



Paper Type: Original-Application Paper



Assets Performance Evaluation with the Use of Returns Distribution Characteristics

Seyedeh Masoumeh Mirsadeghpour Zoghi¹, Masoud Sanei^{1,*}, Ghasem Tohidi¹, Shokoofeh Banihashemi², Navideh Modarresi²

¹ Department of Mathematics, Central Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran;
masoudsanei.mirsadeghpour@gmail.com; masoudsanei49@yahoo.com; gh_tohidi@iauctb.ac.ir.

² Department of Mathematics, Allameh Tabataba'i University, Tehran, Iran; shbanihashemi@atu.ac.ir; namomath@aut.ac.ir.

Citation:



Mirsadeghpour Zoghi, S. M., Sanei, M., Tohidi, Gh., Banihashemi, Sh., & Modarresi, N. (2023). Assets performance evaluation with the use of returns distribution characteristics. *Journal of decisions and operations research*, 8(3), 771-784.

Received: 02/03/2022

Reviewed: 05/04/2022

Revised: 19/05/2022

Accepted: 09/06/2022

Abstract

Purpose: Portfolio optimization is a selection of assets with the lowest risk and highest return. Asset performance evaluation is a useful way to choose assets and construct a profitable portfolio. For this purpose, the non-parametric Data Envelopment Analysis (DEA) method is used, which is a suitable tool for measuring performance. By the fact that stock returns are not normally distributed and usually exhibit skewness, kurtosis and heavy-tails, which definitely affects the assets performance, we have to consider the characteristics of the returns distribution. In the proposed model, we apply the Variance Gamma (VG) process, which covers the skewness and kurtosis of returns. As a result, we construct a portfolio by selecting assets which their performance is more realistic.

Methodology: In the introduced model, the only input of the model is Conditional Value at Risk (CVaR), and the mean return and Sharpe index are the model's outputs. Since the outputs can be negative, the model is inspired by VRM in the output-oriented DEA model, which deals with negative values. As the returns on stock are VG distributed, its parameters are simulated by the method of moments estimation, and then the process factors are simulated by the Monte Carlo technique. Finally, the scenarios of returns are obtained, and the assets performance is evaluated.

Findings: The correctness of the model is investigated by evaluating the relative efficiency of 7 companies from different industries in Iran Stock market. The results show that by considering the returns distribution characteristics, the input and outputs values of the model are estimated more realistically and more reliable results can be obtained; thus a profitable portfolio can be constructed.

Originality/Value: Evaluation of the assets performance by taking into account the returns distribution characteristics leads to realistic results.

Keywords: Portfolio optimization, Data envelopment analysis, Variance gamma stochastic process, Returns distribution, Sharpe index.



Corresponding Author: masoudsanei49@yahoo.com



Licensee. **Journal of Decisions and Operations Research**. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).



نوع مقاله: پژوهشی-کاربردی

ارزیابی عملکرد دارایی‌ها با استفاده از مشخصه‌های توزیع بازده‌ها

سیده معصومه میرصادق پورذوقی^۱، مسعود صانعی^۱، قاسم توحیدی^۱، شکوفه بنی‌هاشمی^۲، نویده مدرسی^۲

گروه ریاضی، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.

گروه ریاضی، دانشگاه علامه طباطبائی (ره)، تهران، ایران.

چکیده

هدف: بهینه‌سازی سبدمالی شامل انتخاب دارایی‌هایی با بیشترین بازده و کمترین ریسک است؛ بنابراین، ارزیابی عملکرد دارایی‌ها یک راه حل مفید در انتخاب دارایی‌ها و تشکیل سبد پرسود می‌باشد. برای این منظور، از روش ناپارامتریک تحلیل پوششی داده‌ها *DEA* که ابزار مناسبی برای سنجش عملکرد است، استفاده می‌گردد. با توجه به این که توزیع بازده‌ها نرمال نیست و دارای چولگی، کشیدگی و دمهای سنگین می‌باشد که به طور قطع روی عملکرد دارایی‌ها تاثیر می‌گذارد، ناگزیریم برای ارزیابی عملکرد دارایی‌ها مشخصه‌های توزیع بازده‌ها را در نظر بگیریم. در مدل پیشنهادی از فرآیند تصادفی واریانس گاما به عنوان فرآیند بازده دارایی استفاده می‌کنیم، زیرا این فرآیند می‌تواند چولگی و کشیدگی بازده‌ها را پوشش دهد. درنتیجه، سبدی با انتخاب دارایی‌هایی که ارزیابی آن‌ها واقع‌بینانه‌تر است می‌سازیم.

روش شناسی پژوهش: در مدل ارایه‌شده، سنجه ریسک ارزش در معرض خطر شرطی تنها ورودی مدل و میانگین بازده‌ها و معیار شارپ به عنوان خروجی‌های مدل هستند. بدليل آن‌که خروجی‌ها می‌توانند مقادیر منفی نیز اختیار کنند، مدل پیشنهادشده، از مدل داده منفی *VRM* در ماهیت خروجی الهام گرفته شده است. با توجه به آن‌که بازده‌های دارایی‌ها از توزیع واریانس گاما تبعیت می‌کنند، پارامترهای آن را از روش گشتاورها برآورد کرده و سپس فاکتورهای فرآیند به کمک روش مونت‌کارلو شبیه‌سازی می‌گردد. در انتهای، سناریوهای بازده‌ها به دست می‌آیند و از آن‌ها در مدل معرفی شده استفاده نموده و به ارزیابی عملکرد دارایی‌ها می‌پردازیم.

یافته‌ها: درستی مدل ارایه‌شده برای ارزیابی کارایی نسبی روی ۷ شرکت از صنایع مختلف در بازار بورس ایران بررسی شد. نتایج حاصل از مدل معرفی شده نشان می‌دهند که با در نظر گرفتن مشخصه‌های توزیع بازده‌ها، مقادیر ورودی و خروجی‌های مدل واقعی تر تخمین زده می‌شوند و می‌توان نتایج مطمئن‌تری به دست آورد و درنتیجه می‌توان یک سبدمالی پرسود تشکیل داد.

اصالت/ ارزش افزوده علمی: ارزیابی عملکرد دارایی‌ها با در نظر گرفتن مشخصه‌های توزیع بازده‌ها منجر به نتایج نزدیک به واقعیت می‌گردد.

کلیدواژه‌ها: بهینه‌سازی سبدمالی، تحلیل پوششی داده‌ها، فرآیند تصادفی واریانس گاما، توزیع بازده‌ها، معیار شارپ.

۱- مقدمه

از تحلیل پوششی داده‌ها^۱ برای ارزیابی نسبی مجموعه‌ای از واحدهای تصمیم‌گیرنده^۲ که دارای چندین ورودی و چندین خروجی هستند، استفاده می‌گردد. *DEA* یک مرز کارا براساس بهترین عملکرد مشاهده شده می‌سازد و کارایی هر یک از *DMUs* را نسبت به این مرز کارا

¹ Data Envelopment Analysis (DEA)

² Decision Making Unit (DMU)

* نویسنده مسئول





ارزیابی می‌کند. از طرفی هم در تشکیل سبدمالی، هدف کلیه سرمایه‌گذاران کسب بیشترین بازدهی است. در حقیقت ریسک و بازدهی دو رکن اصلی تصمیم‌گیری برای سرمایه‌گذاری هستند و همواره بیشترین بازدهی با توجه به حداقل ریسک، معیاری مناسب برای سرمایه‌گذاری محسوب می‌شود. به همین دلیل ارزیابی عملکرد دارایی‌های درون سبد اهمیت می‌باید که می‌توان از این خاصیت استفاده نموده و از ساختار *DEA* در ارزیابی عملکرد سبد مالی کمک گرفت. در بسیاری از مطالعاتی که ارزیابی عملکرد دارایی‌های مالی با استفاده از *DEA* انجام شده است، سنجه ریسک، میانگین بازده‌ها و گاهی گشتاورهای مراتب بالاتر توزیع بازده‌ها مستقیماً از روی خود بازده‌های *DEA* روزانه بدون در نظر گرفتن هیچ نوع توزیع پایه محاسبه شده‌اند [1]. از طرفی، در مثال‌های کاربردی موقعی پیش می‌آید که داده‌های ورودی و یا خروجی مقادیر منفی اختیار می‌کنند. به عنوان مثال، شرکتی را در نظر بگیرید که دارای بازده منفی است، در حالی که هدف آن افزایش بازده است که در این حالت نمی‌توان از مدل‌های سنتی *DEA* جهت ارزیابی عملکرد شرکت‌هایی با بازده منفی استفاده نمود. یکی از مدل‌های داده منفی *DEA* که در دو نوع ماهیت ورودی و ماهیت خروجی معرفی گردیده، مدل نوعی دیگر از اندازه کارایی شعاعی^۱ است که توسط چن و همکاران معرفی شده است [2]. در این مدل، خاصیت بهبود جهت رسیدن به مرز کارا همانند مدل‌های کلاسیک *DEA* حفظ می‌گردد. در پژوهش حاضر، مدل معرفی شده از مدل *VRM* در ماهیت خروجی الهام گرفته شده است.

بخش مهمی از بحث سبدمالی، مدیریت ریسک است که بر قیمت دارایی‌ها تاثیرگذار است. واریانس بازدهی دارایی در مدل بهینه‌سازی سبدمالی مارکوویتز به عنوان سنجه ریسک استفاده شده است. اما این سنجه ریسک در بسیاری از مطالعات تجربی مناسب نیست، به دلیل آن‌که، توزیع بازده‌های دارایی‌ها نامتقارن و کشیده‌تر از توزیع نرمال هستند. به عبارت دیگر، توزیع بازده‌ها دارای چولگی و کشیدگی است و واریانس در این گونه موقعیت نمی‌تواند نتایج درستی را نشان دهد. معرفی سنجه‌های ریسکی که توانایی توصیف چولگی و کشیدگی در توزیع بازده‌ها و توزیع‌هایی با دم‌های سنگین را دارند، ضروری به نظر می‌رسد. به همین دلیل، سنجه‌های ریسک جدیدی معرفی شدند که از مهم‌ترین آن‌ها می‌توان به سنجه‌های ریسک ارزش در معرض خطر و ارزش در معرض خطر شرطی اشاره نمود. سنجه ریسک ارزش در معرض خطر^۲، مقداری از سرمایه یک موسسه را که در معرض زیان قرار دارد تعیین می‌کند [3]. هم‌چنین به عنوان معیاری آماری، حدکثر زیان احتمالی یک سبدمالی را در دوره زمانی مشخص با بیان کمی ارایه می‌دهد. با این حال، *VaR* دارای نقاط ضعف عدم زیرجمع‌بذری و عدم تحبد است و هم‌چنین توانایی ارایه اندازه و بزرگی زیان بالقوه‌ای که بیشتر از مقدار کمی *VaR* می‌باشد را ندارد [30]. بنابراین، مفهومی به نام مفهوم سنجه‌های ریسک منسجم^۳ توسط آرتزner و همکاران [4] معرفی گردید. این مفهوم شامل مجموعه‌ای از ویژگی‌های است که یک سنجه ریسک باید در آن‌ها صدق کند: یکنواختی^۴، زیرجمعی بودن^۵، پایایی^۶ و همگنی مثبت^۷. یکی از سنجه‌های ریسک منسجم، سنجه ریسک ارزش در معرض خطر شرطی^۸ است [5]. برابر است با میانگین وقوع زیان‌های بیشتر از *VaR* در سطح اطمینان $\beta \in (0,1)$. به عبارت دیگر، *CVaR* قادر است زیان‌های بیشتر از *VaR* را محاسبه کند. از طرفی *CVaR* تحت تاثیر تابع چگالی احتمال توزیع بازده‌های دارایی‌ها است و در صورت انتخاب نامناسب توزیع بازده‌ها، *CVaR* نیز به درستی تخمین زده نمی‌شود.

معیار شارپ یا نسبت بازده به تغییرپذیری، معیاری است که برای ارزیابی عملکرد یک سبدمالی به کار می‌رود، این معیار توسط شارپ ارایه گردید [6]. معیار شارپ هر چقدر میزان بالاتری داشته باشد از جذابیت بیشتری نیز برخوردار است. به عبارت دیگر، هرچه نسبت شارپ بیشتر باشد، عملکرد سبدمالی به همان اندازه بهترخواهد بود. معیار شارپ، میانگین بازده مازاد بر نرخ دارایی بدون ریسک را نسبت به ریسک کل سبدمالی (انحراف معیار بازده سبد) اندازه‌گیری می‌کند. به همین دلیل، از این معیار به عنوان خروجی در مدل معرفی شده در پژوهش حاضر استفاده می‌نماییم.

سرمایه‌گذاری به طور عام عبارت اند از خرید یک دارایی به منظور کسب منفعت آتی. هم‌چنین، بازده یک دارایی مالی با توجه به جریان نقدی آتی پیش‌بینی شده برای آن قابل اندازه‌گیری است. عدم قطعیت در بازده یک دارایی مالی را ریسک می‌نامند؛ بنابراین، کاهش ریسک و افزایش میانگین بازده یک سبدمالی دو عامل مهم در مدل‌سازی مالی به حساب می‌آیند. نظریه مدرن سبدمالی که توسط مارکوویتز مطرح شد، با به حداقل رساندن ریسک و حدکثرسازی میانگین بازده به بهینه کردن سبدمالی پرداخت [7]. در مدل او که به مدل میانگین-واریانس معروف است، از میانگین بازده‌های دارایی‌ها برای نشان دادن بازدهی و از واریانس بازده‌ها به عنوان سنجه ریسک استفاده نمود. اما واریانس تنها زمانی سنجه ریسک مناسبی است که توزیع بازده‌ها توزیع نرمال و متقاضی می‌باشد. در صورتی که، توزیع بازده‌ها در بسیاری مواقع در

¹ Variant of Radial Measure (VRM)

⁵ Sub-additivity

² Value at Risk (VaR)

⁶ Translation Invariance

³ Coherent Risk measures

⁷ Positive Homogeneity

⁴ Monotonicity

⁸ Conditional Value at Risk (CVaR)



مطالعات تجربی از توزیع نرمال پیروی نمی‌کند و دارای چولگی و کشیدگی می‌باشد [8]. از این‌رو، وجود دو عامل مهم چولگی و کشیدگی توزیع بازده‌ها نیز تاثیر مستقیمی بر ریسک و میانگین بازده دارایی‌ها دارند. مطالعات عملی نشان داده‌اند که توزیع بازده‌ها دارای دم سنگین‌تر و کشیدگی بیش‌تری نسبت به توزیع نرمال هستند. چولگی به همراه کشیدگی در تعییر درست‌نمایی وقوع احتمالاتی که در قسمت دم‌های یک توزیع احتمال رخ می‌دهند، کمک‌کننده هستند. بر این اساس، این دو مشخصه و ویژگی، روی سنجه‌های ریسک و میانگین بازده‌ها و هم‌چنین عملکرد یک سبد یا دارایی منفرد می‌توانند تاثیر قابل توجهی بگذارند. به عبارت دیگر، اگر توزیع مناسبی را برای بازده‌های دارایی‌ها در نظر نگیریم، آن‌گاه مقدار سنجه ریسک درست تخمین زده نمی‌شود و بهدلیل آن نمره‌های کارایی نیز از مقدار واقعی فاصله دارند.

در مدل‌هایی که جهت توصیف دینامیک قیمت دارایی‌ها استفاده می‌گردد، فرض براین است که دینامیک قیمت از فرآیند وینر¹ که دارای توزیع نرمال است، پیروی می‌کنند. اما، همان‌طور که مطرح شد توزیع بازده‌های دارایی‌ها، کشیدگی بیش‌تری نسبت به توزیع نرمال دارند و هم‌چنین دم سنگین‌تر از توزیع نرمال دارند. در این مقاله، با انتخاب فرآیندی از خانواده فرآیندهای لوی یعنی فرآیند واریانس گاما² که دارای نموهای مستقل و ایستا است در جهت توصیف دینامیک قیمت دارایی‌ها به جای فرآیند گاووسی بهره می‌بریم [9، 10]. به عبارت دیگر، در مدل پیشنهادی جهت ارزیابی عملکرد دارایی‌ها برای مدل‌سازی بازده‌های روزانه دارایی‌ها از فرآیند واریانس گاما برای دارایی پایه استفاده می‌نماییم. پارامترهای این فرآیند می‌توانند چولگی و کشیدگی توزیع بازده‌ها را کنترل کنند و توزیع آن دارای دم سنگین است. مدل ارایه‌شده یک ورودی و دو خروجی دارد؛ بنابراین، این فرآیند نیز روی ورودی و خروجی‌های مدل تاثیرگذار است. با استفاده از این فرآیند به ارزیابی عملکرد دارایی‌های درون یک سبدمالی می‌پردازیم. با توجه به مشخصه‌های در نظرگرفته شده از توزیع بازده‌ها، تتابع به دست آمده جهت ارزیابی عملکرد دارایی‌ها از اطمینان بیش‌تری برخوردار هستند و به واقعیت نزدیک‌ترند. به عبارت دیگر، یک سرمایه‌گذار می‌تواند یک سبدمالی با استفاده از سهامی که ناکارایی کم‌تر یا به عبارتی کارایی بالاتری نسبت به بقیه سهام‌ها دارند را تشکیل دهد.

با توجه به نظریه مدرن سبدمالی و افزایش نیاز به سرمایه‌گذاری‌های کارآمد، به برسی و ارزیابی عملکرد دارایی‌های مالی می‌پردازیم. پیاده‌سازی یک استراتژی سرمایه‌گذاری و ارزیابی عملکرد دارایی‌ها به سرمایه‌گذار کمک می‌کند که سبدمالی پرسودتری را تشکیل دهد و حتی به مدیر یک شرکت در جهت آگاهی رسانی در مورد وضعیت عملکرد شرکتش کمک می‌کند. در این راستا *DEA* نیز به عنوان یک روش، جهت ارزیابی کارایی‌های نسبی می‌تواند ابزار مناسبی برای ارزیابی عملکرد دارایی‌ها، استفاده گردد. مدل معروف شده در چارچوب میانگین بازده-معیار شارپ-سنجه ریسک *CVaR* است که در آن میانگین بازده و معیار شارپ به عنوان خروجی‌های مدل و سنجه ریسک *CVaR* به عنوان ورودی مدل هستند. مدل براساس مدل داده منفی *VRM* در ماهیت خروجی است. به دلیل آن‌که خروجی‌های مدل می‌توانند مقادیر منفی نیز اختیار کنند؛ بنابراین، نمی‌توانیم از مدل‌های کلاسیک *DEA* استفاده کنیم. از آن‌جاکه در تشکیل یک سبد، کاهش ریسک و افزایش میانگین بازده و معیار شارپ مدنظر است، در مدل معروف شده ریسک را به عنوان عامل ورودی و میانگین بازده و معیار شارپ را به عنوان عوامل خروجی در نظر می‌گیریم. هم‌چنین، توزیع بازده‌ها از توزیع نرمال پیروی نمی‌کنند و دارای چولگی و کشیدگی هستند، فرض می‌کنیم که دارایی‌ها از فرآیند *VG* تبعیت می‌کنند که این فرض بر روی مقادیر ورودی و خروجی هر یک از دارایی‌های مالی و هم‌چنین بر روی میزان کارایی آن‌ها تاثیرگذار است. به عبارت دیگر، ارزیابی عملکرد دارایی‌ها تحت توزیع نرمال باعث می‌شود که مقادیر ورودی و خروجی‌ها به درستی تخمین زده نشوند و در نهایت نتایج حاصل، دور از واقعیت به دست می‌آیند. از طرفی، چولگی و کشیدگی به عنوان مشخصه‌های توزیع بازده‌ها نیز توسط پارامترهای *VG* پوشش داده می‌شوند و در حین ارزیابی عملکرد در نظر گرفته خواهند شد. از این‌رو، نیازی به اضافه نمودن محدودیت اضافی برای این دو مشخصه توزیع بازده‌ها در مدل پیشنهادی نیست. پارامترهای فرآیند *VG* از روش گشتاورها تخمین زده می‌شوند و سپس فاکتورهای *VG* به وسیله روش مونت کارلو شبیه‌سازی می‌گردند. در انتها، بازده‌های دارایی‌ها به کمک فاکتورهای *VG* با روش مونت کارلو شبیه‌سازی شده و سپس با استفاده از آن‌ها، مقادیر سنجه ریسک *CVaR*، میانگین بازده و معیار شارپ برای هر یک از دارایی‌ها محاسبه شده و دارایی‌های کارا مشخص می‌شوند؛ بنابراین، دارایی‌های کارا و حتی دارایی‌هایی که میزان کارایی آن‌ها نزدیک به دارایی کارا می‌باشد، می‌توانند در سبدمالی یک سرمایه‌گذار قرار بگیرند و بدین



وسیله یک سبد پر سود را تشکیل دهنده. مطالعه کاربردی نیز بر روی ۷ شرکت از شرکت‌های فعال در بازار بورس ایران بررسی می‌گردد و هر شرکت نیز حکم یک دارایی مالی را دارد.

در ادامه، در بخش دوم پیشینه پژوهش‌های انجام شده ارایه می‌شود. در بخش سوم به برخی مبانی نظری و مفاهیم *CVaR* و فرآیند *VG* در بخش‌های آتی از آن‌ها استفاده می‌شود، اشاره می‌گردد. بخش چهارم به ارایه مدل پیشنهادی در چارچوب *DEA* تحت فرآیند تصادفی *VG* و گام‌های حل آن اختصاص داده است. بررسی مدل ارایه شده روی هفت شرکت از بازار بورس اوراق بهادار در بخش پنجم انجام شده است. بحث و نتیجه‌گیری پژوهش نیز در بخش ششم ارایه شده است.

۲- پیشینه پژوهش

مساله بهینه‌سازی سبدمالی در چارچوب میانگین بازده-واریانس بر اساس به حداقل رساندن واریانس در یک سطح مشخص و ثابتی از میانگین ارایه شد [7، 11]. سرمایه‌گذاری در بازار سرمایه به صورت ذاتی دارای ریسک بالایی است و سرمایه‌گذاران سعی در کسب حداکثر بازده و منفعت و کاهش ریسک‌های آن دارند، به هر حال، کسب بازده مورد انتظار نیز همراه عدم اطمینان است؛ بنابراین، ارزیابی عملکرد سبدمالی، بخش مهمی از سرمایه‌گذاری محسوب می‌شود. DEA به عنوان یک روش ناپارامتری و کمی برای تئوری تولید طراحی شده است که براساس برنامه‌ریزی خطی به ارزیابی نسبی هر یک از $DMUs$ می‌پردازد [12]. در مباحث مالی نیز، مدل‌های DEA جهت ارزیابی عملکرد دارایی‌های درون سبدمالی و محاسبه کارایی آن‌ها به کار برده شده‌اند. برای اولین بار در ارزیابی نسبی عملکرد صندوق‌های دو طرفه به عنوان ساختار خاص ارزیابی سبد مالی، DEA معرفی شد که در آن انواع هزینه‌های معاملات نیز در نظر گرفته شده است [13]. بعد از آن تعمیمی از این مدل پیشنهاد گردید که در آن از سنجه‌های ریسک مختلف به عنوان ورودی، استفاده کردند [14]. هم‌چنین، جهت ارزیابی عملکرد صندوق‌های دو طرفه^۱ در چارچوب میانگین-واریانس در یک ساختار DEA مانند، یک مدل غیرخطی معرفی شد که ارزیابی با قیود درجه دوم در افق‌های زمانی چندگانه انجام می‌گیرد [15]. مطالعات دیگری نیز وجود دارند که از مدل‌های کلاسیک DEA در جهت ارزیابی عملکرد دارایی‌های مالی استفاده نموده‌اند [16–18]. برای تصمیم‌گیری بهتر، یک مدل میانگین-واریانس-چولگی در زمینه ارزیابی عملکرد سبدمالی ارایه گردید که در آن یک قید اضافی در کنار قیود میانگین و واریانس نیز در نظر گرفته شده است. این مدل در چارچوب DEA ولی از نوع غیرخطی است که با در نظر گرفتن گشتاورهای مراتب بالاتر به ارزیابی عملکرد سبدمالی در یک فضای سه‌بعدی می‌پردازد [1]. نمایش هندسی مرز کارای سبدمالی برای اولین بار در یک فضای سه‌بعدی میانگین-واریانس-چولگی ارایه گردید که در آن از شاخصی به نام تابع کمبود جهت ارزیابی کارایی استفاده شده است [19]. هم‌چنین، ثابت شد که اگر سایز دارایی‌های نمونه‌ای به اندازه کافی بزرگ باشند، آن‌گاه مرز مدل‌های DEA به مرز کارای سبدمالی همگرا است [20].

معیار یا نسبت شارپ، مازاد سبدمالی را به ازای هر یک واحد ریسک اندازه‌گیری می‌کند [6]. در صورتی که نرخ بهدست آمده توسط معیار شارپ بالاتر از نرخ بازده سبدمالی باشد، نشانگر عملکرد بهتر مدیریت سبدمالی است. به عبارت دیگر، معیار شارپ درجه‌ای را در اختیار سرمایه‌گذار قرار می‌دهد که توسط آن می‌تواند تغییرات در میزان بازده مازاد بر بازده دارایی بدون ریسک را تشخیص دهد [21]. در مدل‌های کلاسیک *DEA* فرض بر این است که همه ورودی‌ها و خروجی‌ها نامتفق هستند. در حالی که، بازده‌ها و معیار شارپ دارایی‌ها دریک افق زمانی معین می‌توانند هم مقادیر مثبت و هم مقادیر منفی اختیار کنند. در این گونه موقع مدل‌های کلاسیک *DEA* را نمی‌توان جهت محاسبه کارایی دارایی‌های مالی به کار برد. یکی از انواع مدل‌هایی که در موقع مواجهه با داده‌های منفی پیشنهاد گردید، مدل نوع دیگر اندازه شعاعی *VRM* است. در این مدل، مقادیر اصلی با مقدار قدر مطلقی شان برای تعیین نسبت بهبود در جهت رسیدن به مرز کارا جایگزین می‌شوند. این مدل گونه‌ای از مدل شعاعی سنتی است و خاصیت بهبود به صورت متناسب همانند یک مدل *DEA* سنتی را دارد [2]. در پژوهشی، نقش مدیریت هزینه استراتژیک بر ارتباط بین شیوه‌های زنجیره‌تامین، پشتیبانی مدیریت ارشد و بهبود عملکرد مالی مورد مطالعه قرار گرفته است و نتایج حاصل از مطالعه نشان از تاثیر قابل توجه آن دارد [22].

ریسک در مباحث مالی عاملی است که روی قیمت‌های دارایی‌ها تاثیر می‌گذارد. به دلیل چولگی و دم‌های توزیع بازده‌ها، در تئوری مارکوویتز که واریانس به عنوان سنجه ریسک استفاده گردیده است، مورد نقد قرار گرفته است. بهدلیل آن که این سنجه ریسک قسمت سود و زیان را به صورت متقاضن و پیکسان‌نمایش می‌دهد، چولگی و ریسک‌های موجود در دم‌ها را در نظر نمی‌گیرد و درنتیجه میزان ریسک

¹ Mutual funds



سبدمالی را درست تخمین نمی‌زنند. از طرفی نیز، سرمایه‌گذاران توزيع‌هایی با چولگی مثبت را ترجیح می‌دهند، به‌دلیل این‌که شناسنسرر کردن بسیار کم است [23]، [24]. سنجه‌های ریسک دیگری نیز وجود دارند که هم از لحاظ تئوری و هم کاربردی مزیت‌های بسیاری دارند. یکی از این سنجه‌ها، سنجه ریسک ارزش در معرض خطر VaR می‌باشد که توسط قانون گذاران بازکنی به عنوان یک روش معتر برای محاسبه ریسک تایید و تصویب شده است. ولی برخلاف این محبوبیت، دارای نقص‌هایی می‌باشد. این سنجه ریسک فاقد خاصیت‌های زیر جمعی و تحدب است، به نوعی قادر نیست تبعو داخل سبد را نشان دهد. با استفاده از VaR به عنوان اندازه ریسک مرتبط با بازده تصادفی، مدلی در جهت افزایش عملکرد سبدمالی با استفاده از DEA ارایه گردیده است [25]. البته با وجود نقص‌هایی که VaR دارد هم‌چنان این سنجه ریسک مورد استفاده قرار می‌گیرد [26]، [27]. سنجه ریسک محبوب دیگر، سنجه ریسک ارزش در معرض خطر شرطی $CVaR$ است که خاصیت‌های زیر جمعی و محدب بودن را دارد و در موقعیت ضررهای شدید بسیار مفیدتر از VaR است [28]، [29]. میانگین وزنی VaR و زیان‌هایی که اکیدا بزرگتر از VaR هستند را شامل می‌شود. یک مدل بهینه‌سازی درجهت مدیریت ریسک اعتباری سبد مالی اوراق قرضه معروفی شد که هدف آن به حداقل رساندن سنجه ریسک $CVaR$ است [30]. $CVaR$ در دسته سنجه‌های ریسک منسجم قرار دارد، این سنجه‌ها دارای خواص زیر جمعی بودن، همگنی مثبت، پایایی و یکنواختی هستند [4]. جهت بهینه‌سازی $CVaR$ ، روشنی خطی معرفی شده است که از آن می‌توان در مسائل بهینه‌سازی سبدمالی با سنجه ریسک $CVaR$ استفاده نمود [31]، [32]. در چارچوب میانگین- $CVaR$ - $CVaR$ - $CVaR$ مدلی ارایه گردید که با ترکیب DEA مساله تصمیم‌گیری چند هدفه به ارزیابی عملکرد سبدمالی پرداخته شده است [33]. شاخص جدیدی براساس DEA معرفی گردید که در آن سنجه‌های ریسک VaR و $CVaR$ در ارزیابی عملکرد صندوق‌های دولطوفه استفاده شده‌اند [34]، [35].

استراتژی‌های انتخاب سبدمالی بهینه که شامل دارایی‌های ریسکی هستند، از حرکت براونی پیروی می‌کنند. در بسیاری از مطالعات عملی، توزیع نرمال بر بازده‌های روزانه سازگاری و برازش ندارد، به‌دلیل آن‌که توزیع بازده‌های روزانه دارای دم‌های سنگین‌تر نسبت به توزیع نرمال است. به‌همین دلیل، از فرآیندی به‌نام واریانس گاما VG که یک فرآیند لوی است برای مدل‌سازی بازده‌های دارایی‌ها استفاده نموده‌ایم. این فرآیند دارای نموهای مستقل و مانا است، یک حرکت براونی با رانش و تغییر زمان تصادفی که از فرآیند گاما پیروی می‌کند [9]. هر یک از توزیع‌های این فرآیند دارای دم سنگین و گشتاورهای متناهی است که می‌تواند به یک فرآیند چندمتغیره بسط یابند. پارامترهای این فرآیند می‌تواند چولگی و کشیدگی توزیع بازده‌ها را کنترل نمایند [10]. مدلی جهت بهینه‌سازی سبدمالی، با هدف حداقل سازی سنجه ریسک $CVaR$ که توزیع بازده‌ها تحت فرآیند VG است، ارایه گردید [36]. توزیع بازده‌ها نقش اساسی در بهینه‌سازی سبدمالی بازی می‌کند و در اکثر مثال‌های کاربردی نیز از توزیع نرمال پیروی نمی‌کند؛ بنابراین، ارزیابی عملکرد سبدمالی از توزیع بازده‌ها تاثیر می‌پذیرد. در پژوهش حاضر، با توجه به موضوع بیان شده و اهمیت و تاثیر توزیع بازده‌ها در ارزیابی عملکرد سبدمالی، فرآیند VG جهت مدل‌سازی بازده‌ها استفاده می‌گردد که دو خصوصیت توزیع بازده‌ها یعنی چولگی و کشیدگی نیز در روند ارزیابی سبدمالی لحاظ می‌شوند و همین باعث می‌گردد که نتایج حاصل از ارزیابی به مقدار واقعی نزدیک‌تر شوند.

۳- مبانی نظری پژوهش

در این بخش، به‌طور مختصر به مفاهیمی نظری تعریف سنجه ریسک ارزش در معرض خطر شرطی $CVaR$ ، مفهوم نسبت بازده به تغییرپذیری یا معیار شارپ $RVAR$ و تعریف فرآیند تصادفی واریانس گاما VG می‌پردازیم که در بخش‌های بعدی از آن‌ها استفاده می‌نماییم.

تعريف ۱ - ابتدا، به معرفی سنجه ریسک ارزش در معرض خطر VaR می‌پردازیم. VaR بیانگر حداکثر زیان مورد انتظار ناشی از نگهداری یک سبد دارایی در افق زمانی معین در سطح اطمینان β می‌باشد. به عبارت دیگر، VaR مبلغی از ارزش سبدمالی را که انتظار می‌رود ظرف یک دوره زمانی مشخص و با احتمال معین از دست بروд را نشان می‌دهد. فرض کنیم n دارایی مالی و بردارهای $Y = (y^1, y^2, \dots, y^n)$ و $W = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ به‌طوری که، $w_j (j = 1, 2, \dots, n)$ بهترتب نشان‌دهنده وزن دارایی و نرخ بازده دارایی j در سبدمالی را نشان می‌دهند. نرخ زیان سبدمالی به صورت $f(W, Y) = -\sum_{j=1}^n w_j y^j = -W'Y$ است. مقدار کمی VaR در سطح اطمینان $(0, 1) \in \beta$ ، کوچک‌ترین مقدار Γ به‌طوری که احتمال وقوع زیان Γ از β بیش‌تر گردد، یعنی

$$VaR_\beta(W) = \min \{ \Gamma \in \mathbb{R} : P(f(W, Y) \leq \Gamma) \geq \beta \}$$

$$= \min \{ \Gamma \in \mathbb{R} : F(W, \Gamma) \geq \beta \},$$

که در آن F تابع توزیع بردار تصادفی Y است. ارزش در معرض خطر شرطی $CVaR$ ، برابر است با میانگین وقوع زیان‌های بیشتر از VaR در سطح اطمینان β ،

$$CVaR_\beta(W) = E \left[f(W, Y) : f(W, Y) \geq VaR_\beta(W) \right].$$

تعریف فوق بیان‌گر متوسط مساحت زیر منحنی تابع زیان است که به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$CVaR_\beta(W) = \frac{1}{1-\beta} \int_{f(W, Y) \geq VaR_\beta(W)} f(W, Y) p(Y) dY.$$

($p(Y)$ تابع چگالی احتمال توزیع بازده دارایی‌هاست. با استفاده از روش پیشنهادی در [31] جهت حداقل‌سازی $CVaR$ ، تابعی مانند $F_\beta(W, \Gamma)$ به صورت زیر معرفی گردید:

$$F_\beta(W, \Gamma) = \Gamma + \frac{1}{(1-\beta)} E \left[(f(W, Y) - \Gamma)^+ \right],$$

که در آن $\{x, 0\}^+ = \max\{x, 0\}$ ، به طوری که $\min_{W \in \mathbb{R}^n} CVaR_\beta(W) = \min_{\Gamma \in \mathbb{R}} F_\beta(W, \Gamma)$ برای حل مساله حداقل‌سازی به جای $F_\beta(W, \Gamma)$ استفاده گردید که در آن،

$$\tilde{F}_\beta(W, \Gamma) = \Gamma + \frac{1}{(1-\beta)Q} \sum_{q=1}^Q (f(W, Y_q) - \Gamma)^+.$$

مجموعه‌ای از بردارهای Y_1, Y_2, \dots, Y_Q با استفاده از روش مونت‌کارلو تولید می‌شوند که هر Y_q ($q = 1, 2, \dots, Q$) یک بردار در \mathbb{R}^n می‌باشد. بیان‌گر تعداد نمونه‌ها و سناریوهای با توجه به توزیع چگالی احتمال بازده‌هاست و Y_q نیز به عنوان بازده q^{th} نمونه است و هم‌چنین در پژوهش حاضر نیز از روش پیشنهادی فوق سنجه ریسک $CVaR$ را محاسبه می‌کنیم.

مهم‌ترین عامل موقوفیت در سرمایه‌گذاری، تشخیص فرصت‌ها و شناخت بازار و شناسایی ریسک سرمایه‌گذاری در آن بازار است. از معیار (نسبت) شارپ معمولاً برای ارزیابی و نحوه عملکرد مدیران سرمایه‌گذاری در مقایسه با ریسک استفاده می‌شود.

تعریف ۲ - معیار شارپ یکی از معیارهای متداول جهت ارزیابی عملکرد یک سبدمالی است، که به آن معیار نسبت بازده به تغییر پذیری^۱ نیز می‌گویند. این شاخص، نسبت تفاوت نرخ بازده مورد انتظار سبد مالی و بازده دارایی بدون ریسک به انحراف استاندارد یا تغییر پذیری بازده سبدمالی است. قابل ذکر است که انحراف استاندارد سبدمالی در مدل مارکوویتز تحت عنوان سنجه ریسک در مدل او مورد استفاده قرار گرفته است. فرض کنید n دارایی مالی داریم که \bar{y}^j ($j = 1, 2, \dots, n$)، نرخ بازده مورد انتظار زمین دارایی، متوسط دارایی بدون ریسک^۲ (\overline{RF}) یا میانگین بازده دارایی بدون ریسک و σ^j ($j = 1, 2, \dots, n$) انحراف استاندارد دارایی زام در مدت زمان سرمایه‌گذاری را نشان می‌دهند.

$$\text{در این صورت معیار شارپ برای دارایی زام به صورت } \frac{\bar{y}^j - \overline{RF}}{\sigma^j} \text{ تعریف می‌گردد [6].}$$

قیمت دارایی‌ها و بهویژه سهام، معمولاً به صورت تواضع پیوسته‌ای از زمان در نظر گرفته می‌شوند. از طرفی نیز، توزیع بازده‌های قیمت‌ها دارای چولگی و کشیدگی هستند و به نوعی از توزیع نرمال پیروی نمی‌کنند. در تعریف زیر فرآیند واریانس گاما VG را معرفی کرده و این فرآیند را در توصیف دینامیک و رفتار تصادفی قیمت سهام به کار می‌بریم.

تعریف ۳ - فرآیند واریانس گاما VG ، توسعی و تعمیمی از حرکت براونی است و از یک فرآیند نرمال در زمان تصادفی که توسط فرآیند گاما تعریف شده، به دست می‌آید. به عبارت دیگر به جای زمان در حرکت براونی، فرآیند گاما جایگزین می‌گردد. حرکت براونی با رانش θ و تلاطم σ به صورت $B(t; \theta, \sigma) = \theta t + W(t)$ تعریف می‌شود که در آن $W(t)$ حرکت براونی استاندارد است. فرآیند واریانس گاما در زمان t به صورت $X(t; \sigma, \nu, \theta) = B(\gamma(t; 1, \nu); \theta, \sigma)$ نمایش داده می‌شود که در آن $\gamma(t; 1, \nu)$ فرآیند گاما با نرخ میانگین μ و نرخ واریانس تغییر زمان ν است. در فرآیند VG ، معمولاً چولگی توسط پارامتر θ و کشیدگی توسط پارامتر ν تبیین می‌شوند [9], [10]. یکی از روش‌های رایج برای برآورد پارامترهای این فرآیند استفاده از روش گشتاورها است که ما در این مقاله به کار بردہ‌ایم.



کارایی نسبی واحدهای تصمیم‌گیرنده مدل‌های سنتی *DEA*, با استفاده از ورودی‌ها و خروجی‌هایی با مقادیر دقیق و قطعی انجام می‌پذیرد. اما، تصادفی بودن پدیده‌های اقتصادی و نارسانی منع اطلاعات از جمله عوامل عدم اطمینان هستند که بر ارزیابی عملکرد و کارایی تاثیرمی‌گذارند. همانطور که قبله بیان شد، استراتژی‌های انتخاب سبدمالی بهینه بر فرض نرمال بودن توزیع بازده‌ها بنا شده است. درحالی‌که در اکثر مطالعات واقعی، فرض نرمال بودن با بازده‌های روزانه سهام یک سبد سازگاری ندارد. به عبارت دیگر، بازده‌های روزانه به صورت نرمال توزیع نشده‌اند و دارای دم‌های سنگین‌تر نسبت به دم‌های توزیع نرمال هستند. دراین بخش، از فرآیند *VG* برای مدل‌سازی بازده‌های دارایی‌های درون یک سبد بهره می‌بریم و مدلی بر اساس *DEA* تحت فرآیند *VG* ارایه می‌دهیم. مدل ارایه‌شده از مدل *VRM* الهام‌گرفته شده است و سنجه ریسک به عنوان ورودی، میانگین بازده و معیار شارپ به عنوان خروجی‌های آن در نظر گرفته شده‌اند. بدلیل آن‌که همواره کاهش ریسک و افزایش بازده از ایده‌های اساسی در مدل‌سازی سبدمالی هستند، البته افزایش *RVAR* نیز در مدل معرفی شده مدنظر است. از طرفی، چولگی و کشیدگی از ویژگی‌های توزیع احتمال هستند که قضایت بهتری در مورد داده‌هایی که در دم‌های توزیع وجود دارند را نشان می‌دهند. درنتیجه، روی سنجه ریسک، میانگین بازده‌ها و *RVAR* و حتی ارزیابی عملکرد دارایی تاثیر بسزایی دارند. مدل پیشنهادی در ماهیت خروجی می‌باشد و در ارزیابی عملکرد دارایی تحت ارزیابی، میزان حداکثر افزایش هر یک از خروجی‌ها به طور متناسب و با یک نسبت یکسان و همزمان انجام می‌پذیرد. حال چرا ماهیت خروجی، بدلیل آن‌که خروجی‌ها می‌توانند مقادیر منفی نیز اختیار کنند.

در ادامه، به معرفی مدل پیشنهادی بر اساس فرآیند *VG* می‌پردازیم. در مدل پیشنهادی هر واحد تصمیم‌گیرنده یک دارایی مالی است که هر دارایی مالی نیز حکم یک شرکت سهامی فعال در بازار بورس را دارد. در مدل پیشنهادی، ابتدا پارامترهای *VG* توسط روش گشتاورها تخمین زده می‌شوند. سپس، فاکتورهای *VG* به وسیله روش مونت کارلو شبیه‌سازی می‌گرددند. در آخر با استفاده از فاکتورهای به دست آمده، بازده‌های لگاریتمی با روش مونت کارلو شبیه‌سازی و سپس با استفاده از آن‌ها، سنجه ریسک، *CVaR*، میانگین بازده‌های لگاریتمی شبیه‌سازی شده و *RVAR* محاسبه می‌گرددند و نهایتاً در مدل پیشنهادی که الهام‌گرفته شده از مدل *VRM* می‌باشد، به ترتیب به عنوان ورودی و خروجی‌های مدل جای‌گذاری شده و عملکرد هر یک از دارایی‌ها توسط مدل ارزیابی می‌گردد.

۱-۴- ارزیابی عملکرد دارایی‌ها با استفاده از فرآیند *VG*

دراین بخش، مدل ارزیابی عملکرد دارایی‌ها را ابتدا مدلی که از مدل *VRM* الهام‌گرفته شده است معرفی می‌کنیم و سپس مدلی بر اساس فرآیند واریانس گاما چندمتغیره را معرفی می‌نماییم که از مدل *VRM* الهام‌گرفته شده است.

فرض می‌کنیم n دارایی داریم که بازده هر یک از دارایی‌ها به صورت y^1, y^2, \dots, y^n است. دارایی تحت ارزیابی را به صورت $E(y^o) = \{1, 2, \dots, n\} \in o$ نشان می‌دهیم. $CVaR_{\beta}^o(W)$ سنجه ریسک به عنوان تنها ورودی، $CVaR_{\beta}^o(W), E(y^o), RVAR(y^o)$ میانگین بازده و $RVAR(y^o)$ معیار شارپ، خروجی‌های دارایی تحت ارزیابی هستند. اکنون، مدل زیر را در چارچوب سنجه ریسک $-CVaR$ -میانگین بازده-معیار شارپ بیان می‌کنیم که از مدل *VRM* در ماهیت خروجی الهام‌گرفته شده است.

$$\begin{aligned}
 & \max \quad \alpha, \\
 & \text{s.t.} \quad CVaR(Y(W)) \leq CVaR_{\beta}^o(W), \\
 & \quad E(Y(W)) - \alpha |E(y^o)| \geq E(y^o), \\
 & \quad RVAR(Y(W)) - \alpha |RVAR(y^o)| \geq RVAR(y^o), \\
 & \quad e'W = 1, \\
 & \quad W \geq 0.
 \end{aligned} \tag{1}$$

مدل (۱) دارای سه محدودیت است، اولین محدودیت مربوط به سنجه ریسک که ورودی مدل است و دومین و سومین محدودیت به ترتیب مربوط به میانگین بازده و *RVAR* دارایی تحت ارزیابی که خروجی‌های مدل را نشان می‌دهند. در حقیقت، این مدل همان مدل *VRM-based* نیز نشان‌دهنده درصدی از سرمایه کل است که قرار است $W = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ باشد و آن را مدل *VRM-based* نماییم. بردار e' می‌باشد و آن را مدل *VRM-based* نماییم.





در هر یک از n دارایی موجود در سبد، سرمایه‌گذاری گردد و بردار e یک بردار واحد را نشان می‌دهند. $\alpha^* = \max \alpha$ مقدار بهینه مدل که میزان ناکارایی دارایی تحت ارزیابی را نشان می‌دهد که فاصله بین دارایی و مرز کارا است؛ بنابراین، $\frac{1}{1+\alpha^*}$ نشان‌دهنده میزان کارایی دارایی است [2]. اگر $\alpha^* = 0$ ، دراین صورت، دارایی بخشی از مرز کارا است و آن را دارایی کارا می‌نامیم. $E(Y(W)) = \sum_{j=1}^n w_j E(y^j)$ نشان‌دهنده میزان بازده سبد دارایی و میانگین بازده سبد است که همان امید ریاضی است.

اکنون مدلی را معرفی می‌کنیم که توزیع بازده‌های آن از توزیع VG تعیت می‌کنند؛ بنابراین، فرض می‌کنیم n دارایی با بازده‌های $y_t^n, \dots, y_t^2, y_t^1$ که y_t^j به ازای $j=1, 2, \dots, n$ بازده دارایی j در لحظه t را نشان می‌دهد و هر بازده به صورت $y_t^j = \mu^j t + \sum_{k=1}^n a_{jk} X_t^k$ تعریف می‌گردد. $\{X_t^k : t \geq 0\}$ چندمتغیره با پارامترهای متضایر σ_k, v_k و θ_k هستند. به عبارت دیگر داریم؛ $X_t^k \sim VG(t; \sigma_k, v_k, \theta_k)$. از این به بعد، برای راحتی از y^j به جای y^j و از X^k به جای X^k استفاده می‌کنیم. سپس، مدل زیر را با فرآیند VG حل می‌نماییم که از مدل VRM در ماهیت خروجی الهام‌گرفته شده است.

$$\begin{aligned}
 & \max \quad \alpha, \\
 \text{s.t.} \quad & \Gamma + \frac{1}{(1-\beta)Q} \sum_{q=1}^Q (-W'Y_q - \Gamma)^+ \leq CVaR_\beta^o(W), \\
 & E(Y(W)) - \alpha |E(y^o)| \geq E(y^o), \\
 & RVAR(Y(W)) - \alpha |RVAR(y^o)| \geq RVAR(y^o), \\
 & y^j = \mu^j t + \sum_{k=1}^n a_{jk} X^k, \quad j = 1, 2, \dots, n, \\
 & e'W = 1, \\
 & W \geq 0, \\
 & \text{where} \\
 & X_t^k \sim VG(t; \sigma_k, v_k, \theta_k), \quad k = 1, 2, \dots, n.
 \end{aligned} \tag{2}$$

مدل (2) یک مدل در چارچوب سنجه ریسک $-CVaR$ -میانگین بازده-معیار شارپ است و آن را VG - VRM می‌نامیم. تفاوت مدل فوق با مدل (1) در این است که مدل (2) دارای دو محدودیت اضافه $y^j = \mu^j t + \sum_{k=1}^n a_{jk} X^k$ به ازای $j=1, 2, \dots, n$ و همچنین $X_t^k \sim VG(t; \sigma_k, v_k, \theta_k)$ به ازای $k=1, 2, \dots, n$ است.

به دلیل آن‌که چولگی و کشیدگی توزیع بازده‌های هر یک از دارایی‌ها در حین ارزیابی عملکرد دارایی‌ها در نظر گرفته می‌شوند؛ بنابراین، مقادیر ورودی و خروجی‌های مدل در ارزیابی هر یک از دارایی‌ها تحت تاثیر VG هستند. برای حل مدل بهینه‌سازی (2)، ابتدا بازده‌ها توسط روش مونت‌کارلو شبیه‌سازی می‌شوند. برای این‌کار، ابتدا پارامترهای VG را با استفاده از روش گشتاورها تخمین می‌زنیم. در این روش، یک دستگاه که شامل چهار گشتاور مرکزی اول و کوواریانس توزیع بازده‌های نمونه است در یک بازه زمانی t با استفاده از روش نیوتون حل می‌شوند، روش حل با استفاده از روش گشتاورها در مطالعه یو و همکاران [36] انجام می‌شود. سپس فاکتورهای VG توسط روش مونت‌کارلو شبیه‌سازی می‌گردد. در انتهای، سناریوهای بازده‌های دارایی‌ها به کمک فاکتورها شبیه‌سازی می‌شوند. مقادیر ورودی و خروجی‌های مدل توسط همین بازده‌های شبیه‌سازی شده به دست می‌آیند. روش محاسبه $CVaR$ ، روشی است که در تحقیق رکافلر و اوریاسو [31] معرفی شده است. همانند مدل قبل، بردار $(w_1, w_2, \dots, w_n)'$ نشان‌دهنده بردار تصمیم‌گیری در مدل است که نماینده درصدی از وجه کل سرمایه است که در هر یک از دارایی‌های موجود در سبد سرمایه‌گذاری می‌گردد و e نیز بردار واحد n -بعدی و سطح اطمینان را نشان می‌دهند. در مدل فوق، بازده یک سبدمالی و میانگین وزنی بازده $RVAR$ هر یک از دارایی‌ها و یا سهام موجود در سبد همانند مدل (1) است. $\alpha^* = \max \alpha$ نشان‌دهنده میزان ناکارایی دارایی تحت ارزیابی است و میزان بهبودی در دارایی تحت ارزیابی برای رسیدن به مرز کارا را نشان می‌دهد. به عبارت دیگر، میزان بهینه مدل، برابر است با نسبت میزان خروجی بهبودیافته به میزان خروجی دارایی تحت ارزیابی. همچنین، اگر $\alpha^* = 0$ ، آن‌گاه دارایی تحت ارزیابی بخشی از مرز کارا است و حداقل میزان کاهاش در ورودی و

حداکثر میزان افزایش در هر یک از خروجی‌ها را به یک نسبت یکسان نشان می‌دهد. به طور خلاصه، با استفاده از گام‌های زیر، سناریوهای بازده‌های دارایی‌ها تولید می‌شوند. محاسبات توسط نرم افزار متلب انجام گرفته است.



گام ۱ - ابتدا بازده‌های لگاریتمی نمونه مربوط به قیمت پایانی دارایی‌هایی که قرار است عملکرد آن‌ها مورد ارزیابی قرار گیرد، محاسبه می‌شوند.

گام ۲- ماتریس کوواریانس از روی بازده‌های لگاریتمی نمونه محاسبه شده در گام ۱ به دست می‌آید.

VV9

گام ۳- چهار گشتاور مرکزی اول بازده های نمونه دارایی ها را محاسبه می کنیم و در این راستا یک دستگاه معادلات غیرخطی تشکیل می گردد که با حا آن تخمینه از بارامترهای فرآیند VG به دست می آیند [36].

گام ۴- با استفاده از پارامترهای تخمین زده شده، فاکتورهای VG محاسبه می شوند.

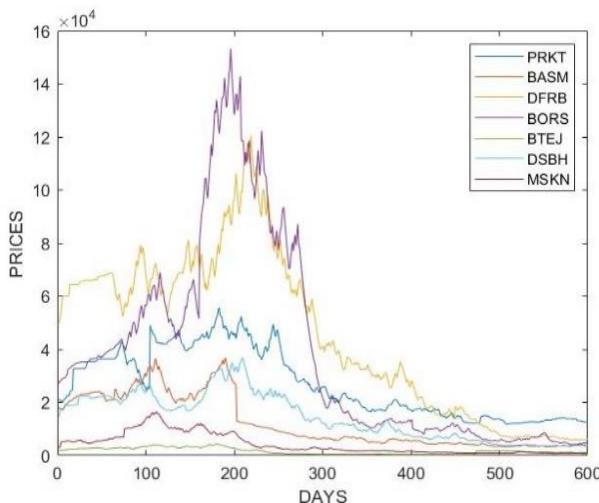
گام ۵- به وسیله فاکتورهای حاصل از گام ۴، بازدههای دارایی‌ها به صورت سناریوهای Y_1, Y_2, \dots, Y_q که هر Y_q یک بردار در \mathbb{R}^n است، توسط روش مونت کارلو شبیه‌سازی می‌شوند.

وروودی و خروجی های مدل، تحت تاثیر سناریوهایی هستند که از VG به دست می آیند که این سناریوها همان بازده های شبیه سازی شده توسط پارامتر های VG هستند. در مدل مطرح شده تحت VG ، به دلیل آن که چولگی و کشیدگی درون خود فرآیند در مراحل ارزیابی عملکرد در نظر گرفته می شوند، دیگر نیازی به اضافه نمودن قید و محدودیتی برای این دو ویژگی توزیع بازده ها وجود ندارد؛ بنابراین، می توان نتیجه گرفت در مدل (۲)، نمره کارایی هر دارایی واقع بینانه تر است و از اطمینان بیشتری برخوردار است. هم چنین، یک سرمایه گذار براساس میزان سرمایه اولیه و انتظارات فردی خود می تواند دارایی هایی که تحت مدل (۲) کارا هستند یا دارایی هایی که میزان کارایی آنها نزدیک به یک دارایی کارا هستند را برای سرمایه گذاری انتخاب نموده و سبد مالی مورد نظر خود را تشکیل دهد. حتی با استفاده از مدل (۲) می توان به مدیر شرکت در مورد عملکرد آن شرکت آگاهی داد. هم چنین، به دلیل آن که خروجی های مدل می توانند مقادیر منفی اختیار کنند هر دو مدل را در ماهیت خروجی درنظر گرفته ایم. باید به این نکته توجه نمود که مدل (۱) بدون در نظر گرفتن مشخصه های توزیع بازده هاست که باعث می شود مقادیر وروودی و خروجی های مدل به درستی تخمین زده نشوند، در نتیجه مقادیر کارایی نیز مقادیری باشند که قابل اطمینان نیستند.

-۵ مطالعه موردي

در این بخش به بررسی تجربی مدل ارایه شده بر روی شرکت‌های سهامی که اطلاعات آن‌ها از شرکت بورس اوراق بهادار تهران جمع‌آوری شده است، می‌پردازیم. اطلاعات این پژوهش شامل قیمت روزانه سهام ۷ شرکت از صنایع حاضر در سازمان بورس اوراق بهادار تهران است که به صورت تصادفی به عنوان دارایی‌های درون سبدمالی جمع‌آوری شده‌اند. این داده‌ها، توسط نرم افزار تی.اس.ای کلاینت^۱ از سایت اینترنتی شرکت مذکور به صورت فایل اکسل به دست می‌آیند. داده‌های این ۷ شرکت از صنایع مختلف هستند که با توجه به قیمت پایانی سهام به صورت روزانه در دوره زمانی ۷ آبان ۱۳۹۷ (معادل ۲۹ اکبر ۲۰۱۸) الی ۱۲ خرداد ۱۴۰۰ (معادل ۲ ژوئن ۲۰۲۱) به مدت ۶۰۰ روز جمع‌آوری شده‌اند. اسامی شرکت‌ها عبارت‌اند از به‌پرداخت ملت، بیمه سامان، داروسازی فارابی، شرکت بورس اوراق بهادار تهران، بانک تجارت، سیحان دارو، سرمایه‌گذاری مسکن تهران، که نمادهای انگلیسی هر شرکت به ترتیب *DFRB*, *BASM*, *PRKT*, *BORS*, *BTEJ*, *DSBH* و *MSKN* است. هر یک از شرکت‌ها به صورت یک دارایی در نظر گرفته می‌شوند، در سرتاسر مثال $\beta = 0 / 90$ به عنوان سطح اطمینان و نرخ میانگین بازده دارایی بدون ریسک $0 / 20$ در نظر گرفته شده است.

شکل ۱، رفتار قیمت سهام این ۷ شرکت را در افق زمانی مورد بررسی بر اساس قیمت‌های پایانی روزانه آن‌ها نشان می‌دهد.



شکل ۱- قیمت‌های روزانه سهام ۷ شرکت.
Figure 1- Stock daily pricess of 7 companies.

نمودار قیمت سهام بر اساس عرضه و تقاضا بین خریداران و فروشندهان شکل می‌گیرد که منجر به تغییرات زیاد و پرش‌های ناگهانی قیمت در بازار می‌شود. همانطور که در شکل ۱ مشاهده می‌کنیم، بعضی شرکت‌ها مانند DFRB و BORS دارای روند صعودی و نزولی بیشتری در مقایسه با بقیه شرکت‌ها هستند. جدول ۱، چولگی و کشیدگی بازده‌های نمونه هر یک از دارایی‌ها را نشان می‌دهد.

جدول ۱- مقادیر چولگی و کشیدگی هر یک از دارایی‌ها.

Table 1- Skewness and kurtosis of each asset.

دارایی	چولگی	کشیدگی
PRKT	9.9325	169.0439
BASM	-8.4469	150.2473
DFRB	1.3647	13.6856
BORS	1.6655	31.6647
BTEJ	15.8655	337.4576
DSBH	0.1476	3.2263
MSKN	4.2162	49.1876

از آنجا که مقادیر چولگی و کشیدگی هر یک از دارایی‌ها تفاوت معناداری با چولگی و کشیدگی توزیع نرمال که به ترتیب ۰ و ۳ هستند، دارند و از جدول ۱، نیز مشهود است و فرآیند نرمال برای برآش به بازده‌های این دارایی‌ها مناسب نیست؛ بنابراین، فرآیند VG را جهت توصیف دینامیک قیمت دارایی‌ها بکار می‌بریم. از آنجا که فرآیند VG، به وسیله پارامترهایش، چولگی و کشیدگی را کنترل می‌کند از این فرآیند استفاده می‌کنیم. برای محاسبه پارامترهای VG، ابتدا ماتریس کوواریانس بازده‌های این ۷ دارایی را به دست می‌آوریم. بعد از آن، بردارهای ویژه و مقادیر ویژه این ماتریس را مشخص می‌کنیم. سپس، برای محاسبه پارامترها، یک دستگاه معادلات غیرخطی از چهار گشتاور مرکزی اول را تشکیل می‌دهیم و دستگاه را به وسیله الگوریتم نیوتون حل می‌کنیم. نتایج حاصل از حل دستگاه، همان پارامترها هستند که به کمک روش گشتاورها به دست آمده‌اند، که در جدول ۲ مقادیر پارامترها نشان داده شده است.

جدول ۲- پارامترهای تخمین زده شدهی فرآیند VG.

Table 2- VG estiamted parameters.

دارایی	μ	θ	σ^2	ν
PRKT	-0.0014	0.0001	0.9000	-0.0020
BASM	-0.0009	0.0193	1.0200	-0.0018
DFRB	0.0155	-0.0017	0.6600	-0.3053
BORS	-0.0058	-0.0008	1.0200	-0.7426
BTEJ	-0.0031	-0.0009	2.4000	0.1713
DSBH	0.0003	0.0022	0.5400	0.2546
MSKN	-0.0034	0.0013	1.0200	1.0196

سپس فاکتورهای VG به کمک روش مونت‌کارلو شبیه‌سازی می‌شوند و در آخر بازده‌های دارایی‌ها با استفاده از روش مونت‌کارلو شبیه‌سازی می‌گردد. مقدار سنجه ریسک CVaR و میانگین بازده‌ها و RVAR هر یک از بازده‌های نمونه و بازده‌های شبیه‌سازی شده در جدول ۳ نمایش داده شده است.

جدول ۳- مقادیر CVaR، میانگین بازده‌ها و RVAR حاصل از بازده‌های نمونه و بازده‌های شبیه‌سازی شده.

Table 3- CVaR, mean return and RVAR of the sample data set and simulated data set.

دارایی	بازده‌های نمونه			بازده‌های شبیه‌سازی شده		
	CVaR	میانگین بازده	RVAR	CVaR	میانگین بازده	RVAR
PRKT	0.0553	-0.0009	-5.21818	0.6932	-0.0115	-0.58232
BASM	0.0498	-0.0027	-4.9199	1.1113	-0.0100	-0.3478
DFRB	0.0530	-0.0035	-6.09281	0.1580	-0.0008	-2.18261
BORS	0.0583	-0.0029	-4.85407	1.1013	-0.0269	-0.39379
BTEJ	0.0688	-0.0019	-3.20986	2.6911	0.0039	-0.12924
DSBH	0.0501	-0.0024	-6.74667	0.1335	-0.0023	-2.75989
MSKN	0.0609	-0.0018	-4.94608	1.4467	0.0268	-0.20341

۷۸۱

در آخر، مقادیر جدول فوق که در قسمت داده‌های نمونه هستند در مدل VRM یعنی مدل (۱) در ماهیت خروجی قرار داده می‌شوند و داده‌های شبیه‌سازی شده در مدل (۲)، به عنوان ورودی و خروجی‌های آن‌ها قرار داده می‌شوند و عملکرد هر یک از دارایی‌ها ارزیابی می‌گردد. تمام محاسبات به کمک نرم‌افزار گمز انجام شده‌اند.

در جدول ۴، نتایج حاصل از ارزیابی عملکرد هر یک از دارایی‌ها توسط مدل VRM-based VRM و مدل VG-VRM ثبت گردیده است.

جدول ۴- مقادیر ناکارایی حاصل از مدل‌های VG-VRM و VRM-based VRM در چارچوب .CVaR-Mean Return-RVAR

Table 4- Inefficiency scores in mean CVaR-Mean return-RVAR framework by VRM-based and VG-VRM models.

دارایی	Mدل	
	VRM-Based	VG-VRM
PRKT	0.00	0.57
BASM	0.32	0.43
DFRB	0.28	0.07
BORS	0.34	0.50
BTEJ	0.00	0.00
DSBH	0.39	0.29
MSKN	0.18	0.00

با توجه به داده‌های نمونه، دارایی اول PRKT با داشتن مقدار میانگین بازده منفی دارای بالاترین میزان بازده است. میزان RVAR آن در بین ۷ دارایی با در نظر گرفتن بیشترین مقدار به کمترین مقدار دارای جایگاه پنجم است. میزان ریسک این دارایی با لحاظ نمودن کمترین به بیشترین مقدار در جایگاه چهارم در بین ۷ دارایی قرار دارد. این دارایی توسط مدل (۱) کارا ارزیابی شده است. در حالی که این دارایی، با داده‌های شبیه‌سازی شده دارای میانگین بازده کمی است، به عبارت دیگر، بازدهی این دارایی در بین ۷ دارایی از لحاظ بیشترین مقدار به کمترین دارای جایگاه ششم است که میزان نرخ میانگین بازده آن کم است و مقدار RVAR آن نیز در جایگاه پنجم در بین ۷ دارایی است. مقدار ریسک این دارایی هم از لحاظ کمترین مقدار به بیشترین مقدار در جایگاه سوم قرار دارد. به عبارت دیگر، با توجه به داده‌های شبیه‌سازی شده، این دارایی در عین حال که ورودی تقریباً کمی را در بین ۷ دارایی دارا است، ولی هر دو خروجی آن نیز مقادیر کمی هستند و این دارایی توسط مدل (۲) با فرآیند VG دارای نمره ناکارایی ۰/۵۷ است. با توجه به اینکه، این دارایی دارای چولگی مثبت بزرگ و هم‌چنین میزان کشیدگی آن نیز مقدار بزرگی است و هر دو مشخصه در حین ارزیابی عملکرد دارایی اول به وسیله پارامترهای VG مدل نظر قرار گرفته‌اند، می‌توان نتیجه گرفت که مقادیر ورودی و خروجی‌ها در مدل (۲) که تحت تاثیر این مشخصه‌ها تخمین زده می‌شوند، دارای مقادیر معقول‌تر و به واقعیت نزدیک‌تر هستند. درنتیجه، میزان ناکارایی محاسبه شده توسط مدل (۲) به واقعیت نزدیک‌تر است.

دارایی چهارم BORS، میزان ناکارایی آن با استفاده از داده‌های نمونه ۰/۳۴ است. میزان ریسک این دارایی از لحاظ کمترین مقدار در جایگاه پنجم قرار دارد، میانگین بازده و RVAR آن هر دو در جایگاه ششم قرار دارند. با این مقادیر، ناکارا بودن آن معقول به نظر می‌رسد، به دلیل آن‌که میزان ورودی آن در بین ۷ دارایی تقریباً بزرگ است و هم‌چنین از طرفی میزان خروجی‌های آن نیز به نسبت ۶ دارایی دیگر خیلی کم است. این دارایی در مدل (۲) نیز ناکارا ارزیابی می‌گردد، با استفاده از داده‌های شبیه‌سازی شده، میزان ناکارایی آن ۰/۵۰ است. میزان ریسک آن در بین ۷ دارایی از لحاظ کمترین مقدار در جایگاه چهارم قرار دارد و میانگین بازده آن کمترین میزان است و مقدار RVAR آن نیز از لحاظ بیشترین مقدار در بین ۷ دارایی در جایگاه چهارم قرار گرفته است. با این حال، تأکید می‌کنیم که مدل (۲)، با فرآیند VG به ارزیابی عملکرد دارایی‌ها می‌پردازد که متاثر از وجود مشخصه‌های توزیع بازده‌ها است؛ بنابراین، باز هم می‌توان نتیجه گرفت که میزان ناکارایی حاصل از مدل (۲) به واقعیت نزدیک‌تر است.



در مورد دارایی هفتم $MSKN$ ، این دارایی توسط مدل (۱) دارای ناکارایی به میزان ۱۸٪ است. سنجه ریسک آن در جایگاه ششم از کمترین مقدار به بیشترین مقدار قرار دارد یعنی دارای میزان ریسک تقریباً بزرگی است. میانگین بازده آن در جایگاه دوم و $RVAR$ آن در جایگاه چهارم با توجه به بیشترین مقدار به کمترین مقدار در بین ۷ دارایی قرار دارند ولی این دارایی، چولگی و کشیدگی قابل توجهی دارد که در مدل (۱) این مشخصه‌ها نادیده گرفته شده‌اند و این دارایی در مدل (۲)، کارا ارزیابی شده است. دارایی هفتم، دارای میزان سنجه ریسک زیادی است که با لحاظ نمودن کمترین مقدار به بیشترین، دارای جایگاه ششم در بین ۷ دارایی است. از لحاظ میزان میانگین بازده و $RVAR$ در جایگاه دوم قرار گرفته است. به عبارت دیگر، این دارایی در هر دو حالت نمونه و شبیه‌سازی شده، هم میزان سنجه ریسک بزرگی دارد و هم از لحاظ خروجی‌ها مقادیر بزرگی را داراست، می‌توان نتیجه گرفت که این دارایی جزو دارایی‌های پر ریسک طبقه‌بندی می‌شود. در این نوع دارایی‌ها، سرمایه‌گذار انتظار عایدی بیشتری دارد و معقول به نظر می‌رسد با توجه به این اصل سرمایه‌گذاران پر ریسک به دنبال بازدهی بالاتری هستند که در نتیجه این دارایی در رده دارایی‌های کارا قرار می‌گیرد. تفسیری مشابه، برای دارایی پنجم همانند دارایی هفتم در مدل (۱) برقرار است. در حالی که دارایی پنجم توسط مدل (۱) کارا ارزیابی می‌گردد، در صورتی که دارایی هفتم با وضعیتی تقریباً مشابه دارایی پنجم توسط مدل (۱) ناکارا ارزیابی شده است؛ بنابراین، باز هم می‌توان نتیجه گرفت که وجود مشخصه‌های توزیع بازده‌ها، چولگی و کشیدگی در حین ارزیابی عملکرد دارایی‌های مالی، ما را به نتایج نزدیک‌تر به واقعیت سوق می‌دهند. به دلیل آن‌که، این مشخصه‌های توزیع‌ها وجود دارند و با نادیده گرفتن آن‌ها در حین ارزیابی عملکرد یا حتی تشکیل سبد بهینه، منجر به نتایج غیر واقعی می‌گردد.

مطلوب مهمی که می‌توان در انتهای این مثال کاربردی به آن اشاره نمود این است که ممکن است ارزیابی عملکرد یک دارایی توسط مدل‌های (۱) و (۲) دارای میزان ناکارایی یکسان باشد یا در هر دو مدل کارا ارزیابی شود. ولی آنچه که مهم است این است که در مدل (۱) هیچ اشاره‌ای به مشخصه‌های توزیع بازده‌ها نشده و چولگی و کشیدگی در حین ارزیابی عملکرد دارایی در نظر گرفته نشده‌اند و مقادیر ورودی و خروجی‌ها درست تخمین زده نمی‌شوند؛ بنابراین، منجر به یک نتیجه دور از واقعیت نزدیک‌تر است. در حال، هر چقدر نتیجه به مقدار واقعی نزدیک‌تر باشد به مدیر شرکت در مورد عملکرد شرکتش و به یک سرمایه‌گذار در تشکیل سبد بهینه، منجر به نتایج غیر واقعی می‌کند.

۶- بحث و نتیجه‌گیری

هدف از پژوهش حاضر، ارزیابی عملکرد دارایی‌ها است؛ بنابراین، از علم DEA در این راستا بهره برده‌ایم. به همین منظور، مدلی معرفی شده است که برای هر یک از دارایی‌ها سنجه ریسک $CVaR$ به عنوان ورودی و دو خروجی، میانگین بازده و معیار شارپ هستند. از طرفی در بسیاری از مطالعات، دینامیک لگاریتم قیمت دارایی‌های مالی به صورت توزیع نرمال فرض شده است. در صورتی که، توزیع بازده‌های دارایی‌های مالی دارای چولگی بوده و پراکنده‌ی داده‌ها در نقاط انتها می‌باشد، در این راستا از VG که برآش مناسبی برای بازده دارایی‌ها و اینکه تغییرات قیمت سهام در طول زمان به صورت تصادفی دچار تغییر و نوسان می‌شوند، می‌توان از مدل‌های تصادفی جهت توصیف دینامیک لگاریتم قیمت دارایی‌های مالی بهره برد. در این راستا از فرآیند تصادفی VG که به عنوان ورودی مدل است تاثیر بسزایی دارد. به دلیل مدل سازی بازده‌ها استفاده کردیم. به ویژه آن‌که، این فرآیند روی سنجه ریسک $CVaR$ که به عنوان ورودی مدل است تاثیر بسزایی دارد. به دلیل آن که $CVaR$ تحت تاثیر تابع چگالی احتمال توزیع بازده‌هاست و فرآیندی که برای مدل سازی بازده‌ها انتخاب می‌شود و مقدار سنجه ریسک تحت تاثیر این فرآیند به مقدار واقعی تخمین زده می‌شود. در نتیجه این فرآیند به طور قطع روى مقادیر ورودی و خروجی‌های مدل و به دنبال آن روی میزان کارایی هر یک از دارایی‌ها تاثیرگذار است. هم‌چنین، میانگین بازده و معیار شارپ دارایی‌ها می‌توانند مقادیر منفی نیز اختیار کنند، در این صورت نمی‌توان از مدل‌های کلاسیک DEA در جهت ارزیابی عملکرد آن‌ها استفاده نمود؛ بنابراین، از مدل‌هایی که در حضور مقادیر منفی قادر به ارزیابی عملکرد دارایی‌ها هستند، استفاده می‌کنیم. یکی از مدل‌های DEA که با این هدف می‌توان به کار برد، مدل $-VRM$ است که مدل ارایه شده در این پژوهش نیز از این مدل الهام‌گرفته شده است. مدل معرفی شده، در چارچوب سنجه ریسک $-CVaR$ میانگین بازده-معیار شارپ در ماهیت خروجی است. با توجه به چارچوب مدل پیشنهادی تحت فرآیند VG ، مقادیر ورودی و خروجی‌های مدل نزدیک به مقدار واقعی تخمین زده می‌شوند و نتایج حاصل از آن نسبت به مدل VRM دارای اطمینان بیشتری دارند. با ارزیابی دارایی‌ها به کمک مدل معرفی شده، می‌توان سبد‌های مالی متشکل از دارایی‌های کارا و یا دارایی‌هایی با میزان بالای کارایی تشکیل داد. در نتیجه، می‌توان با ارزیابی عملکرد هر یک از دارایی‌ها، یک سبد مالی پر سود تشکیل داد و با توجه به انتظارات خود سرمایه‌گذار و یا سرمایه اولیه او، ترکیبی از چنین دارایی‌هایی را درون سبد مالی نگهداری نمود.

در حالت کلی، می‌توان تیجه گرفت که ارزیابی دارایی‌ها با استفاده از ساختار DEA و با در نظر گرفتن مشخصه‌های بازده‌ها دارای عملکرد واقعی تری هستند. به نوعی، بالحاظ کردن این ویژگی‌ها در روند ارزیابی، نتایجی که به واقعیت نزدیک‌تر است حاصل می‌شوند؛ بنابراین، می‌توان سرمایه‌گذار را در جهت تشکیل سبد مالی بهینه با سود بیشتری کمک کرد.



تشکر و قدردانی

نویسنده‌گان برخود لازم می‌دانند از داوران محترم برای مطالعه و ارایه نظرات و پیشنهادات ارزشمند ایشان قدردانی و تشکر نمایند.

۷۸۳

تعارض منافع

نویسنده‌گان اعلام می‌دارند که هیچ تضاد در منافع ندارند و تضمین می‌کنند که مقاله حاضر قبل از نشر یه دیگری چاپ نشده و در حال حاضر تحت انتشار نیست.

منابع

از زیبایی عملکرد دارایی‌ها با استفاده از مشخصه‌های توزیع بازده‌ها

- [1] Joro, T., & Na, P. (2006). Portfolio performance evaluation in a mean-variance-skewness framework. *European journal of operational research*, 175(1), 446–461.
- [2] Cheng, G., Zervopoulos, P., & Qian, Z. (2013). A variant of radial measure capable of dealing with negative inputs and outputs in data envelopment analysis. *European journal of operational research*, 225(1), 100–105.
- [3] Baumol, W. J. (1963). An expected gain-confidence limit criterion for portfolio selection. *Management science*, 10(1), 174–182.
- [4] Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J. M., & Heath, D. (1999). Coherent measures of risk. *Mathematical finance*, 9(3), 203–228.
- [5] Pflug, G. C. (2000). Some remarks on the value-at-risk and the conditional value-at-risk. In *Probabilistic constrained optimization: methodology and applications* (pp. 272–281). Springer.
- [6] Sharpe, W. F. (1966). Mutual fund performance. *The journal of business*, 39(1), 119–138.
- [7] Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The journal of finance*, 7(1), 77–91.
- [8] Fama, E. F. (1965). The behavior of stock-market prices. *The journal of business*, 38(1), 34–105.
- [9] Madan, D. B., & Seneta, E. (1990). The variance gamma (VG) model for share market returns. *Journal of business*, 511–524.
- [10] Madan, D. B., Carr, P. P., & Chang, E. C. (1998). The variance gamma process and option pricing. *Review of finance*, 2(1), 79–105.
- [11] Markowitz Harry, M. (1959). *Portfolio selection: efficient diversification of investments*. 16 Yale University Press. <http://www.jstor.org/stable/j.ctt1bh4c8h>
- [12] Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European journal of operational research*, 2(6), 429–444.
- [13] Murthi, B. P. S., Choi, Y. K., & Desai, P. (1997). Efficiency of mutual funds and portfolio performance measurement: A non-parametric approach. *European journal of operational research*, 98(2), 408–418.
- [14] Basso, A., & Funari, S. (2001). A data envelopment analysis approach to measure the mutual fund performance. *European journal of operational research*, 135(3), 477–492.
- [15] Morey, M. R., & Morey, R. C. (1999). Mutual fund performance appraisals: a multi-horizon perspective with endogenous benchmarking. *Omega*, 27(2), 241–258.
- [16] Daraio, C., & Simar, L. (2006). A robust nonparametric approach to evaluate and explain the performance of mutual funds. *European journal of operational research*, 175(1), 516–542.
- [17] Galagedera, D. U. A., & Silvapulle, P. (2002). Australian mutual fund performance appraisal using data envelopment analysis. *Managerial finance*, 28(9), 60–73.
- [18] McMullen, P. R., & Strong, R. A. (1998). Selection of mutual funds using data envelopment analysis. *The journal of business and economic studies*, 4(1), 1–12.
- [19] Kerstens, K., Mounir, A., & de Woestyne, I. (2011). Geometric representation of the mean-variance-skewness portfolio frontier based upon the shortage function. *European journal of operational research*, 210(1), 81–94.
- [20] Liu, W., Zhou, Z., Liu, D., & Xiao, H. (2015). Estimation of portfolio efficiency via DEA. *Omega*, 52, 107–118.
- [21] Aragon, G. O., & Ferson, W. E. (2007). Portfolio performance evaluation. *Foundations and trends in finance*, 2(2), 83–190.
- [22] Ghanbari, J., Abbasi, E., Didekhani, H., & Ashrafi, M. (2022). The impact of strategic cost management on the relationship between supply chain practices, top management support and financial performance improvement. *Journal of applied research on industrial engineering*, 9(1), 32–49.



- [23] Harvey, C. R., & Siddique, A. (2000). Conditional skewness in asset pricing tests. *The journal of finance*, 55(3), 1263–1295.
- [24] Kraus, A., & Litzenberger, R. H. (1976). Skewness preference and the valuation of risk assets. *The journal of finance*, 31(4), 1085–1100.
- [25] Qin, Z., Dai, Y., & Zheng, H. (2017). Uncertain random portfolio optimization models based on value-at-risk. *Journal of intelligent & fuzzy systems*, 32(6), 4523–4531.
- [26] Banihashemi, S., Moayedi Azarpour, A., & Navvabpour, H. (2016). Portfolio optimization by mean-value at risk framework. *Applied mathematics & information sciences*, 10(5), 1935–1948.
- [27] Szegö, G. P. (2004). *Risk measures for the 21st century* (Vol. 1). Wiley New York.
- [28] Dempster, M. A. H. (2002). *Risk management: value at risk and beyond*. Cambridge University Press.
- [29] Mansini, R., Ogryczak, W., & Speranza, M. G. (2007). Conditional value at risk and related linear programming models for portfolio optimization. *Annals of operations research*, 152, 227–256.
- [30] Andersson, F., Mausser, H., Rosen, D., & Uryasev, S. (2001). Credit risk optimization with conditional value-at-risk criterion. *Mathematical programming*, 89, 273–291.
- [31] Rockafellar, R. T., & Uryasev, S. (2000). Optimization of conditional value-at-risk. *Journal of risk*, 2, 21–42.
- [32] Rockafellar, R. T., & Uryasev, S. (2002). Conditional value-at-risk for general loss distributions. *Journal of banking & finance*, 26(7), 1443–1471.
- [33] Banihashemi, S., & Navidi, S. (2017). Portfolio performance evaluation in Mean-CVaR framework: A comparison with non-parametric methods value at risk in Mean-VaR analysis. *Operations research perspectives*, 4, 21–28.
- [34] Branda, M. (2016). Mean-value at risk portfolio efficiency: approaches based on data envelopment analysis models with negative data and their empirical behaviour. *4OR*, 14, 77–99.
- [35] Chen, Z., & Lin, R. (2006). Mutual fund performance evaluation using data envelopment analysis with new risk measures. *Or spectrum*, 28(3), 375–398.
- [36] Yu, J., Yang, X., & Li, S. (2009). Yu, J., Yang, X., & Li, S. (2009). Portfolio optimization with CVaR under VG process. *Research in international business and finance*, 23(1), 107–116.