفاوت معیارها، ماتریس نرمال شده وزن دار را بدست آورد. این ماتریس با $\tilde{V} = [\tilde{v}_{ij}]_{n \times m}$ نشان داده می‌شود که $\tilde{v}_{ij} = \tilde{r}_{ij} \times \tilde{w}_{ij}$.

مطابق با تعریف ضرب اعداد فازی، ماتریس نرمال وزن دار را بصورت زیر نوشت:

$$v = [(r1_{ij} \times w1_{ij}, r1'_{ij} \times w1'_{ij}), (r2_{ij} \times w2_{ij}, (r3'_{ij} \times w3'_{ij}, r3_{ij} \times w3_{ij})] \quad (4)$$

(۳) محاسبه مجموع مقادیر بی مقیاس شده موزون برای معیارهای مثبت و منفی. در این گام معیارهای مثبت و منفی مشخص شده سپس شاخص‌های S^+ و S^- از روابط زیر محاسبه می‌شوند.

$$s_j^+ = \sum_{j=1}^n v_{ij} \quad (5)$$

$$s_j^- = \sum_{j=1}^n v_{ij}$$

(۴) رتبه بندی نهایی گزینه‌ها: در این گام با توجه به رابطه زیر که محاسبه شاخص کوپراس است گزینه‌ها را رتبه‌بندی می‌نماییم. هر چه مقدار Q_j بزرگتر باشد نشان‌دهنده رتبه بهتر آن گزینه در اولویت بندی است گزینه که بیشترین مقدار را دارد گزینه ایده‌آل است.

$$Q_j = s_j^+ + \frac{\sum_{j=1}^n s_j^+}{s_j^+ \sum_{j=1}^n \frac{1}{s_j^+}} \quad (6)$$

(۵) مرحله نهایی مشخص کردن گزینه است که بهترین وضعیت را در بین معیارها دارد که با افزایش یا کاهش رتبه هر گزینه درجه اهمیت آن نیز افزایش یا کاهش می‌یابد. گزینه‌ای که بهترین وضعیت را به لحاظ معیارها داشته باشند، با بالاترین درجه اهمیت N_j مشخص می‌شوند که در میان این دامنه، بهترین و بدترین گزینه تعیین می‌شوند. درجه اهمیت N_j هر گزینه A_j بر اساس فرمول زیر محاسبه می‌شود:

$$\tilde{X} = \begin{cases} (x_1, x_2, x_3) \\ (x'_1, x'_2, x'_3) \end{cases} \quad (7)$$

مثال عددی

یکی از مهم‌ترین مسائلی تصمیم‌گیری مساله انتخاب مکان تسهیلات^۱ می‌باشد. که در این گونه مسایل گزینه‌ها و معیارها به صورت کمی و کیفی بیان می‌شوند. مساله انتخاب مکان تسهیلات به عنوان عامل مهمی برای حفظ بقای یک شرکت در محیط رقابتی می‌باشد باید به این نکته توجه داشت که انتخاب نامناسب محل تاسیسات پیامدهای منفی به دنبال دارد و شاید ضررهایی غیر قابل جبران به شرکت وارد نماید.

در این مقاله مثال حل شده در مقاله مختاریان و همکاران (۲۰۱۴) که یک مشکل کاربردی واقعی را در رابطه با حفر چند گودال برای دفن زباله‌های مرطوب یکی از شهرهای بزرگ ایران (اصفهان) را ارائه می‌دهد بررسی می‌کنیم. در این مثال شهرداری از یک تیم چهار

¹ Facility location selection





نفره جهت اظهار نظر در مورد گزینه‌ها و معیارها استفاده کرده است و معیارها و نظرات به صورت واژه‌های زبانی بیان شده‌اند و برای تبدیل آنها به اعداد فازی بازه‌ای، از مقاله آشتیانی و همکاران (۲۰۰۹) با توجه به اعداد فازی متناظر با واژه‌های زبانی در این پژوهش استفاده شده است (جدول شماره ۱ و ۲) این تیم چهار نفره سه مکان تقریباً در شمال غرب (A1) و شرق (A2) و جنوب شرقی (A3) شهر را برای حفر چند گودال در نظر گرفت و هریک از مکان‌ها را بر اساس هفت معیار تصمیم‌گیری از جمله: سهولت دسترسی به مکان (C1)، خطر آسیب آبی به محیط (C2)، ارزش پولی محل بر حسب دلار (C3)، مقدار ترکیبات تجزیه کننده در خاک (C4)، سهولت گسترش در آینده (C5)، میزان بادهای سالانه در جهت شهر (C6) و خطر قرار گرفتن مکان در جهت توسعه شهر (C7) در نظر گرفته شده است معیارهای C1 و C4 و C5 معیار مثبت و C2 و C3 و C6 و C7 معیار منفی می‌باشند، جدول شماره ۳ بیانگر نظرات تیم چهار نفره در مورد معیارها می‌باشد.

جدول ۲- مقیاس مقایسه‌ها برای معیارها

Table 2-Scale comparisons for criteria

Linguistic variable	Fuzzy number Interval Valued
خیلی کم (VL)	[(0,0),0,(1,1.5)]
کم (L)	[(0,0.5),1,(2.5,3.5)]
نسبتاً کم (ML)	[(0,1.5),3,(4.5,5.5)]
متوسط (M)	[(2.5,3.5),0.5,(6.5,7.5)]
نسبتاً خوب (MH)	[(4.5,5.5),7,(8,9.5)]
خوب (H)	[(5.5,7.5),9,(9.5,10)]
خیلی خوب (VH)	[(8.5,9.5),10,(10,10)]

جدول ۳- مقیاس مقایسه‌ها برای وزن معیارها

Table 3-Scale comparisons for weighting criteria

Linguistic variable	Interval Valued fuzzy number
خیلی کم (VL)	[(0,0),0,(0.1,0.15)]
کم (L)	[(0,0.5),0.1,(0.24,0.35)]
نسبتاً کم (ML)	[(0,0.15),0.3,(0.45,0.55)]
متوسط (M)	[0.25,0.35),0.5,(.065,75)]
نسبتاً خوب (MH)	[(0.45,0.55),0.7,(0.8,0.95)]
خوب (H)	[(0.55,0.75),0.9,(0.95,1)]
خیلی خوب (VH)	[(0.85,0.75),1,(1,1)]

جدول ۴- میزان اهمیت وزن‌ها برای معیارها از نظر کارشناسان

Table 4-The importance of weights for criteria according to experts' view

Criteria	DM1	DM2	DM3	DM4	Aggregated INFN
C1	H	VH	M	MH	[(0.53,0.65),0.78,(0.78,0.93)]
C2	VH	MH	H	H	[(0.60,0.75),0.88,(0.93,0.99)]
C3	M	M	ML	H	[(0.26,0.40),0.55,(0.68,0.76)]
C4	H	VH	MH	VH	[(0.68,0.80),0.90,(0.94,0.99)]
C5	VH	H	VH	MH	[(0.68,0.80),0.90,(0.94,0.99)]
C6	MH	M	ML	H	[(0.31,0.45),0.60,(0.71,0.81)]
C7	H	VH	VH	VH	[(0.78,0.90),0.98,(0.99,1.00)]

نظرات تیم در مورد گزینه‌ها و معیارها در جدول‌های ۳ و ۴ داده شده است. نظرات در جداول به صورت اعداد فازی بازه‌ای تبدیل شده و ماتریس تصمیم تشکیل داده می‌شود.



جدول ۵- مقادیر سه گزینه با توجه به معیارها

Table 5-The values of the three options according to the criteria

Criteria	Alternatives	DMs			
		DM1	DM2	DM3	DM3
C1	A1	M	MH	L	L
	A2	H	H	VH	VH
	A3	H	MH	L	ML
C2	A1	M	M	H	ML
	A2	ML	L	M	MH
	A3	H	H	MH	MH
C3	A1	2	2	2	2
	A2	3.4	3.4	3.4	3.4
	A3	2.8	2.8	2.8	2.8
C4	A1	H	VH	VH	MH
	A2	VL	VL	L	M
	A3	H	MH	MH	H
C5	A1	ML	MH	MH	M
	A2	VH	VH	H	VH
	A3	VL	ML	L	M
C6	A1	L	L	M	VL
	A2	ML	M	M	M
	A3	H	H	MH	VH
C7	A1	M	L	ML	L
	A2	M	VH	M	ML
	A3	VH	VH	H	VH

عنوان مقاله

اکنون اقدام به پیاده سازی روش پیشنهادی می‌کنیم. ابتدا ماتریس تصمیم را از واژه‌های زبانی به صورت اعداد فازی-بازه‌ای تبدیل می‌کنیم.

جدول ۶- ماتریس نرمال

Table 6-Normal matrix

C	W	A		
		A1	A2	A3
C1	[(0.53,0.65),0.78,(0.78,0.93)]	[(1.75,2.50),3.50,(4.88,6.00)]	[(7.00,8.50),9.50,(9.75,10.00)]	[(2.50,3.63),4.75,(5.75,6.63)]
C2	[(0.60,0.75),0.88,(0.93,0.99)]	[(3.75,5.00),6.50,(7.63,8.63)]	[(0.63,1.75),3.00,(4.50,5.50)]	[(5.00,6.50),8.00,(8.75,9.75)]
C3	[(0.26,0.40),0.55,(0.68,0.76)]	[(2.00,2.00),2.00,(2.00,2.00)]	[(3.40,3.40),3.40,(3.40,3.40)]	[(2.80,2.80),2.80,(2.80,2.80)]
C4	[(0.68,0.80),0.90,(0.94,0.99)]	[(6.75,8.00),9.00,(9.38,9.88)]	[(0.36,1.00),1.50,(2.75,3.50)]	[(5.00,6.50),8.00,(8.75,9.75)]
C5	[(0.68,0.80),0.90,(0.94,0.99)]	[(2.88,3.75),5.50,(6.75,8.00)]	[(7.75,6.75),9.75,(9.88,10.00)]	[(0.63,1.38),2.25,(3.63,4.50)]
C6	[(0.31,0.45),0.60,(0.71,0.81)]	[(0.63,1.13),1.75,(3.13,4.00)]	[(3.00,4.00),5.50,(6.88,8.00)]	[(6.00,7.50),8.75,(9.25,9.88)]
C7	[(0.78,0.90),0.98,(0.99,1.00)]	[(0.63,1.50),2.50,(3.75,5.00)]	[(3.38,4.50),5.75,(6.88,7.63)]	[(7.75,9.00),9.75,(9.88,10.00)]

ماتریس تصمیم نرمال شده به صورت می‌باشد

جدول ۷- ماتریس نرمال شده

Table 7-Normalized matrix

C	A		
	A1	A2	A3
C1	[(0.18,0.25),0.35,(0.49,0.60)]	[(0.70,0.85),0.95,(0.98,1.00)]	[(0.25,0.36),0.48,(0.58,0.66)]
C2	[(0.07,0.08),0.10,(0.13,0.17)]	[(0.11,0.14),0.21,(0.36,1.00)]	[(0.06,0.07),0.08,(0.10,0.13)]
C3	[(1.00,1.00),1.00,(1.00,1.00)]	[(0.59,0.59),0.59,(0.59,0.59)]	[(0.71,0.71),0.71,(0.71,0.71)]
C4	[(0.68,0.81),0.91,(0.95,1.00)]	[(0.06,0.10),0.15,(0.28,0.35)]	[(0.51,0.66),0.81,(0.89,0.99)]
C5	[(0.29,0.38),0.55,(0.68,0.80)]	[(0.78,0.68),0.98,(0.99,1.00)]	[(0.06,0.14),0.23,(0.36,0.45)]
C6	[(0.16,0.20),0.36,(0.56,1.00)]	[(0.08,0.09),0.11,(0.16,0.21)]	[(0.06,0.07),0.07,(0.08,0.10)]
C7	[(0.13,0.17),0.25,(0.42,1.00)]	[(0.06,0.06),0.06,(0.07,0.08)]	[(0.06,0.06),0.06,(0.07,0.08)]

در زیر جدول ماتریس تصمیم نرمال شده وزندار را داریم

جدول ۸- جدول نرمال شده وزندار

Table 8-Weighted normalized matrix

C	A		
	A1	A2	A3
C1	[(0.09,0.16),0.27,(0.38,0.56)]	[(0.37,0.55),0.74,(0.76,0.93)]	[(0.13,0.24),0.37,(0.45,0.61)]
C2	[(0.04,0.06),0.08,(0.12,0.16)]	[(0.07,0.10),0.18,(0.33,0.99)]	[(0.04,0.05),0.07,(0.09,0.12)]
C3	[(0.26,0.40),0.55,(0.68,0.76)]	[(0.15,0.24),0.32,(0.40,0.45)]	[(0.19,0.29),0.39,(0.48,0.54)]
C4	[(0.46,0.65),0.82,(0.89,0.99)]	[(0.04,0.08),0.14,(0.26,0.35)]	[(0.34,0.53),0.73,(0.83,0.98)]
C5	[(0.19,0.30),0.50,(0.63,0.79)]	[(0.25,0.54),0.88,(0.93,0.99)]	[(0.04,0.11),0.20,(0.34,0.44)]
C6	[(0.05,0.09),0.21,(0.40,0.81)]	[(0.02,0.04),0.07,(0.11,0.17)]	[(0.02,0.03),0.04,(0.06,0.08)]
C7	[(0.10,0.15),0.24,(0.41,1.00)]	[(0.06,0.08),0.11,(0.14,0.19)]	[(0.05,0.06),0.06,(0.07,0.08)]

در مرحله پایانی شاخص کوپراس فازی - بازه ای را در جدول زیر می بینیم و در نهایت درجه اهمیت در ستون آخر جدول نشان داده شده است.

جدول ۹- جمع مقادیر معیار های مثبت و منفی

Table 9-The sum of the values of positive and negative criteria

A	S+	S-
A1	[(0.75,1.11),1.59,(1.90,2.33)]	[(0.45,0.70),1.09,(1.60,2.74)]
A2	[(0.94,1.17),1.75,(1.94,2.26)]	[(0.31,0.46),0.68,(0.98,1.79)]
A3	[(0.52,0.87),1.30,(1.62,2.03)]	[(0.29,0.43),0.57,(0.70,0.83)]

جدول ۱۰- شاخص کوپراس مقدار اهمیت نسبی گزینه ها

Table 10- COPRAS index value of the relative importance of alternative

A	Q_j	N_j
A1	[(0.79,1.28),2.1,(3.42,7.93)]	78.86
A2	[(1,1.45),2.58,(4.24,10.41)]	100.00
A3	[(0.66,1.26),2.29,(4.11,10.63)]	96.29



نتایج حاصل از روش کوپراس فازی-بازه‌ای نشان می‌دهد که گزینه دوم دارای اولویت اول است. پس از آن، به ترتیب گزینه‌های سوم و اول در اولویت‌های بعدی هستند.



در مقایسه با مقاله مختاریان و همکاران (۲۰۱۴)، در ترتیب اولویت گزینه‌ها جای گزینه دوم و اول عوض شده است. در مقاله مختاریان و همکاران (۲۰۱۴) گزینه اول مهمترین گزینه بوده است. با نگاهی دقیق به مقاله مختاریان که در آن سه مقایسه بین گزینه‌ها با توجه به کاهش ریسک عدم قطعیت روش *IVF-TOPSIS* انجام شده که در دو مقایسه اول و دوم آن رتبه‌بندی با مدل پیشنهادی مقاله یکسان بود و در نهایت با میانگین گیری که از سه مقایسه انجام داده است رتبه‌بندی با رتبه‌بندی پیشنهادی متفاوت می‌باشد و هم چنین اگر نگاهی به مقادیر اعداد فازی برای گزینه‌ها انداخته شود می‌توان دریافت که گزینه دوم وضعیت بهتری نسبت به گزینه اول و سوم دارد. در واقع، این گزینه در اکثر زیر معیارهای منفی مقداری کمتر از گزینه‌های دیگر دارد. همچنین در زیر معیارهای مثبت نیز در اکثر موارد مقداری بزرگتر از گزینه‌های دیگر دارد. بنابراین، نتایج مدل کوپراس فازی-بازه‌ای در این پژوهش مطابقت بیشتری با واقعیت دارد.

نتیجه‌گیری

انتخاب مکان مناسب تسهیلات یکی از مهم‌ترین و راهبردی‌ترین تصمیمات در صنایع مختلف می‌باشد که اثر بسزایی در عملکرد و کارایی آن سازمان دارد. انتخاب یک مکان خوب تاثیر بسیار در بقای اقتصادی سازمان دارد. انتخاب یک مکان مناسب می‌تواند از هزینه‌های اضافی جلوگیری و باعث سودآوری بیشتر آن سازمان شود. یکی از این فاکتورهای مهم انتخاب مکان تسهیلات کاهش هزینه و بدست آوردن سود مازاد می‌باشد. ما در این مقاله جهت حل مساله انتخاب مکان تسهیلات روش *IVF-COPRAS* را پیشنهاد داده و با روش ارایه‌شده در مقاله مختاریان و همکاران (۲۰۱۴) مقایسه کردیم. مزیت روش پیشنهادی سادگی محاسبات و رتبه‌بندی کامل و در نظر گرفتن معیارهای مثبت و منفی می‌باشد. به دلیل این که در مسایل اقتصادی اهمیت معیارهای مثبت و منفی دو چندان می‌شود، پس استفاده از این روش مفید می‌باشد. محدودیت روش پیشنهادی آن است که گاهی اوقات ممکن است به یک رتبه‌بندی یکنوا منجر نشود. یعنی امکان دارد دو گزینه دارای رتبه یکسان باشند. برای پژوهش‌های آتی می‌توان جهت حل مساله انتخاب مکان تسهیلات و هم چنین مسایل *IVF-MCDM* از روش پیشنهادی یا تلفیق آن با سایر روش‌ها استفاده نمود.

تشکر و قدردانی

نویسندگان از داوران گمنام به جهت راهنمایی و نظراتشان که در بهبود این مطالعه موثر واقع شد نهایت سپاسگزاری را دارند.

منابع مالی

هیچ منابع مالی در این مطالعه وجود ندارد.

تعارض با منافع

هیچ تضادی در منافع در مورد انتشار این مطالعه وجود ندارد، همه نویسندگان، نسخه نهایی ارسال شده را مشاهده و تأیید کرده‌اند. نویسندگان تضمین می‌کنند که مقاله، اثر اصلی آن‌ها بوده، قبلاً چاپ نشده، و در حال حاضر تحت انتشار نمی‌باشد.

منابع

- [1] Ashtiani, B., & Haghghird, F., & Makui, A., & Montazer, G.A. (2009). Extension of fuzzy TOPSIS method based on interval-valued fuzzy sets. *Applied Soft Computing*, 9, 457-46.
- [2] Atanassov, K.T. (1986). Intuitionistic fuzzy sets, *Fuzzy Sets and Systems*, 20(1), 87-96.
- [3] Azizi Nafteh, M., Shahrokhi, M. (2021). Presenting COPRAS Multi-Criteria Group Decision Making Method Using Interval and Punctual Type 2 Fuzzy Sets, *Journal of decisions and operations research*, (In Persian) DOI: <http://dx.doi.org/10.22105/dmor, 297965.1459>.



- [4] Chen, H., & Chen, S.M. (2007). "A new method to measure the similarity between intervalvalued fuzzy numbers," In Proc. *Journal of the Sixth International Conference on Machine Learning and Cybernetics*, Hong Kong, 3, 1403–1408.
- [5] Chen, L.H., & Ouyang, L.Y. (2006). Fuzzy inventory model for deteriorating items with permissible delay in payment, *Applied Mathematics and Computation*, 182(1), 711–726.
- [6] Chen, S.M., & Wang, N.Y., & Pan, J.S. (2009). Forecasting enrollments using automatic clustering technique and fuzzy logical relationships, *Expert Systems with Applications*, 36(8), 11070-11076.
- [7] Das, S., & Kar, S., & Pal, T. (2017). Robust decision making using intuitionistic fuzzy numbers *Granular Computing, Granular Computing*, 2(1), 41-54.
- [8] Deschrijver, G. (2007). Arithmetic operators in interval-valued fuzzy set theory, *Information Sciences*, 177, (14), 2906–2924).
- [9] Deschrijver, G., & Kerre, E.E. (2003). On the relationship between some extensions of fuzzy set theory, *Fuzzy Sets and Systems*, 133(2), 227–235.
- [10] Deschrijver, G., & Kerre, E.E. (2007). "On the position of intuitionistic fuzzy set theory in the framework of theories modelling imprecision," *Information Sciences*, 177(8), 1860–1866.
- [11] Dehghani Filabadi, A., & Hesamian, G. (2021). Development of a multi-period multi-attribute group decision-making method using type- 2 fuzzy set of linguistic variables. *International journal of research in industrial engineering*, 10(2), 138-154.
- [12] Dirik, M. (2022). Type-2 fuzzy logic controller design optimization using the PSO approach for EC prediction. *Journal of fuzzy extension and applications*, 3(2), 158-168.
- [13] EbadiTorkayesh, A., & Simic, V. (2022). Stratified hybrid decision model with constrained attributes: Recycling facility location for urban healthcare plastic waste, *Sustainable Cities and Society*, 77, 103543.
- [14] Ertugrul, I., & Karakasoglu, N. (2007). Ertugrul, I., & Karakaşoğlu, N. (2009). Performance evaluation of Turkish cement firms with fuzzy analytic hierarchy process and TOPSIS methods. *Expert Systems with Applications*, 36(1), 702-715.
- [15] Farnam, M., & Darehmiraqi, M. (2021). Interval valued intuitionistic fuzzy sets; Application in the decision-making process related to the qualitative qualification of contractors, *Journal of decisions and operations research, (In Persian) DOI: <https://dx.doi.org/10.22105/dmor.291162.1427>*.
- [16] Gorzalczany, M.B. (1987). A method of inference in approximate reasoning based on interval valued fuzzy sets. *Fuzzy Sets and Systems*, 21, 1–17.
- [17] Grzegorzewski, P. (2004). "Distances between intuitionistic fuzzy sets and/or interval-valued fuzzy sets based on the hausdorff metric," *Fuzzy Sets and Systems*, 148(2), 319–328.
- [18] Hong, D.H., & Lee, S. (2002). Some algebraic properties and a distance measure for interval valued fuzzy numbers, *Information Sciences*, 148(1–4), 1–10.
- [19] Jahangiri, M., Shamsabadi, A. A., Mostafaeipour, A., Rezaei, M., Yousefi, Y., & Pomares, L. M. (2020). Using fuzzy MCDM technique to find the best location in Qatar for exploiting wind and solar energy to generate hydrogen and electricity. *International Journal of Hydrogen Energy*, 45(27), 13862-13875.
- [20] Jamkhaneh, E.B., & Garg, H. (2018). Some new operations over the generalized intuitionistic fuzzy sets and their application to decision making process, *Granular Computing*, 3(2).
- [21] Joshi, B.P. (2018). Moderator intuitionistic fuzzy sets with applications in multi-criteria decision making. *Granular Computing*, 3(1), 61-73.
- [22] Kaklaushas, A. (2006). Selection of low-e windows in retrofit of public buildings by applying multiple criteria method COPRAS: A Lithuanian case, *Energy and Buildings*, 38(5), 454-462.
- [23] Kane, L., Diakite, M., Kane, S., Bado, H., & Diawara, D. (2021). Date Fully fuzzy transportation problems with pentagonal and hexagonal fuzzy numbers. *Journal of applied research on industrial engineering*, 8 (3), 251-269.
- [24] Lee, Wen-Shiung. (2008). *Combined MCDM techniques for exploring stock selection based on Gordon model*, Expert Systems with Applications.



- [25] Lin, M., Huang, C., & Xu, Z. (2020). MULTIMOORA based MCDM model for site selection of car sharing station under picture fuzzy environment. *Sustainable cities and society*, 53, 101873.
- [26] Mahdiyar, A., Mohandes, S. R., Durdyev, S., Tabatabaee, S., & Ismail, S. (2020). Barriers to green roof installation: An integrated fuzzy-based MCDM approach. *Journal of Cleaner Production*, 269, 122365.
- [27] Mahmooda, T., & Liu, P., & Yec, J., & Khana, Q. (2018). Several hybrid aggregation operators for triangular intuitionistic fuzzy set and their application in multi-criteria decision making, *Granular Computing*, 3 (2).
- [28] Meng, S., & Liu, N., & He, Y. (2017). GIFIHIA operator and its application to the selection of cold chain logistics enterprises, *Granular Computing*, 2(3), 187-197.
- [29] Mokhtarian, M.N., & Sadi-nezhad, S., & Mkui, A. (2014). Mokhtarian, M. N., Sadi-Nezhad, S., & Makui, A. (2014). A new flexible and reliable IVF-TOPSIS method based on uncertainty risk reduction in decision making process. *Applied Soft Computing*, 23, 509-520.
- [30] Nguven, H., Dawal, S., Nukman, Y., Aoyama, H. (2015). *An Integrated Approach of Fuzzy Linguistic Preference Based AHP and Fuzzy COPRAS for Machine Tool Evaluation*, Plos one, |DOI:10.1371/journal.pone.0133599 September 14.
- [31] Raj Mishra, A., Liu, P., Rani, P. (2022). *COPRAS method based on interval-valued hesitant Fermatean fuzzy sets and its application in selecting desalination technology Applied Soft Computing Volume*, 119, 108570.
- [32] Rao, R.V., & Davim, J. P. (2008). Decision-Making Framework Models for Material Selection Using a Combined Multiple Attribute Decision-Making Method, *Journal of Manufacturing Technology*, 35, 751–760.
- [33] Rashida, T., & Beg, I., & S. M. Husnine, S.M. (2014). Robot selection by using generalized interval-valued fuzzy numbers with TOPSIS, *Applied Soft Computing*, (9), 462–468.
- [34] Shih, H. Sh., & Shyur, H. J., & Lee, E. S. (2007). An Extension of TOPSIS for Group Decision Making, *Mathematical and Computer Modelling*, 45, 801–813.
- [35] Saberhoseini, S.F., Edalatpanah, S.A., & Sorourkhah, A. (2022). Choosing the best private-sector partner according to the risk factors in neutrosophic environment. *Big data and computing visions*, 2(2), 61-68.
- [36] Tsaor, S.H., & Chang, T.Y., & Yen, C.H. (2002). The Evaluation of Airline Service Quality by Fuzzy MCDM, *Tourism Management*, 23, 107–115.
- [37] Turksen, L.B. (1986). Interval valued fuzzy sets based on normal forms, *Fuzzy Sets and Systems*, 20 (2), 191–210.
- [38] Wang, G.J., & He, Y.Y. (2000). "Intuitionistic fuzzy sets and I-fuzzy sets," *Fuzzy Sets and Systems*, 110 (2), 271–274.
- [39] Wang, C., & Fu, X., & Meng, S., & He, Y. (2017). Multi-attribute decision making based on the SPIFGIA operators, *Granular Computing*, 2(4), 321-331.
- [40] Wang, G., & Li, X. (1999). Correlation and information energy of interval-valued fuzzy numbers, *Fuzzy Sets and Systems*, 103(1), 169–175.
- [41] Wang, G., & Li, X. (1998). "The applications of interval-valued fuzzy numbers and interval distribution numbers," *Fuzzy Sets and Systems*, 98(3), 331–335.
- [42] Wang, H.Y., & Chen, S.M. (2008). Evaluating students' answer scripts using fuzzy numbers associated with degrees of confidence, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 16(2), 403-415.
- [43] Wang, Y.M., & Yang, J.B., & Xu, D.L., & Chin, K.S. (2007). "On the combination and normalization of interval-valued belief structures," *Information Sciences*, 177, 189–200.
- [44] Wang, Z., & Niu, L.L., & Wu, R.X., & Lan, J. (2014). Multiattribute decision – making method based on risk attitude under interval-valued intuitionistic fuzzy environment, *fuzzy information and engineering*, 6, 489-504.
- [45] Zadeh, L.A. (1965). *Fuzzy Sets*, *Information and Control*, 8, 338-353.
- [46] Adak, A. K., & Kumar, D. (2023). Spherical Distance Measurement Method for Solving MCDM Problems under Pythagorean Fuzzy Environment. *Journal of fuzzy extension and applications*, 4(1), 28-39.

[47] Tekletsadik, S. E. (2022). Productivity Improvement through Ergonomics Sub-system Concern Using MCDM with Goal Programming: A Case Study. International Journal of Research in Industrial Engineering, 11(4), 378-389.

[48] Saberhoseini, S. F., Edalatpanah, S. A., & Sorourkhah, A. (2022). Choosing the Best Private-Sector Partner According to the Risk Factors in Neutrosophic Environment. Big Data and Computing Visions, 2(2), 61-68.



ماده انتشار