E-ISSN: 2676-6159 | P-ISSN: 2538-5079

Journal of Decisions and Operations Research

www.journal-dmor.ir

J. Decis. Oper. Res. Vol. 8, No. 4 (2023) 861–871.

Paper Type: Original-Application Paper

An Interval Valued Fuzzy Complex Proportional Assessment (IVF-COPRAS) Method to Solve MCDM Problem with an Application

Mahin Ashuri[1], Abdullah Hadi-Vinche[1,*], Ali Jamshidi[1]

[1] *Department of Mathematics, Isfahan Branch (Khorasgan), Islamic Azad University, Isfahan, Iran; mahinashoori@gmail.com; abdh12345@yahoo.com; ali.jamshidi@khuisf.ac.ir.*

Citation:

Ashuri, M., Hadi-Vinche, A., & Jamshidi, A. (2023). An interval valued fuzzy complex proportional assessment (IVF-COPRAS) method to solve MCDM problem with an application. *Journal of decisions and operations research, 8*(4), 861-871.

Received: 09/04/2022 Reviewed: 12/05/2022 Revised: 19/07/2022 Accepted: 01/08/2022

Abstract

Purpose: This study aims to tackle the challenging facility location selection problem in Multiple Criteria Decision Making (MCDM) scenarios, explicitly focusing on type-1 fuzzy MCDM issues. The research introduces Interval Valued Fuzzy Numbers (IVFNs) to express ratings, addressing the difficulty in determining precise membership degrees for fuzzy sets.

Methodology: The proposed IVF-COPRAS method, centered on uncertainty risk reduction, is employed to enhance decision-making reliability in IVF decision problems. This methodology is applied to a real-world case involving the selection of a location for municipal wet waste landfill pits in a major Iranian city. Comparative analyses with other methods are conducted to assess the proposed approach.

Findings: The study demonstrates the effectiveness of the IVF-COPRAS method in addressing facility location selection problems within MCDM. By utilizing IVFNs, the method successfully manages uncertainty, leading to more reliable decisions. Application to a practical scenario highlights the method's efficacy, and the comparative analysis provides insights into its performance relative to other methods.

Originality/Value: This research contributes a novel approach with the IVF-COPRAS method for handling facility location selection challenges in MCDM. The reliance on IVFNs offers a unique perspective on uncertainty in decision-making, enhancing decision reliability. The real-world application emphasizes the method's practical significance, providing a valuable contribution to MCDM research and offering a methodological tool for similar decision-making problems across diverse domains.

Keywords: Multiple criteria decision making, Interval valued fuzzy sets, Type-1 fuzzy sets, COPRAS method.

Corresponding Author: abdh12345@yahoo.com

Licensee. **Journal of Decisions and Operations Research**. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (http://creativecommons.org/licenses/by/4.0).

Journal of Decisions and Operations Research

تصمیم‌گیری و تحقیق در عملیات

دوره ۸، شماره (۴)، (۱۴۰۲)، ۸۷۱-۸۶۱

www.journal-dmor.ir

نوع مقاله: پژوهشی-کاربردی

یک روش ارزیابی تجمعی نسبی فازی-بازه‌ای (IVF-COPRAS) برای حل مساله تصمیم‌گیری چندمعیاره فازی همراه با یک کاربرد

مهین عشوری[۱]، عبداله هادی وینچه[۱،*]، علی جمشیدی[۱]

[۱]گروه ریاضی، واحد اصفهان (خوراسگان)، دانشگاه آزاد اسلامی، اصفهان، ایران.

چکیده

هدف: این مطالعه به حل مساله انتخاب مکان تسهیلات در مواجه با سناریوهای تصمیم‌گیری چندمعیاره[۱]، به‌ویژه با تمرکز بر روی مسایل تصمیم‌گیری چندمعیاره فازی نوع-۱ می‌پردازد. در این تحقیق، به‌منظور مقابله با دشواری تعیین درجات عضویت دقیق برای مجموعه‌های فازی، از اعداد فازی-بازه‌ای[۲] برای بیان امتیازها استفاده شده است.

روش‌شناسی پژوهش: روش پیشنهادی *IVF-COPRAS*، با تمرکز بر کاهش ریسک عدم‌قطعیت، برای افزایش قابلیت اطمینان تصمیم‌گیری در مسایل *IVF* استفاده می‌شود. این روش برای یک مورد واقعی که شامل انتخاب مکانی برای گودال‌های دفن زباله مرطوب شهری در یک شهر بزرگ ایران است، اعمال و تحلیل‌های مقایسه‌ای با روش‌های دیگر برای ارزیابی رویکرد پیشنهادی انجام می‌شود.

یافته‌ها: این مطالعه اثربخشی روش *IVF-COPRAS* را در رسیدگی به مسایل انتخاب مکان تسهیلات در *MCDM* نشان می‌دهد. با استفاده از *IVFN*، این روش با موفقیت عدم‌قطعیت را مدیریت می‌کند و منجر به تصمیمات قابل اعتمادتر می‌شود. کاربرد در یک سناریوی عملی، کارایی روش را برجسته می‌کند و تحلیل مقایسه‌ای بینش‌هایی را در مورد عملکرد آن نسبت به روش‌های دیگر ارایه می‌دهد.

اصالت/ارزش‌افزوده علمی: این تحقیق یک رویکرد جدید با روش *IVF-COPRAS* برای مدیریت چالش‌های انتخاب مکان تسهیلات در *MCDM* ارایه می‌کند. اتکا به *IVFNs*، دیدگاه منحصربه‌فردی را در مورد عدم‌قطعیت در تصمیم‌گیری ارایه می‌کند و قابلیت اطمینان تصمیم را افزایش می‌دهد. کاربرد دنیای واقعی بر اهمیت عملی این روش تاکید می‌کند، کمکی ارزشمند به تحقیقات *MCDM* ارایه می نماید و ابزاری روش‌شناختی برای مسایل تصمیم‌گیری مشابه در حوزه‌های مختلف ارایه می‌دهد.

کلیدواژه‌ها: تصمیم‌گیری چندمعیاره، روش کوپراس فازی-بازه‌ای، عدد فازی-بازه‌ای.

۱- مقدمه

نظریه مجموعه فازی[۳] برای نخستین بار توسط زاده [1] معرفی شد. این نظریه در موارد و حوزه‌های بسیاری کاربرد پیدا کرده است و در حل مسایل، علی‌الخصوص مسایل و تصمیم‌گیری‌هایی پیچیده مورد استقبال زیادی قرار گرفته است. اندیشمندان زیادی با مبنا قرار دادن این

[1] Multiple Criteria Decision Making (MCDM)

[2] Interval Valued Fuzzy Numbers (IVFNs)

[3] Fuzzy sets theory

* نویسنده مسئول

abdh12345@yahoo.com

نظریه به ابداع روش‌های مختلف به‌منظور حل مسایل و تصمیم‌گیری‌های چندمعیاره[1] پرداختند. آتاناسوف [2] مجموعه فازی شهودی[2] را بر اساس مجموعه فازی مطرح نمود که موردتوجه بسیاری از پژوهشگران قرار گرفت.

نظریه فازی-بازه‌ای مقدار، که در تعمیم نظریه مجموعه فازی توسط ترکسن [3] مطرح شد، نیز بر پایه اصول اولیه زاده استوار است. چند سال بعد گرزل کزنی [4] استدلال تقریبی را بر پایه مجموعه‌های فازی-بازه‌ای مقدار موردبررسی قرار داد. در سال‌های بعد وانگ و لی [5]، [6] کاربردهایی از اعداد فازی-بازه‌ای مقدار و اعداد بازه‌ای توزیعی در فضای متری شبه احتمالی را معرفی و مفاهیم اعداد فازی-بازه‌ای مقدار را بررسی و روشی برای محاسبه همبستگی بین آن‌ها ارایه دادند. هم‌چنین وانگ و هی [7] نشان دادند که ارتباطی قوی بین مجموعه فازی شهودی آتاناسوف و مجموعه فازی-بازه‌ای مقدار وجود دارد. هانگ و لی [8] بعضی خواص جبری و یک اندازه فاصله را برای اعداد فازی-بازه‌ای مقدار معرفی نمودند. هم‌چنین توسور و همکاران [9] کیفیت سرویس‌های هواپیمایی را به‌وسیله اعداد فازی بررسی کردند. ویشرایور [10] ارتباط بین توسیع اعداد فازی را بررسی نمود.

گرژگورسکی [11] تعدادی فاصله را بین مجموعه‌های فازی-بازه‌ای بر اساس متر هاسدروف را بررسی کرد. چن و اویانک [12] در یک مدل به‌وسیله فازی کردن نرخ زیان آورده[3] و نرخ سود ستانده[4] به‌طور هم‌زمان بر اساس اعداد فازی-بازه‌ای مقدار موردبررسی قرار دادند. کاراکاسوگلو و همکاران [13] از روش کوپراس برای انتخاب پنجره‌های کم ارتفاع در مقاوم‌سازی ساختمان‌های عمومی استفاده کردند. ونگ و همکاران [14] ترکیب نرمال‌سازی ساختارهای فازی-بازه‌ای مقدار را به دست آوردند. در همان سال ویشرایور [10] بعضی از عملکردهای حسابی را در نظریه مجموعه‌های فازی-بازه‌ای مقدار به دست آورد و چن و چن [15] روشی را برای بررسی مسایل فیلر کردن اطلاعات بر اساس فازی-بازه‌ای مقدار معرفی کردند. اورتاگول و کاراکاسوگلو [16] از تحلیل سلسله مراتبی فازی[5] و تاپسیس بهره گرفته‌اند و به تعیین وزن نسبت‌های مالی پرداخته‌اند. ویشرایور و کر [17] تئوری مجموعه اعداد فازی شهودی در نظریه عدم دقت را موردمطالعه قرار دادند. هم‌چنین شی و شور [18] توسیعی از روش تاپسیس را در تصمیم‌گیری ریاضی و مدل‌های کامپیوتری به‌کار برده‌اند. در سال بعد یانگ و چن [19] از اعداد فازی و درجه اطمینان جهت ارزیابی پاسخنامه دانش آموزان استفاده کردند. لی و ونشینگ [20] از ترکیب تکنیک‌های مسایل *MCDM* برای انتخاب سهام با مدل گوردن استفاده کردند. هم‌چنین رو و داویم [21] از مدل‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره برای انتخاب مواد با چند ویژگی تصمیم‌گیری را به کار بردند. چن و همکاران [22] چند روش را برای محاسبه اندازه شباهت در اعداد فازی مقدار معرفی کردند. آشتیانی و همکاران [23] روش تاپسیس را برای رتبه‌بندی اعداد فازی-بازه‌ای ارایه دادند.

وانگ و همکاران [24] نیز بر اساس ویژگی مقادیر بازه‌ای تصمیم‌گیری چندمعیاره فازی شهودی برای نشان دادن خطرپذیری تصمیم‌گیرندگان در تعیین درجه عضویت[6] و درجه عدم عضویت از یک پارامتر ذهنی استفاده کردند. رشید و بیگ [25] یک روش برای جمع کردن نظر چندین تصمیم‌گیرنده که نظرات آن‌ها اعداد فازی-بازه‌ای بودند را ارایه دادند. هم‌چنین آن‌ها یک فاصله کلی برای اعداد فازی-بازه‌ای مقدار ذوزنقه‌ای ارایه کردند. مختاریان و همکاران [26] یک روش انعطاف‌پذیر و قابل اعتماد مبتنی بر کاهش ریسک عدم‌قطعیت در فرآیند تصمیم‌گیری را ارایه دادند.

نوئین و همکاران [27] از یک رویکرد یکپارچه از واژه‌های زبانی فازی مبتنی بر روش فرآیند سلسله مراتبی و *COPRAS* فازی برای ارزیابی ماشین ابزار که شامل یک تصمیم ضروری که اطلاعات آن‌ها نادقیق و فازی می‌باشد و نقش مهمی در بهبود بهره‌وری و انعطاف‌پذیری در تولید دارد را استفاده کردند.

در سال‌های اخیر رتبه‌بندی اعداد فازی خصوصا اعداد فازی-بازه‌ای مقدار موردتوجه ویژه قرار گرفته است. هم‌چنین تعدادی روش برای حل مسایل تصمیم‌گیری چندمعیاره بر اساس اعداد فازی شهودی پیشنهاد شده است. داس و همکاران [28] یک رویکرد قوی را با اعداد فازی-بازه‌ای شهودی معرفی و از رویکرد پیشنهادی برای محاسبه درجه اطمینان[7] نامعمول تصمیم‌گیرنده استفاده کردند.

---

[1] Multi-criteria decisions
[2] Intuitive Fuzzy Set (IFS)
[3] Loss rate
[4] Output interest rate
[5] Fuzzy Analytic Hierarchy Process (FAHP)
[6] Degree of membership
[7] Degree of confidence

منگ و همکاران [29] برخی از اپراتورهای بهینه‌سازی تعادلی ترکیبی القاشده را در محیط‌های فازی شهودی، ازجمله عامل اپراتور بهینه‌سازی ترکیبی القا شده و تعمیم عامل تعامل هیدروژنی القایی تحت محیط‌های فازی شهودی را ارایه نمودند. وانگ و همکاران [30] روابط اولویتی بین معیارهای مختلف با برچسب‌های اولویتی را موردبررسی قرار دادند و اپراتور میانگین سازگاری هندسی[1] فازی شهودی را به‌صورت اولویت‌بندی‌شده مقیاس‌پذیری کردند. محمودا و همکاران [31] نیز برخی از محدودیت موجود در قوانین عملیاتی در اعداد فازی شهودی مثلثی[2] را بیان نمودند. سپس آن‌ها برخی قوانین بهبودیافته و هم‌چنین یک روش تصمیم‌گیری چندمعیاره را پیشنهاد کردند. جوشی [32] در مقاله خود ابتدا قوانین بر روی مجموعه فازی شهودی تعدیل‌شده[3] را تعریف نموده و از مفاهیم مربوطه برای معیارهای تصمیم‌گیری چندمعیاره استفاده نمود. سپس یک اپراتور وزنی و یک اپراتور هندسی با وزن متوسط مدلی استراتژیک را پیشنهاد نمود. در همان سال بالوئی جمخانه و جرج [33] اعداد فازی-بازه‌ای شهودی را تعمیم داده و عملکردهای جدید محاسباتی و هندسی را بر روی آن‌ها معرفی کردند. لین و همکاران [34] با استفاده از روش *MCDM* فازی، روشی را برای انتخاب مکان مناسب برای ساخت ایستگاه اشتراک خودرو پیشنهاد کردند و مدل *MCDM* پیشنهادی را برای حل انتخاب سایت برای ایستگاه‌های اشتراک خودرو در پکن اعمال نمودند. آن‌ها هم‌چنین تحلیل‌های مقایسه‌ای برای تایید برتری مدل *MCDM* پیشنهادی ارایه دادند. در همان سال مهدیور و همکاران [35] در مطالعه‌ای موانع بام سبز را با استفاده از رویکرد *MCDM* فازی بررسی و اولویت‌بندی کرده‌اند. آن‌ها به ترتیب با استفاده از روش دلفی فازی[4] و روش بهترین-بدترین فازی[5]، موانع نصب *GR* را شناسایی و اولویت‌بندی می‌کنند. یافته‌ها نشان می‌دهد که موانع «هزینه اولیه بالا» و «عدم آگاهی و دانش» برای نصب *IGR* و *EGR* به ترتیب مهم‌ترین هستند. جهانگیری و همکاران [36] در مطالعه‌ای با استفاده از تکنیک *MCDM* فازی بهترین مکان را در قطر برای استفاده از انرژی باد و خورشید برای تولید هیدروژن و الکتریسیته پیدا کردند؛ بنابراین، برای انتخاب تنها یک ایستگاه از بین پنج منطقه، یک روش فازی به‌عنوان یک تکنیک اولویت‌بندی به‌کار گرفته شد. نتایج نشان داد که سایت فرودگاه بین‌المللی دوحه، مناسب‌ترین مکان برای ساخت سیستم تولید انرژی هیبریدی خورشیدی-بادی است.

عزیزی نفته و شاهرخی [37] روش تصمیم‌گیری چندمعیاره کوپراس با استفاده از مجموعه فازی نوع ۲ فاصله‌ای و نقطه‌ای[6] را ارایه دادند و با ارایه مثال عددی نشان دادند روش پیشنهادی آن‌ها در حل مسایل تصمیم‌گیری چندمعیاره فازی با استفاده از روش کوپراس نتایج مطلوب‌تری برای تک تک گزینه‌ها محاسبه می‌کند. فرنام و همکاران [38] با رویکرد تلفیقی، روشی کارآمد و پارامتری برای اولویت‌بندی گزینه‌هایی با اعداد فازی شهودی-بازه‌ای مقدار ارایه دادند و از روش پیشنهادی برای ارزیابی صلاحیت کیفی پیمانکاران استفاده کردند. دهقانی فیل‌آبادی و همکاران [39] با یک عملگر ادغام کننده جدید به نام میانگین حسابی وزنی اعداد فازی نوع-۲[7] برای تصمیم‌گیری استفاده کردند. کانی و همکاران [40] یک فرمول برای مسایل حمل‌ونقل کاملا فازی شامل اعداد فازی پنج‌ضلعی و شش‌ضلعی برای هزینه‌های حمل‌ونقل و ارزش‌های عرضه و تقاضا ارایه دادند. آن‌ها تکنیک جدیدی را برای بهبود روش‌ها برای حل مسایل حمل‌ونقل کاملا فازی با پارامترهای داده‌شده به‌عنوان اعداد فازی پنج‌ضلعی و شش‌ضلعی معرفی کردند و الگوریتم‌هایی برای یافتن راه‌حل بهینه فازی غیرمنفی مسایل حمل‌ونقل کاملا فازی با پارامترهایی که به‌صورت اعداد فازی پنج‌ضلعی و شش‌ضلعی ارایه‌شده پیشنهاد کردند.

خلیفا [41] از اعداد فازی-بازه‌ای برای حل یک مساله انتساب چندهدفه با پارامترهای فازی[8] استفاده کرد. وی یک رویکرد جدید برای به دست آوردن ایده‌ال و مجموعه تمام راه‌حل‌های کارآمد فازی برای حل این مسایل ارایه داد.

صابرحسینی و همکاران [42] از اعداد فازی برای انتخاب بهترین شریک بخش خصوصی برای مشارکت بین دولت و بخش خصوصی[9] استفاده کردند. ازآن‌جاکه مجموعه‌های نوتروسفیک تک ارزشی[10] برای مدیریت اطلاعات مبهم و ناقص غیردقیق هستند، رتبه‌بندی گزینه‌های ارایه‌شده توسط تصمیم‌گیرندگان را با یک نظریه فازی بیان کردند. آن‌ها یک رویکرد ساده و عملی برای حل مشکل انتخاب

[1] Average geometric compatibility operator
[2] Intuitive Triangular Fuzzy Numbers (ITFNs)
[3] Moderator intuitionistic fuzzy sets
[4] Fuzzy Delphi Method (FDM)
[5] Fuzzy Best–Worst Method (FBWM)
[6] Interval and punctual type 2 fuzzy sets
[7] Multi-Period Trapezoidal Interval Type-2 Fuzzy Number Weighted Arithmetic (MPTIT2FNWA) averaging
[8] Multi-Objective Assignment Problem with Fuzzy Parameters (FMOASP)
[9] Public-Private Partnership (PPP)
[10] Single-Valued Neutrosophic Sets (SVNS)

بهترین خصوصی پیشنهاد کردند. این رویکرد بحرانی‌ترین عوامل خطر موثر بر پروژه را در نظر می‌گیرد و با استفاده از *SVNS* با عدم‌قطعیت مقابله می‌کند.

دریک [43] یک مدل ترکیبی برای مسایل پیش‌بینی مبتنی بر *IT2FIS*[1] و بهینه‌سازی ازدحام ذرات[2] پیشنهاد کردند. سهم اصلی این کار کشف استراتژی ایده‌آل برای ایجاد یک بردار مقدار بهینه برای بهینه‌سازی است. تابع عضویت کنترل‌کننده فازی که کنترل‌کننده فازی بهینه‌شده از نوع ۲ می‌باشد، کنترل‌کننده فازی-بازه‌ای است که بهتر از کنترل‌کننده فازی نوع ۱ در مدیریت عدم‌قطعیت می‌باشد. در مدل آن‌ها دامنه تابع عضویت مجموعه فازی نوع ۲، مجموعه‌های فازی نوع ۱ است که رد عدم‌قطعیت را در این شرایط توضیح می‌دهد.

عبادی ترکایش و سیمیک [44] یک مدل تصمیم‌گیری ترکیبی محدود را جهت انتخاب بهترین مکان تاسیسات بازیافت شهر استانبول در کشور ترکیه ارایه دادند. روش آن‌ها ترکیبی از روش طبقه‌بندی سلسله‌مراتبی بهترین-بدترین (*H-SBWM*) و حل مصالحه ترکیبی محدود (*COCOSO*) و وزن محدود بود که آن‌ها از این روش در یک مطالعه موردی شامل شش مکان نامزد در استانبول برای انتخاب بهترین مکان جهت تاسیس مکان بازیافت استفاده کردند. راج میشرا و همکاران [45] با کمک روش کوپراس فرآیند انتخاب فناوری نمک‌زدایی برای تصفیه آب خوراکی را در محیط *IVHFFS*[3] موردبررسی قرار دادند. در این فرآیند ارزیابی مهم‌ترین معیارهای موثر بر فرآیند نمک‌زدایی شامل معیارهای فنی، اجتماعی، محیطی و اقتصادی می‌باشد که این معیارها اعدادی در محیط *IVHFFS* هستند. آن‌ها نشان دادند که مدل پیشنهادی می‌تواند عملکرد علمی بهتری در زمانی که با اعداد فازی و نادقیق روبه‌رو هستیم داشته باشد.

با بررسی مقاله‌های بالا و هم‌چنین یک مرور اجمالی بر ادبیات تحقیق نشان می‌دهد که تاکنون روش‌های تصمیم‌گیری با اعداد فازی-بازه‌ای چندان موردتوجه قرار نگرفته‌اند؛ به‌ویژه که روش کوپراس یک روش شناخته‌شده در تصمیم‌گیری چندمعیاره است. در این مقاله برای نخستین بار روش کوپراس با اعداد فازی-بازه‌ای معرفی می‌شود. روش پیشنهادی ساده بوده و به‌راحتی قابل پیاده‌سازی است.

ساختار این مقاله به شرح زیر است: در بخش بعدی اعداد فازی-بازه‌ای مرور خواهد شد و برخی از خواص آن‌ها ذکر می‌گردد. بخش سوم اختصاص به روش پیشنهادی دارد. سپس روش پیشنهادی به همراه یک مثال واقعی در بخش چهارم توضیح داده خواهد شد. بخش پایانی مقاله شامل نتیجه‌گیری و پیشنهادهایی برای تحقیقات آتی است.

۲- اعداد فازی-بازه‌ای

اغلب در تئوری مجموعه‌های فازی، بیان تابع عضویت به‌صورت دقیق دشوار است. ازاین‌رو، مناسب‌تر است که ماتریس تصمیم[4] بر اساس اعداد فازی-بازه‌ای بیان شوند. یک عدد فازی-بازه‌ای بر روی $(-\infty,\infty)$ به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$A=\left\{x,\left\{\mu_A^L(x),\mu_A^U(x)\right\}\right\}, \qquad (۱)$$

که در آن $\mu^L(x)\ .\ A=\{(x,\mu_A(x))\}$ $x\in(\infty,+\infty)$ ، $\mu(x)=[\mu^L(x),\mu^U(x)]$ ، $\mu_A^L(x),\mu_A^U(x):X\to[0,1]$ $for\ all$ $x\in X,\mu^L\le\mu^U$ را کران پایین درجه عضویت و $\mu^U(x)$ کران بالای درجه عضویت می‌باشد.

مساله‌ای را در نظر بگیرید که شامل m گزینه و n معیار باشد، $\tilde{X}=\left[\tilde{x}_{ij}\right]_{m\times n}$ را ماتریس تصمیم در نظر بگیرید که در آن عملکرد گزینه i نسبت به معیار jth با عدد فازی-بازه‌ای $\tilde{x}_{ij}$ نشان داده می‌شود که در **شکل ۱** نشان داده شده است. به‌علاوه فرض می‌کنیم که مولفه‌های بردار وزن، یعنی $\tilde{w}_{ij}$ نیز به‌صورت اعداد فازی مثلثی بازه‌ای بیان شده باشند.

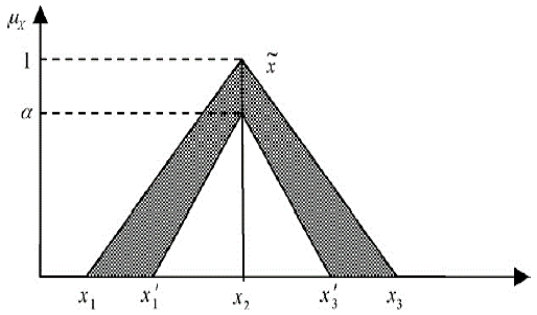
$$\tilde{X}=\begin{cases}(x_1,x_2,x_3)\\(x_1',x_2',x_3')\end{cases}.$$

[1] Interval Type-2 fuzzy Inference System (IT2FIS)

[2] Particle Swarm Optimization (PSO)

[3] Interval-Valued Hesitant Fermatean Fuzzy Set (IVHFFS)

[4] Decision matrix



شکل ۱- عدد فازی مثلثی بازه‌ای.
Figure 1- Interval triangular fuzzy number.

هم‌چنین x را می‌توان به‌صورت $\tilde{x}=[(x_1,x_1'),x_2,(x_3',x_3)]$ نشان داد که به کارشناسان این اجازه را می‌دهد تا نظرات در مورد معیارها و گزینه‌ها را به‌صورت فاصله‌ای از حداقل و حداکثر بیان کنند. هم‌چنین، در تصمیم‌گیری گروهی که شامل K کارشناس است، می‌توان نظرات را به‌صورت زیر ادغام کرد:

$$\tilde{x}_{ij}=\frac{1}{K}[\tilde{x}_{ij}^{1}+\tilde{x}_{ij}^{2}+\cdots+\tilde{x}_{ij}^{k}],$$
$$\tilde{w}_{ij}=\frac{1}{K}[\tilde{w}_{ij}^{1}+\tilde{w}_{ij}^{2}+\cdots+\tilde{w}_{ij}^{k}]. \qquad (۲)$$

معادله بالا نشان‌دهنده میانگین $\tilde{x}_{ij}$ و $\tilde{w}_{ij}$ نظرات کارشناسان است. عملگر (+) بیان‌کننده جمع فازی است و ازاین‌رو مقادیر $\tilde{x}_{ij}$ و $\tilde{w}_{ij}$ نیز فازی-بازه‌ای خواهند شد.

با توجه به این‌که $\tilde{x}_{ij}=[(a_{ij},a_{ij}'),b_{ij},(c_{ij}',c_{ij})]$ ، ماتریس تصمیم نرمال شده به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

فرض کنید Ω_b مجموعه معیارهای مثبت و Ω_c مجموعه معیارهای منفی باشد، در این صورت:

$$\tilde{r}_{ij}=[(\frac{a_{ij}}{c_j^+},\frac{a_{ij}'}{c_j^+}),\frac{b_{ij}}{c_j^+},(\frac{c_{ij}'}{c_j^+},\frac{c_{ij}}{c_j^+})] \qquad i=1,\cdots,n \qquad j\in\Omega_b,$$
$$\tilde{r}_{ij}=[(\frac{a_j}{c_{ij}},\frac{a_j}{c_{ij}'}),\frac{a_j}{b_{ij}},(\frac{a_j}{a_{ij}'},\frac{a_j}{a_{ij}})] \qquad i=0,\cdots,n \qquad j\in\Omega_c, \qquad (۳)$$
$$c_j^+=\max_i c_{ij} \qquad j\in\Omega_b,$$
$$a_{ij}=\min_i a_{ij} \qquad j\in\Omega_c.$$

۳- روش کوپراس فازی-بازه‌ای[1]

قدم‌های روش کوپراس فازی بازه‌ای (*IVF-COPRAS*) در زیر تشریح می‌گردد:

فرض کنید ماتریس تصمیم به‌صورت **جدول ۱** باشد.

جدول ۱- ماتریس تصمیم.
Table 1- Decision matrix.

A	w_1	w_2	...	w_j	...	w_n
	c_1	c_2	...	c_j	...	c_n
A_1	x_{11}	x_{12}	...	x_{1j}	...	x_{1n}
⋮	⋮	⋮	⋯	⋮	⋯	⋮
A_i	x_{i1}	x_{i2}	...	x_{ij}	...	x_{in}
⋮	⋮	⋮	...	⋮	...	⋮
A_m	x_{m1}	x_{m2}	...	x_{mj}	...	x_{mn}

[1] IVF-COPRAS

که در آن $\tilde{x}_{ij} = [(a_{ij}, a'_{ij}), b_{ij}, (c'_{ij}, c_{ij})]$.

۱. ماتریس تصمیم را طبق **رابطه (۳)** نرمال می‌کنیم.

۲. با در نظر گرفتن اهمیت‌های متفاوت معیارها، می‌توان ماتریس نرمال شده وزن‌دار را به دست آورد. این ماتریس با $\tilde{V} = [\tilde{v}_{ij}]_{n\times m}$ نشان داده می‌شود که $\tilde{v}_{ij} = \tilde{r}_{ij} \times \tilde{w}_{ij}$. مطابق با تعریف ضرب اعداد فازی، ماتریس نرمال وزن‌دار به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$v = [(r1_{ij} \times w1_{ij}, r1'_{ij} \times w1'_{ij}), r2_{ij} \times w2_{ij}, (r3'_{ij} \times w3'_{ij}, r3_{ij} \times w3_{ij})]. \quad (۴)$$

۳. محاسبه مجموع مقادیر بی‌مقیاس شده موزون برای معیارهای مثبت و منفی: در این گام معیارهای مثبت و منفی مشخص شده و سپس شاخص‌های S^+ و S^- از روابط زیر محاسبه می‌شوند:

$$s_j^+ = \sum_{j=1}^{n} v_{ij},$$
$$s_j^- = \sum_{j=1}^{n} v_{ij}. \quad (۵)$$

۴. رتبه‌بندی نهایی گزینه‌ها: در این گام با توجه به رابطه زیر که محاسبه شاخص کوپراس است، گزینه‌ها را رتبه‌بندی می‌نماییم. هر چه مقدار Q_j بزرگ‌تر باشد نشان‌دهنده رتبه بهتر آن گزینه در اولویت‌بندی است و گزینه‌ای که بیش‌ترین مقدار را دارد گزینه ایده‌آل است.

$$Q_j = s_j^+ + \frac{\sum_{j=1}^{n} s_j^+}{s_j^+ \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{s_j}}. \quad (۶)$$

۵. مرحله نهایی مشخص کردن گزینه است و بهترین وضعیت را در بین معیارها دارد که با افزایش یا کاهش رتبه هر گزینه درجه اهمیت آن نیز افزایش یا کاهش می‌یابد. گزینه‌ای که بهترین وضعیت را به لحاظ معیارها داشته باشند، با بالاترین درجه اهمیت N_j مشخص می‌شوند که در میان این دامنه، بهترین و بدترین گزینه تعیین می‌شوند. درجه اهمیت N_j هر گزینه A_j بر اساس فرمول زیر محاسبه می‌شود:

$$\tilde{X} = \begin{cases} (x_1, x_2, x_3) \\ (x'_1, x'_2, x'_3) \end{cases}. \quad (۷)$$

۴- مثال عددی

یکی از مهم‌ترین مسایل تصمیم‌گیری مساله انتخاب مکان تسهیلات[1] می‌باشد که در این‌گونه مسایل گزینه‌ها و معیارها به‌صورت کمی و کیفی بیان می‌شوند. مساله انتخاب مکان تسهیلات به‌عنوان عامل مهمی برای حفظ بقای یک شرکت در محیط رقابتی می‌باشد. باید به این نکته توجه داشت که انتخاب نامناسب محل تاسیسات پیامدهای منفی به دنبال دارد و شاید ضررهایی غیرقابل‌جبران به شرکت وارد نماید.

در این مقاله مثال حل‌شده در تحقیق مختاریان و همکاران [26] که یک مشکل کاربردی واقعی را در رابطه با حفر چند گودال برای دفن زباله‌های مرطوب یکی از شهرهای بزرگ ایران (اصفهان) را ارایه می‌دهد بررسی می‌کنیم. در این مثال شهرداری از یک تیم چهار نفره جهت اظهارنظر در مورد گزینه‌ها و معیارها استفاده کرده است و معیارها و نظرات به‌صورت واژه‌های زبانی بیان شده‌اند و برای تبدیل آن‌ها به اعداد فازی-بازه‌ای، از مقاله آشتیانی و همکاران [23] با توجه به اعداد فازی متناظر با واژه‌های زبانی در این پژوهش استفاده شده است (**جدول ۱** و **جدول ۲**). این تیم چهار نفره، سه مکان تقریبا در شمال غرب (*A1*)، شرق (*A2*) و جنوب شرقی (*A3*) شهر را برای حفر چند گودال در نظر گرفت و هریک از مکان‌ها را بر اساس هفت معیار تصمیم‌گیری ازجمله: ۱- سهولت دسترسی به مکان (*C1*)، ۲- خطر آسیب آتی به محیط (*C2*)، ۳- ارزش پولی محل برحسب دلار (*C3*)، ٤- مقدار ترکیبات تجزیه‌کننده در خاک (*C4*)، ٥- سهولت گسترش در آینده (*C5*)، ٦- میزان بادهای سالانه در جهت شهر (*C6*) و ۷- خطر قرار گرفتن مکان در جهت توسعه شهر (*C7*) در نظر گرفته شده است. معیارهای *C1*، *C4* و *C5* معیار مثبت و معیارهای *C2*، *C3*، *C6* و*C7* معیار منفی می‌باشند. **جدول ۳** بیانگر نظرات تیم چهار نفره در مورد معیارها می‌باشد.

[1] Facility location selection

جدول ۲- مقیاس مقایسه‌ها برای معیارها.

Table 2- Scale comparisons for criteria.

Linguistic Variable	Interval Valued Fuzzy Number
خیلی کم (VL)	[(0,0),0,(1,1.5)]
کم (L)	[(0,0.5),1,(2.5,3.5)]
نسبتا کم (ML)	[(0,1.5),3,(4.5,5.5)]
متوسط (M)	[(2.5,3.5),0.5,(6.5,7.5)]
نسبتا خوب (MH)	[(4.5,5.5),7,(8,9.5)]
خوب (H)	[(5.5,7.5),9,(9.5,10)]
خیلی خوب (VH)	[(8.5,9.5),10,(10,10)]

جدول ۳- مقیاس مقایسه‌ها برای وزن معیارها.

Table 3- Scale comparisons for weighting criteria.

Linguistic Variable	Interval Valued Fuzzy Number
خیلی کم (VL)	[(0,0),0,(0.1,0.15)]
کم (L)	[(0,0.5),0.1,(0.24,0.35)]
نسبتا کم (ML)	[(0,0.15),0.3,(0.45,0.55)]
متوسط (M)	[0.25,0.35),0.5,(0.065,0.75)]
نسبتا خوب (MH)	[(0.45,0.55),0.7,(0.8,0.95)]
خوب (H)	[(0.55,0.75),0.9,(0.95,1)]
خیلی خوب (VH)	[(0.85,0.75),1,(1,1)]

جدول ۴- میزان اهمیت وزن‌ها برای معیارها ازنظر کارشناسان.

Table 4- The importance of weights for criteria according to experts' view.

Criteria	DM1	DM2	DM3	DM4	Aggregated INFN
C1	H	VH	M	MH	[(0.53,0.65),0.78,(0.78,0.93)]
C2	VH	MH	H	H	[(0.60,0.75),0.88,(0.93,0.99)]
C3	M	M	ML	H	[(0.26,0.40),0.55,(0.68,0.76)]
C4	H	VH	MH	VH	[(0.68,0.80),0.90,(0.94,0.99)]
C5	VH	H	VH	MH	[(0.68,0.80),0.90,(0.94,0.99)]
C6	MH	M	ML	H	[(0.31,0.45),0.60,(0.71,0.81)]
C7	H	VH	VH	VH	[(0.78,0.90),0.98,(0.99,1.00)]

نظرات تیم در مورد گزینه‌ها و معیارها در **جدول ۳** و **جدول ٤** داده شده است. نظرات در جداول به‌صورت اعداد فازی-بازه‌ای تبدیل شده و ماتریس تصمیم تشکیل داده می‌شود.

جدول ۵- مقادیر سه گزینه با توجه به معیارها.

Table 5- The values of the three options according to the criteria.

Criteria	Alternatives	DM1	DM2	DM3	DMs DM3
C1	A1	M	MH	L	L
	A2	H	H	VH	VH
	A3	H	MH	L	ML
C2	A1	M	M	H	ML
	A2	ML	L	M	MH
	A3	H	H	MH	MH
C3	A1	2	2	2	2
	A2	3.4	3.4	3.4	3.4
	A3	2.8	2.8	2.8	2.8
C4	A1	H	VH	VH	MH
	A2	VL	VL	L	M
	A3	H	MH	MH	H
C5	A1	ML	MH	MH	M
	A2	VH	VH	H	VH
	A3	VL	ML	L	M
C6	A1	L	L	M	VL
	A2	ML	M	M	M
	A3	H	H	MH	VH
C7	A1	M	L	ML	L
	A2	M	VH	M	ML
	A3	VH	VH	H	VH

اکنون اقدام به پیاده‌سازی روش پیشنهادی می‌کنیم. ابتدا ماتریس تصمیم را از واژه‌های زبانی به‌صورت اعداد فازی-بازه‌ای تبدیل می‌کنیم که در **جدول ٦** آمده است.

جدول ۶- ماتریس نرمال.

Table 6- Normal matrix.

C	W	A		
		A1	A2	A3
C1	[(0.53,.065),0.78,(0.78,0.93)]	[(1.75,2.50),3.50,(4.88,6.00)]	[(7.00,8.50),9.50,(9.75,10.00)]	[(2.50,3.63),4.75,(5.75,6.63)]
C2	[(0.60,0.75),0.88,(0.93,0.99)]	[(3.75,5.00),6.50,(7.63,8.63)]	[(0.63,1.75),3.00,(4.50,5.50)]	[(5.00,6.50),8.00,(8.75,9.75)]
C3	[(0.26,0.40),0.55,(0.68.0.76)]	[(2.00,2.00),2.00,(2.00,2.00)]	[(3.40,3.40),3.40,(3.40,3.40)]	[(2.80,2.80),2.80,(2.80,2.80)]
C4	[(0.68,0.80),0.90,(0.94,0.99)]	[(6.75,8.00),9.00,(9.38,9.88)]	[(0.36,1.00),1.50,(2.75,3.50)]	[(5.00,6.50),8.00,(8.75,9.75)]
C5	[(0.68,0.80),0.90,(0.94,0.99)]	[(2.88,3.75),5.50,(6.75,8.00)]	[(7.75,6.75),9.75,(9.88,10.00)]	[(0.63,1.38),2.25,(3.63,4.50)]
C6	[(0.31,0.45),0.60,(0.71,0.81)]	[(0.63,1.13),1.75,(3.13,4.00)]	[(3.00,4.00),5.50,(6.88,8.00)]	[(6.00,7.50),8.75,(9.25,9.88)]
C7	[(0.78,0.90),0.98,(0.99,1.00)]	[(0.63,1.50),2.50,(3.75,5.00)]	[(3.38,4.50),5.75,(6.88,7.63)]	[(7.75,9.00),9.75,(9.88,10.00)]

ماتریس تصمیم نرمال شده به‌صورت **جدول ۷** می‌باشد.

جدول ۷- ماتریس نرمال شده.

Table 7- Normalized matrix.

	C	A	
	A1	A2	A3
C1	[(0.18,0.25),0.35,(0.49,0.60)]	[(0.70,0.85),0.95,(0.98,1.00)]	[(0.25,0.36),0.48,(0.58,0.66)]
C2	[(0.07,0.08),0.10,(0.13,0.17)]	[(0.11,0.14),0.21,(0.36,1.00)]	[(0.06,0.07),0.08,(0.10,0.13)]
C3	[(1.00,1.00),1.00,(1.00,1.00)]	[(0.59,0.59),0.59,(0.59,0.59)]	[(0.71,0.71),0.71,(0.71,0.71)]
C4	[(0.68,0.81),0.91,(0.95,1.00)]	[(0.06,0.10),0.15,(0.28,0.35)]	[(0.51,0.66),0.81,(0.89,0.99)]
C5	[(0.29,0.38),0.55,(0.68,0.80)]	[(0.78,0.68),0.98,(0.99,1.00)]	[(0.06,0.14),0.23,(0.36,0.45)]
C6	[(0.16,0.20),0.36,(0.56,1.00)]	[(0.08,0.09),0.11,(0.16,0.21)]	[(0.06,0.07),0.07,(0.08,0.10)]
C7	[(0.13,0.17),0.25,(0.42,1.00)	[(0.06,0.06),0.06,(0.07,0.08)]	[(0.06,0.06),0.06,(0.07,0.08)]

در **جدول ۸**، ماتریس تصمیم نرمال شده وزن‌دار را داریم.

جدول ۸- جدول نرمال شده وزن‌دار.

Table 8- Weighted normalized matrix.

	C	A	
	A1	A2	A3
C1	[(0.09,0.16),0.27,(0.38,0.56)]	[(0.37,0.55),0.74,(0.76,0.93)]	[(0.13,0.24),0.37,(0.45,0.61)]
C2	[(0.04,0.06),0.08,(0.12,0.16)]	[(0.07,0.10),0.18,(0.33,0.99)]	[(0.04,0.05),0.07,(0.09,0.12)]
C3	[(0.26,0.40),0.55,(0.68,0.76)]	[(0.15,0.24),0.32,(0.40,0.45)]	[(0.19,0.29),0.39,(0.48,0.54)]
C4	[(0.46,0.65),0.82,(0.89,0.99)]	[(0.04,0.08),0.14,(0.26,0.35)]	[(0.34,0.53),0.73,(0.83,0.98)]
C5	[(0.19,0.30),0.50,(0.63,0.79)]	[(0.25,0.54),0.88,(0.93,0.99)]	[(0.04,0.11),0.20,(0.34,0.44)]
C6	[(0.05,0.09),0.21,(0.40,0.81)]	[(0.02,0.04),0.07,(0.11,0.17)]	[(0.02,0.03),0.04,(0.06,0.08)]
C7	[(0.10,0.15),0.24,(0.41,1.00)]	[(0.06,0.08),0.11,(0.14,0.19)]	[(0.05,0.06),0.06,(0.07,0.08)]

در مرحله پایانی شاخص کوپراس فازی-بازه‌ای را در **جدول ۹** می‌بینیم و درنهایت درجه اهمیت در ستون آخر جدول نشان داده شده است.

جدول ۹- جمع مقادیر معیارهای مثبت و منفی.

Table 9- The sum of the values of positive and negative criteria.

A	S+	S-
A1	[(0.75,1.11),1.59,(1.90,2.33)]	[(0.45,0.70),1.09,(1.60,2.74)]
A2	[(0.94,1.17),1.75,(1.94,2.26)]	[(0.31,0.46),0.68,(0.98,1.79)]
A3	[(0.52,0.87),1.30,(1.62,2.03)]	[(0.29,0.43),0.57,(0.70,0.83)]

جدول ۱۰- شاخص کوپراس مقدار اهمیت نسبی گزینه‌ها.

Table 10- COPRAS index value of the relative importance of alternative.

A	Q_j	N_j
A1	[(0.79,1.28),2.1,(3.42,7.93)]	78.86
A2	[(1,1.45),2.58,(4.24,10.41)]	100.00
A3	[(0.66,1.26),2.29,(4.11,10.63)]	96.29

نتایج حاصل از روش کوپراس فازی-بازه‌ای نشان می‌دهد که گزینه دوم دارای اولویت اول است. پس‌ازآن، به ترتیب گزینه‌های سوم و اول در اولویت‌های بعدی هستند.

در مقایسه با مقاله مختاریان و همکاران [26]، در ترتیب اولویت گزینه‌ها جای گزینه دوم و اول عوض شده است. در مقاله مختاریان و همکاران [26] گزینه اول مهم‌ترین گزینه بوده است. با نگاهی دقیق به مقاله مختاریان و همکاران [26] که در آن سه مقایسه بین گزینه‌ها با توجه به کاهش ریسک عدم‌قطعیت روش *IVF-TOPSIS* انجام شده که در دو مقایسه اول و دوم آن رتبه‌بندی با مدل پیشنهادی مقاله یکسان بود و درنهایت با میانگین‌گیری که از سه مقایسه انجام شد، رتبه‌بندی با رتبه‌بندی پیشنهادی متفاوت می‌باشد. هم‌چنین اگر نگاهی به مقادیر اعداد فازی برای گزینه‌ها انداخته شود، می‌توان دریافت که گزینه دوم وضعیت بهتری نسبت به گزینه اول و سوم دارد. درواقع، این گزینه در اکثر زیرمعیارهای منفی مقداری کم‌تر از گزینه‌های دیگر دارد. هم‌چنین در زیرمعیارهای مثبت نیز در اکثر موارد مقداری بزرگ‌تر از گزینه‌های دیگر دارد؛ بنابراین، نتایج مدل کوپراس فازی-بازه‌ای در این پژوهش مطابقت بیش‌تری با واقعیت دارد.

۵- نتیجه‌گیری

انتخاب مکان مناسب تسهیلات، یکی از مهم‌ترین و راهبردی‌ترین تصمیمات در صنایع مختلف می‌باشد که اثر بسزایی در عملکرد و کارایی آن سازمان دارد. انتخاب یک مکان خوب، تاثیر بسیاری در بقای اقتصادی سازمان دارد. انتخاب یک مکان مناسب می‌تواند از هزینه‌های اضافی جلوگیری و باعث سودآوری بیش‌تر آن سازمان شود. یکی از این فاکتورهای مهم، انتخاب مکان تسهیلات، کاهش هزینه و به دست آوردن سود مازاد می‌باشد. در این مقاله جهت حل مساله انتخاب مکان تسهیلات، روش *IVF-COPRAS* پیشنهاد شده و با روش ارایه‌شده در مقاله مختاریان و همکاران [26] مقایسه گردید. مزیت روش پیشنهادی سادگی محاسبات و رتبه‌بندی کامل و در نظر گرفتن معیارهای مثبت و منفی می‌باشد. به‌دلیل این‌که در مسایل اقتصادی اهمیت معیارهای مثبت و منفی دوچندان می‌شود، پس استفاده از این روش مفید می‌باشد. محدودیت روش پیشنهادی آن است که گاهی اوقات ممکن است به یک رتبه‌بندی یکنوا منجر نشود؛ یعنی امکان دارد دو گزینه دارای رتبه یکسان باشند. برای پژوهش‌های آتی می‌توان جهت حل مساله انتخاب مکان تسهیلات و هم‌چنین مسایل *IVF-MCDM*، از روش پیشنهادی یا تلفیق آن با سایر روش‌ها استفاده نمود.

تشکر و قدردانی

نویسندگان از داوران گمنام به جهت راهنمایی و نظراتشان که در بهبود این مطالعه موثر واقع شد نهایت سپاسگزاری را دارند.

منابع مالی

هیچ منابع مالی در این مطالعه وجود ندارد.

تعارض با منافع

هیچ تضادی در منافع در مورد انتشار این مطالعه وجود ندارد، همه نویسندگان، نسخه نهایی ارسال‌شده را مشاهده و تایید کرده‌اند. نویسندگان تضمین می‌کنند که مقاله، اثر اصلی آن‌ها بوده، قبلا چاپ نشده و در حال حاضر تحت انتشار نمی‌باشد.

منابع

[1] Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and control*, *8*(3), 338–353.

[2] Atanassov, K. T. (1986). Intuitionistic fuzzy sets. *Fuzzy sets and systems*, *20*(1), 87–96.

[3] Turksen, I. B. (1986). Interval valued fuzzy sets based on normal forms. *Fuzzy sets and systems*, *20*(2), 191–210. DOI:10.1016/0165-0114(86)90077-1

[4] Gorzałczany, M. B. (1987). A method of inference in approximate reasoning based on interval-valued fuzzy sets. *Fuzzy sets and systems*, *21*(1), 1–17. DOI:10.1016/0165-0114(87)90148-5

[5] Wang, G., & Li, X. (1998). The applications of interval-valued fuzzy numbers and interval-distribution numbers. *Fuzzy sets and systems*, *98*(3), 331–335. DOI:10.1016/s0165-0114(96)00368-5

[6] Wang, G., & Li, X. (1999). Correlation and information energy of interval-valued fuzzy numbers. *Fuzzy sets and systems*, *103*(1), 169–175. DOI:10.1016/S0165-0114(97)00303-5

[7] Wang, G. J., & He, Y. Y. (2000). Intuitionistic fuzzy sets and L-fuzzy sets. *Fuzzy sets and systems*, *110*(2), 271–274.

[8] Hong, D. H., & Lee, S. (2002). Some algebraic properties and a distance measure for interval-valued fuzzy numbers. *Information sciences*, *148*(1–4), 1–10.

[9] Tsaur, S. H., Chang, T. Y., & Yen, C. H. (2002). The evaluation of airline service quality by fuzzy MCDM. *Tourism management*, *23*(2), 107–115.

[10] Deschrijver, G. (2007). Arithmetic operators in interval-valued fuzzy set theory. *Information sciences*, *177*(14), 2906–2924. DOI:10.1016/j.ins.2007.02.003

[11] Grzegorzewski, P. (2004). Distances between intuitionistic fuzzy sets and/or interval-valued fuzzy sets based on the Hausdorff metric. *Fuzzy sets and systems*, *148*(2), 319–328. DOI:10.1016/j.fss.2003.08.005

[12] Chen, L. H., & Ouyang, L. Y. (2006). Fuzzy inventory model for deteriorating items with permissible delay in payment. *Applied mathematics and computation*, *182*(1), 711–726.

[13] Kaklauskas, A., Zavadskas, E. K., Raslanas, S., Ginevicius, R., Komka, A., & Malinauskas, P. (2006). Selection of low-e windows in retrofit of public buildings by applying multiple criteria method COPRAS: A Lithuanian case. *Energy and buildings*, *38*(5), 454–462. DOI:10.1016/j.enbuild.2005.08.005

[14] Wang, Y. M., Yang, J. B., Xu, D. L., & Chin, K. S. (2007). On the combination and normalization of interval-valued belief structures. *Information sciences*, *177*(5), 1230–1247.

[15] Chen, J. H., & Chen, S. M. (2007). A new method to measure the similarity between interval-valued fuzzy numbers. *Proceedings of the sixth international conference on machine learning and cybernetics, ICMLC 2007* (Vol. 3, pp. 1403–1408). IEEE. DOI: 10.1109/ICMLC.2007.4370364

[16] Ertuğrul, I., & Karakaşoğlu, N. (2009). Performance evaluation of Turkish cement firms with fuzzy analytic hierarchy process and TOPSIS methods. *Expert systems with applications*, *36*(1), 702–715. DOI:10.1016/j.eswa.2007.10.014

[17] Deschrijver, G., & Kerre, E. E. (2007). On the position of intuitionistic fuzzy set theory in the framework of theories modelling imprecision. *Information sciences*, *177*(8), 1860–1866. DOI:10.1016/j.ins.2006.11.005

[18] Shih, H. S., Shyur, H. J., & Lee, E. S. (2007). An extension of TOPSIS for group decision making. *Mathematical and computer modelling*, *45*(7–8), 801–813. DOI:10.1016/j.mcm.2006.03.023

[19] Wang, H. Y., & Chen, S. M. (2008). Evaluating students' answerscripts using fuzzy numbers associated with degrees of confidence. *IEEE transactions on fuzzy systems*, *16*(2), 403–415. DOI:10.1109/TFUZZ.2007.895958

[20] Lee, W. S., Tzeng, G. H., Guan, J. L., Chien, K. T., & Huang, J. M. (2009). Combined MCDM techniques for exploring stock selection based on Gordon model. *Expert systems with applications*, *36*(3), 6421–6430.

[21] Rao, R. V., & Davim, J. P. (2008). A decision-making framework model for material selection using a combined multiple attribute decision-making method. *International journal of advanced manufacturing technology*, *35*(7–8), 751–760. DOI:10.1007/s00170-006-0752-7

[22] Chen, S. M., Wang, N. Y., & Pan, J. S. (2009). Forecasting enrollments using automatic clustering techniques and fuzzy logical relationships. *Expert systems with applications*, *36*(8), 11070–11076. DOI:10.1016/j.eswa.2009.02.085

[23] Ashtiani, B., Haghighirad, F., Makui, A., & ali Montazer, G. (2009). Extension of fuzzy TOPSIS method based on interval-valued fuzzy sets. *Applied soft computing*, *9*(2), 457–461.

[24] Wang, Z. X., Niu, L. L., Wu, R. X., & Lan, J. B. (2014). Multicriteria decision-making method based on risk attitude under interval-valued intuitionistic fuzzy environment. *Fuzzy information and engineering*, *6*(4), 489–504. DOI:10.1016/j.fiae.2015.01.006

[25] Rashid, T., Beg, I., & Husnine, S. M. (2014). Robot selection by using generalized interval-valued fuzzy numbers with TOPSIS. *Applied soft computing journal*, *21*, 462–468. DOI:10.1016/j.asoc.2014.04.002

[26] Mokhtarian, M. N., Sadi-Nezhad, S., & Makui, A. (2014). A new flexible and reliable IVF-TOPSIS method based on uncertainty risk reduction in decision making process. *Applied soft computing journal*, *23*, 509–520. DOI:10.1016/j.asoc.2014.05.035

[27] Nguyen, H. T., Md Dawal, S. Z., Nukman, Y., Aoyama, H., & Case, K. (2015). An integrated approach of fuzzy linguistic preference based AHP and fuzzy COPRAS for machine tool evaluation. *PLoS one*, *10*(9), e0133599. DOI:10.1371/journal.pone.0133599

[28] Das, S., Kar, S., & Pal, T. (2017). Robust decision making using intuitionistic fuzzy numbers. *Granular computing*, *2*(1), 41–54. DOI:10.1007/s41066-016-0024-3

[29] Meng, S., Liu, N., & He, Y. (2017). GIFIHIA operator and its application to the selection of cold chain logistics enterprises. *Granular computing*, *2*(3), 187–197. DOI:10.1007/s41066-017-0038-5

[30] Wang, C., Fu, X., Meng, S., & He, Y. (2017). Multi-attribute decision-making based on the SPIFGIA operators. *Granular computing*, *2*(4), 321–331. DOI:10.1007/s41066-017-0046-5

[31] Mahmood, T., Liu, P., Ye, J., & Khan, Q. (2018). Several hybrid aggregation operators for triangular intuitionistic fuzzy set and their application in multi-criteria decision making. *Granular computing*, *3*(2), 153–168. DOI:10.1007/s41066-017-0061-6

[32] Joshi, B. P. (2018). Moderator intuitionistic fuzzy sets with applications in multi-criteria decision-making. *Granular computing*, *3*(1), 61–73. DOI:10.1007/s41066-017-0056-3

[33] Baloui Jamkhaneh, E., & Garg, H. (2018). Some new operations over the generalized intuitionistic fuzzy sets and their application to decision-making process. *Granular computing*, *3*(2), 111–122. DOI:10.1007/s41066-017-0059-0

[34] Lin, M., Huang, C., & Xu, Z. (2020). MULTIMOORA based MCDM model for site selection of car sharing station under picture fuzzy environment. *Sustainable cities and society*, *53*, 101873. DOI:10.1016/j.scs.2019.101873

[35] Mahdiyar, A., Mohandes, S. R., Durdyev, S., Tabatabaee, S., & Ismail, S. (2020). Barriers to green roof installation: An integrated fuzzy-based MCDM approach. *Journal of cleaner production*, *269*, 122365. DOI:10.1016/j.jclepro.2020.122365

[36] Jahangiri, M., Shamsabadi, A. A., Mostafaeipour, A., Rezaei, M., Yousefi, Y., & Pomares, L. M. (2020). Using fuzzy MCDM technique to find the best location in Qatar for exploiting wind and solar energy to generate hydrogen and electricity. *International journal of hydrogen energy*, *45*(27), 13862–13875. DOI:10.1016/j.ijhydene.2020.03.101

[37] Azizi Nafteh, M., & Shahrokhi, M. (2022). Presenting COPRAS multi-criteria group decision making method using interval and punctual type 2 fuzzy sets. *Journal of decisions and operations research*, *7*(2), 355–372. (**In Persian**). https://www.journal-dmor.ir/article_142520.html

[38] Farnam, M., & Darehmiraki, M. (2022). Interval valued fuzzy sets; application in the decision-making process related to the qualitative qualification of contractors. *Journal of decisions and operations research*, *7*(3), 466–484. (**In Persian**). https://www.journal-dmor.ir/article_141885.html?lang=en

[39] Dehghani Filabadi, A., & Hesamian, G. (2021). Development of a multi-period multi-attribute group decision-making method using type-2 fuzzy set of linguistic variables. *International journal of research in industrial engineering*, *10*(2), 138–154. https://www.riejournal.com/article_129907.html

[40] Kane, L., Diakite, M., Kane, S., Bado, H., & Diawara, D. (2021). Date fully fuzzy transportation problems with pentagonal and hexagonal fuzzy numbers. *Journal of applied research on industrial engineering*, *8*(3), 251–269. http://creativecommons.org/licenses/by/4.0

[41] Khalifa, H. A. (2022). A signed distance for (γ, δ) interval-valued fuzzy numbers to solve multi objective assignment problems with fuzzy parameters. *International journal of research in industrial engineering*, *11*(2), 205–213.

[42] Saberhoseini, S. F., Edalatpanah, S. A., & Sorourkhah, A. (2022). Choosing the best private-sector partner according to the risk factors in neutrosophic environment. *Big data and computing visions*, *2*(2), 61–68. DOI:10.22105/bdcv.2022.334005.1075

[43] Dirik, M. (2022). Type-2 fuzzy logic controller design optimization using the PSO approach for ECG prediction. *Journal of fuzzy extension and applications*, *3*(2), 158–168. http://www.journal-fea.com/article_147123.html

[44] Ebadi Torkayesh, A. E., & Simic, V. (2022). Stratified hybrid decision model with constrained attributes: Recycling facility location for urban healthcare plastic waste. *Sustainable cities and society*, *77*, 103543. DOI:10.1016/j.scs.2021.103543

[45] Mishra, A. R., Liu, P., & Rani, P. (2022). COPRAS method based on interval-valued hesitant Fermatean fuzzy sets and its application in selecting desalination technology. *Applied soft computing*, *119*, 108570. DOI:10.1016/j.asoc.2022.108570