



Paper Type: Original Article



## Decision Making Unit Targets in Fully Fuzzy Problems Using Value Efficiency Analysis

Mohammad Reza Mozaffari<sup>1,\*</sup>, Fatemeh Dadkhah<sup>2</sup>, Mehdi Abbasi<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Department of Mathematics, Shiraz Branch, Islamic Azad University, Shiraz, Iran; mozaffari854@yahoo.com.

<sup>2</sup> Department of Mathematics, Marvdasht Branch, Islamic Azad University, Marvdasht, Iran; dadkhah\_f@yahoo.com.

<sup>3</sup> Department of Industrial Engineering, Shiraz Branch, Islamic Azad University, Shiraz, Iran; abbasi.iau@gmail.com.

**Citation:**



Mozaffari, M. R., Dadkhah, F., & Abbasi, M. (2022). Decision making unit targets in fully fuzzy problems using value efficiency analysis. *Journal of decisions and operations research*, 7(Spec. Issue), 1-17.

Received: 08/04/2021

Reviewed: 10/05/2021

Revised: 24/06/2021

Accepted: 01/08/2021

### Abstract

**Purpose:** The purpose of this paper is to present fully fuzzy value efficiency model and fully fuzzy value efficiency with ratio data model and determine Decision Making Unit (DMU) targets by solving them. It is considerable that to find targets of DMUs in data envelopment analysis, usually the required exact data and information are not available. In this situation using mathematical models with fuzzy parameters and decision making variables can be useful. Also, by using value efficiency analysis, the opinions of manager can be considered in determining DMU targets.

**Methodology:** Here, the linear programming models which all parameters and decision variables are triangular fuzzy numbers are defined as fully fuzzy linear programming. Each proposed full fuzzy model is converted to a triple objective non-fuzzy linear programming model and solved by the lexicographic method.

**Findings:** Research project targets in a university of Iran were determined by creating and solving proposed mathematical models.

**Originality/Value:** To present and solve fully fuzzy value efficiency model and fully fuzzy value efficiency with ratio data model and determine DMU targets are the innovations of this research. It is considerable that presenting the results as fuzzy numbers can be applied to evaluate DMUs.

**Keywords:** Decision making unit targets, Data envelopment analysis, Ratio data, Fully fuzzy value efficiency model, Fully fuzzy linear programming problems.



Corresponding Author: mozaffari854@yahoo.com



<http://dorl.net/dor/20.1001.1.25385097.1401.7.5.4.7>



Licensee. **Journal of Decisions and Operations Research**. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).



## نوع مقاله: پژوهشی

### الگوی واحدهای تصمیم‌گیری در مسایل کاملاً فازی با استفاده از تحلیل کارایی ارزش

محمد رضا مظفری<sup>۱\*</sup>، فاطمه دادخواه<sup>۲</sup>، مهدی عباسی<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup>گروه ریاضی، واحد شیراز، دانشگاه آزاد اسلامی، شیراز، ایران.

<sup>۲</sup>گروه ریاضی، واحد مرودشت، دانشگاه آزاد اسلامی، مرودشت، ایران.

<sup>۳</sup>گروه مهندسی صنایع، واحد شیراز، دانشگاه آزاد اسلامی، شیراز، ایران.

## چکیده

**هدف:** هدف این مقاله ارایه مدل کارایی ارزش کاملاً فازی و مدل کارایی ارزش با داده‌های نسبتی کاملاً فازی و تعیین الگوی واحدهای تصمیم‌گیری با حل مدل‌های مزبور می‌باشد. قابل توجه آنکه برای تعیین الگوی واحدهای تصمیم‌گیری در تحلیل پوششی داده‌ها، معمولاً داده‌ها و اطلاعات لازم به صورت دقیق در دسترس نمی‌باشد. در این شرایط استفاده از مدل‌های ریاضی با پارامترها و متغیرهای تصمیم‌گیری فازی می‌تواند مفید واقع شود. از طرفی می‌توان با استفاده از تحلیل کارایی ارزش، نظر مدیر را در تعیین الگوی واحدهای تصمیم‌گیری در نظر گرفت.

**وششناصی پژوهش:** در اینجا مدل‌های برنامه‌ریزی خطی که تمامی پارامترها و متغیرهای تصمیم‌گیری فازی مثلثی باشند را کاملاً فازی می‌نامیم. هر یک از مدل‌های کاملاً فازی پیشنهادی، به یک مدل سه هدفه برنامه‌ریزی خطی غیر فازی تبدیل شده و با روش لکزیوگرافی حل می‌شود.

**یافته‌ها:** تصویر طرح‌های پژوهشی در یک دانشگاه ایران طی تشکیل و حل مدل‌های ریاضی پیشنهادی تعیین شد.

**اصالت/ ارزش افزوده علمی:** نوآوری تحقیق، ارایه و حل مدل کارایی ارزش کاملاً فازی و مدل کارایی ارزش با داده‌های نسبتی کاملاً فازی و تعیین الگوی واحدهای تصمیم‌گیری می‌باشد. قابل توجه آنکه ارایه نتایج به صورت اعداد فازی می‌تواند ملاکی برای ارزیابی واحدهای تصمیم‌گیرنده باشد.

**کلیدواژه‌ها:** الگوی واحدهای تصمیم‌گیری، تحلیل پوششی داده‌ها، داده‌های نسبتی، مساله برنامه‌ریزی خطی کاملاً فازی، مدل کاملاً فازی کارایی ارزش.

## ۱- مقدمه

زاده<sup>۱</sup> (۱۹۶۵، ۱۹۷۸) با اشاره به ناتوانی ریاضیات کلاسیک در بررسی مسایل نادقيق، تئوری فازی را پایه‌ریزی کرد. تئوری فازی ارایه شده توسط بلمن و زاده<sup>۲</sup> (۱۹۷۰)، تلاش می‌کند که فاصله بین مدل‌سازی و تفکر انسان را کم کند. تعریف مفاهیمی مثل کم، زیاد، خوب و ...

<sup>1</sup> Zadeh

<sup>2</sup> Bellman and Zadeh

\* نویسنده مسئول





در ریاضی، کاری غیرممکن است. چراکه ریاضیات کلاسیک، عدم قطعیت موجود در دنیای واقعی را حذف می‌کند. پس از پیشنهاد مجموعه‌های فازی، استفاده از آن به سرعت افزایش یافت. در مهرومومهای اخیر مطالعات نظری و عملی متعددی بر سیستم‌ها و منطق فازی انجام شده است؛ از جمله می‌توان به نهی و همکاران<sup>۱</sup> (۲۰۰۴)، ملکی و همکاران<sup>۲</sup> (۲۰۰۰) و مهدوی امیری و ناصری<sup>۳</sup> (۲۰۰۷) اشاره نمود. در تمامی مدل‌ها و روش‌های ارایه شده در این تحقیقات، فقط قسمتی از مدل فازی بوده و همه قسمت‌ها به صورت همزمان فازی نمی‌باشند. حسین زاده و همکاران<sup>۴</sup> (۲۰۰۹) مدلی ارایه کردند که در آن، همه متغیرها و پارامترها، از نوع اعداد فازی مثلثی بودند. برای انجام ایشان برای حل مدل از برنامه‌ریزی چند هدفه خطی<sup>۵</sup> کمک گرفته و با محدودیت‌های تساوی، جواب مدل را به دست آوردند. برای انجام این کار، هر عدد فازی را با نزدیکترین عدد فازی مثلثی متقارن، تقریب زندند. کومار و همکاران<sup>۶</sup> (۲۰۱۱) سعی کردند مشکل حسین زاده و همکاران (۲۰۰۹) را برطرف کنند. این مشکل، عدم دستیابی به جواب دقیق بود. حاتمی مریبی و همکاران<sup>۷</sup> (۲۰۱۱) به دو دهه تحقیقات و پیشرفت‌های مربوط به تحلیل پوششی داده‌های فازی<sup>۸</sup> پرداختند. در این تحقیق، روش‌های Fuzzy DEA در چهار کلاس مختلف بررسی شده است. عزتی و همکاران<sup>۹</sup> (۲۰۱۵) با بررسی مساله برنامه‌ریزی خطی کاملاً فازی، ترتیب جدیدی روی اعداد فازی تعریف نمودند. ایشان تلاش کردند مساله برنامه‌ریزی خطی کاملاً فازی را به یک مساله MOLP تبدیل کرده و با روش لکزیکوگرافی، جواب‌های بهین آن را محاسبه نمایند. هاردواج و کومار<sup>۱۰</sup> (۲۰۱۵) نشان دادند که در صورت وجود محدودیت‌های نامساوی در مدل عزتی و همکاران (۲۰۱۵)، ممکن است جواب‌های بهین حاصل نشوند. در مقایله حاضر، تمامی پارامترها و متغیرهای مدل‌های پیشنهادی فازی و همچنین تمامی محدودیت‌ها نیز به صورت تساوی بوده و از روش پیشنهادی عزتی و همکاران (۲۰۱۵) استفاده می‌شود. حسین زاده و عدالت پناه<sup>۱۱</sup> (۲۰۱۶) روشی برای حل مساله برنامه‌ریزی خطی کاملاً فازی با اعداد L-R فازی پیشنهاد دادند که برای حل آن از MOLP و روش لکزیکوگرافی استفاده کردند. باراک و داهوی<sup>۱۲</sup> (۲۰۱۸) امنیت ۷ ایرلاین مختلف در ایران را مورد ارزیابی قرار دادند. در این ارزیابی هر ایرلاین به عنوان یک DMU در نظر گرفته شده و از Fuzzy DEA برای محاسبه وزن معیارها استفاده شده است. درنهایت ایرلاین‌ها رتبه‌بندی شده و امن‌ترین آن‌ها معرفی شدند. زو و همکاران<sup>۱۳</sup> (۲۰۱۸) روشی با داده‌های فازی مثلثی را جهت ارزیابی عملکرد تدریس در دانشکده‌ها به کاربرده است که منجر به بهبود عملی معنی‌داری در دانشگاه شده است.

یکی از بحث‌های مهم در دنیای امروز و بخصوص در سطح مدیریت سازمان‌ها و کارخانه‌ها، بحث کارایی ارزش<sup>۱۴</sup> است. مفهوم کارایی ارزش اجازه می‌دهد که مدیر مجموعه از بین واحدهای کار، واحدهایی با بیشترین بهره‌وری را انتخاب کرده و سایر واحدها با توجه به واحدهای انتخاب شده، ارزیابی شوند. با توجه به بررسی‌های انجام‌شده، هالم و همکاران<sup>۱۵</sup> (۱۹۹۹) اولین تحقیقی بود که در آن روش جدید در DEA با استفاده از کارایی ارزش پیشنهاد شد. ایشان نشان دادند که اگرتابع ارزش به عنوان یک تابع شبه مقعر در نظر گرفته شود، ناکارایی ارزش هر DMU<sup>۱۶</sup> را می‌توان با استفاده از یک مخروط مماس که MPS<sup>۱۷</sup> راس آن است، توصیف کرد. هالم و کوهن<sup>۱۸</sup> (۲۰۰۰) اهداف VE را با محدودیت‌های وزنی ارایه دادند. کوهن و همکاران<sup>۱۹</sup> (۲۰۰۱) یک بررسی سیستماتیک در خصوص به کارگیری تحلیل کارایی ارزش در تحقیقات آکادمیک انجام دادند. همچنین مطالعات جامعی از VE و مساله‌های کاربردی آن توسط کوهن و سیرجانی<sup>۲۰</sup> (۲۰۰۵) و سلیمانی دمنه و همکاران<sup>۲۱</sup> (۲۰۱۴) انجام شده است. جورو و کوهن<sup>۲۲</sup> (۲۰۱۵) یک کتاب در مورد رابطه بین DEA و VE منتشر کردند. مظفری<sup>۲۳</sup> (۲۰۱۷) شبکه دومرحله‌ای DEA-R بر اساس کارایی ارزش را ارایه نمود. مدل‌های دومرحله‌ای R تلفیقی از تحلیل پوششی داده‌ها و داده‌های نسبتی بوده و بر اساس کارایی ارزش عمل می‌کند. نصرآبادی<sup>۲۴</sup> (۲۰۱۹) الگویابی در تحلیل پوششی داده‌ها مبتنی بر مفهوم کارایی ارزش را بررسی نمود. ایشان مدل الگویابی پیشنهادشده را برای داده‌های یک مثال واقعی اجرا نموده و نتایج

<sup>۱</sup> Nehi et al.<sup>۱۵</sup> Halme et al.<sup>۲</sup> Maleki et al.<sup>۱۶</sup> Decision Making Unit (DMU)<sup>۳</sup> Mahdavi-Amiri and Nasseri<sup>۱۷</sup> Most Preferred Solution (MPS)<sup>۴</sup> Hosseinzadeh et al.<sup>۱۸</sup> Halme and Korhonen<sup>۵</sup> Multiple Objective Linear Programming (MOLP)<sup>۱۹</sup> Korhonen et al.<sup>۶</sup> Kumar et al.<sup>۲۰</sup> Korhonen and Syrjänen<sup>۷</sup> Hatami Marbini et al.<sup>۲۱</sup> Soleimani-damaneh et al.<sup>۸</sup> Fuzzy Data Envelopment Analysis (Fuzzy DEA)<sup>۲۲</sup> Joro and Korhonen<sup>۹</sup> Ezzati et al.<sup>۲۳</sup> Mozaffari<sup>۱۰</sup> Bhardwaj and Kumar<sup>۲۴</sup> Nasrabadi<sup>۱۱</sup> Hosseinzadeh and Edalatpanah<sup>۱۲</sup> Barak and Dahooei<sup>۱۳</sup> Zhu et al.<sup>۱۴</sup> Value Efficiency (VE)

را تحلیل کردند. گرامی<sup>۱</sup> (۲۰۱۹) یک رویکرد تعاملی برای بهبود کارایی ارزش در *DEA* ارایه نمود. همچنین گرامی (۲۰۲۰)، تحلیل کارایی ارزش در تکنولوژی‌های مختلف را بررسی نمود. بوسمرارت و همکاران<sup>۲</sup> (۲۰۲۱) رویکردی برای تجزیه کارایی ارزش به قیمت مستقیم و اثرات کمی پیشنهاد نمودند.



۳

با توجه به بررسی‌های انجامشده، روشی که به بررسی کارایی ارزش استفاده در وضعیت کاملاً فازی پردازد یافت نشد. انتخاب واحدهای *MPS* از بین واحدهای کارا در وضعیت کاملاً فازی، می‌تواند در روند بهبود مؤسسات و شرکت‌ها تاثیر بسزایی داشته باشد. چراکه در روش‌های معمول *DEA* همه واحدهای کارا در یک سطح اهمیت قرار دارند ولی در بحث کارایی ارزش، فقط واحدهای *MPS* بهترین هستند و سایر واحدهای باید با توجه به آن‌ها ارزیابی شوند و الگوی مناسب به آن‌ها معرفی شود. هدف این مقاله ارایه مدل‌هایی با داده‌ها کاملاً فازی است که در آن‌ها مدیریت مجموعه بتواند با کمک مفهوم کارایی ارزش، در ارزیابی واحدهای تصمیم‌گیری نقش داشته باشد. بدین منظور با استفاده از مفهوم کارایی ارزش، دو مدل کاملاً فازی *VE* ارایه شده و سپس با استفاده از روش عزتی و همکاران (۲۰۱۵) مدل‌ها حل می‌شود. قابل توجه آن که در هر دو مدل پیشنهادی، تمامی متغیرها و پارامترها به صورت فازی مثلثی و محدودیت‌ها به صورت تساوی می‌باشند. در ادامه در بخش ۲ مفاهیم اولیه و در بخش ۳ مدل‌های پیشنهادی کاملاً فازی کارایی ارزش ارایه می‌شود. در بخش ۴ مدل‌های پیشنهادی به منظور اولویت‌بندی ۲۱ طرح پژوهشی یک واحد دانشگاهی در ایران بکار برده می‌شود.

## ۲- مفاهیم اولیه

در این بخش مفاهیم اولیه تحلیل پوششی داده‌ها و برنامه‌ریزی خطی کاملاً فازی به طور مختصر ارایه می‌شود. سپس مدل پوششی کارایی ارزش با درنظرگرفتن واحدهایی که از نظر مدیر بیشترین بهره‌وری (*MPS*) را دارند، معرفی می‌شوند. در ادامه مدل پوششی کارایی ارزش و مدل پوششی نسبتی کارایی ارزش معرفی می‌شود.

### ۲-۱- مدل پوششی *CCR*

فرض کنیم  $n$  واحد تصمیم‌گیرنده با مصرف ورودی‌های  $(x_1, \dots, x_m)$ ، خروجی‌های  $(y_1, \dots, y_s)$  برای  $y_j = j$  را تولید کنند. بنکر و همکاران<sup>۳</sup> (۱۹۸۴) با در نظر گرفتن تکنولوژی بازده به مقیاس ثابت، مدل<sup>۴</sup> *CCR* را به صورت مدل (۱)، برای ارزیابی  $DMUo$  که  $0 \in \{1, \dots, n\}$  می‌باشد، ارایه کردند.

$$\begin{aligned} & \min \theta \\ & \text{s.t.} \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + s_i = \theta x_{io}, \quad i = 1, \dots, m, \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - s_r = y_{ro}, \quad r = 1, \dots, s, \\ & \lambda_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n, \\ & s_i, s_r \geq 0, \quad i = 1, \dots, m, r = 1, \dots, s. \end{aligned} \tag{1}$$

مدل (۱) فرم پوششی *CCR* در تکنولوژی بازده به مقیاس ثابت در ماهیت ورودی برای ارزیابی  $DMUo$  می‌باشد. این مدل یک مساله برنامه‌ریزی خطی است که هدف آن کاهش تمام ورودی‌های  $DMUo$  به صورت شعاعی می‌باشد.

**تعریف ۱-** در مدل (۱)،  $DMUo$  را کارای *CCR* گویند هرگاه  $\theta^* = 1$  بوده و در تمام جواب‌های بهینه، متغیرهای کمکی صفر باشند.

با به دست آوردن جواب بهینه مدل (۱) به صورت  $\lambda^*$ ، می‌توان الگو متناظر با  $DMUo$  را به صورت مدل (۲) تعریف کرد.

<sup>1</sup> Gerami

<sup>2</sup> Boussemart et al.

<sup>3</sup> Banker et al.

<sup>4</sup> Charnes Cooper Rhodes



$$X_o, Y_o) = \left( \sum_{j=1}^n \lambda_j^* X_j, \sum_{j=1}^n \lambda_j^* Y_j \right). \quad (2)$$

قضیه ۱ - فعالیت بهبودیافته مدل (۲) پاراتو کاراست (کوپر و همکاران<sup>۱</sup>، ۲۰۰۷).

## ۲-۲- برنامه‌ریزی خطی کاملاً فازی

هر مجموعه فازی دارای عناصر  $x$  است که هرکدام از آن عناصر با میزان تعلق (درجه عضویت)  $(x)\mu$  که عددی بین ۰ و ۱ است مشخص می‌شود. درجه عضویت هر عدد می‌تواند توسط یک فرد با تجربه و یا بر اساس یکتابع ریاضی مشخص شود.

تعريف ۲ - عدد فازی  $(a, b, c) = u$  را مثلثی می‌گوییم اگر

$$u(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b, \\ \frac{x-c}{b-c}, & b \leq x \leq c, \\ 0, & \text{o.w.} \end{cases}$$

در مقایسه دو عدد فازی، هرکدام که میانگین بزرگ‌تر داشته باشد، بزرگ‌تر است و در صورت مساوی بودن میانگین‌ها، هرکدام که انحراف معیار کمتری داشته باشد، بزرگ‌تر است.

تعريف ۳ - اگر  $a \geq 0$  باشد در این صورت عدد فازی مثلثی  $(a, b, c) = u$  را نامنفی می‌گویند. مجموعه اعداد فازی مثلثی نامنفی را با  $TF(\mathfrak{R})^+$  نشان می‌دهند.

تعريف ۴ - دو عدد فازی مثلثی  $(a_1, b_1, c_1) = v$  و  $(a_2, b_2, c_2) = u$  را مساوی است، اگر و فقط اگر  $a_1 = a_2, b_1 = b_2, c_1 = c_2$  و  $v = u$ . عزتی و همکاران (۲۰۱۵) ترتیب جدیدی روی اعداد فازی مثلثی به صورت تعريف ۵ را ارایه نمودند.

تعريف ۵ - فرض کنید  $(a_1, b_1, c_1) = v$  و  $(a_2, b_2, c_2) = u$  دو عدد فازی مثلثی دلخواه باشد.  $u$  به طور نسبی کمتر از  $v$  است ( $v < u$ ) اگر و فقط اگر

$$b_1 < b_2 \text{ یا،} \quad .1$$

$$(c_1 - a_1) > (c_2 - a_2) \text{ و } b_1 = b_2 \text{ یا،} \quad .2$$

$$(c_1 + a_1) < (c_2 + a_2) \text{ و } (c_1 - a_1) = (c_2 - a_2), b_1 = b_2. \quad .3$$

با تعريف بالا واضح است که

$$b_1 = b_2, (c_1 - a_1) = (c_2 - a_2), (c_1 + a_1) = (c_2 + a_2) \Leftrightarrow u = v.$$

فرم استاندارد مساله برنامه‌ریزی خطی کاملاً فازی به صورت مدل (۳) است:

$$\begin{aligned} & \overline{\min} C^T X \\ & \text{s.t.} \\ & AX = b, \\ & \text{where} \end{aligned} \quad (3)$$

$$C^T = [c_j]_{1 \times n}, X = [x_j]_{n \times 1}, A = [a_{ij}]_{m \times n}, b = [b_i]_{m \times 1}, a_{ij}, c_j, b_i \in TF(\mathfrak{R}), \\ x_j \in TF(\mathfrak{R})^+, i = 1, \dots, m \text{ and, } j = 1, \dots, n.$$

جواب بهینه مدل (۳) به صورت  $X^* = ((X^*)^L, (X^*)^C, (X^*)^U)$  است، به شرطی که در ۳ مورد زیر صدق کند:

<sup>1</sup> Cooper et al.

$$x_j^* \in TF(\mathcal{R})^+ j=1, \dots, n \text{ که } X^* = [x_j^*]_{n \times 1} \quad .1$$

$$AX^* = b \quad .2$$

۳- به ازای هر  $(X)$  از مجموعه  $S = \{X | AX = b, X = [x_j]_{n \times 1}, x_j \in TF(\mathcal{R})^+\}$  برقرار باشد.

مدل (۴) با توجه به تعاریف بالا، به صورت مدل (۴) نوشته می‌شود.

$$\min((C^T X)^L, (C^T X)^C, (C^T X)^U),$$

۵

$$\begin{aligned} & s.t \\ & (AX)^L = (b)^L, (AX)^C = (b)^C, (AX)^U = (b)^U, \end{aligned} \quad (4)$$

$$(X)^C - (X)^L \geq 0, (X)^U - (X)^C \geq 0, (X)^L \geq 0.$$

مدل (۴) با توجه به تعریف ۵ به مدل (۵) که یک مدل لکزیوگرافی MOLP است، تبدیل می‌شود.

$$\min (C^T X)^C,$$

$$\max((C^T X)^U - (C^T X)^L),$$

$$\min((C^T X)^L + (C^T X)^U),$$

s.t

$$(AX)^L = (b)^L, (AX)^C = (b)^C, (AX)^U = (b)^U,$$

$$(X)^C - (X)^L \geq 0, (X)^U - (X)^C \geq 0, (X)^L \geq 0.$$

با توجه به مدل‌های بالا می‌توان مدل پوششی CCR در ماهیت ورودی و با داده‌های کاملاً فازی را به فرم مدل (۶) نوشت.

$$\min \theta$$

s.t

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + s_i^- = \theta x_{io}, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - s_r^+ = y_{ro}, \quad r = 1, \dots, s,$$

$$\lambda_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$s_i, s_r \geq 0, \quad i = 1, \dots, m, \quad r = 1, \dots, s.$$

مدل (۶) یک مساله برنامه‌ریزی کاملاً فازی است که برای ارزیابی DMUo در حالت کاملاً فازی برای کاهش شعاعی ورودی‌های DMUo در تکنولوژی بازده به مقیاس ثابت بکار گرفته می‌شود.

تعريف ۶- DMUo کاراست اگر و فقط اگر در مدل (۶)،  $\theta^* = 1$  و در هر جواب بهینه  $(S_i^-, S_r^+)$   $= (0, 0), i=1, \dots, m, r=1, \dots, s$  باشد.

### ۲-۳- مدل پوششی کارایی ارزش

در کارایی ارزش، با استفاده از نظر مدیر، واحدهایی که بیشترین بهره‌وری را دارند، معروفی و در هنگام ارزیابی سایر واحدها، اعمال می‌شوند. در بحث کارایی ارزش هدف این است که مشخص کنیم، هر  $DMU$  به چه میزان باید بهبود یابد تا به واحد  $MPS$  معروفی شده توسط مدیر برسد. اگر تابع کارایی ارزش در دسترس باشد، امکان محاسبه کردن مقدار بهبود وجود دارد؛ اما ماتاسفانه تابع ارزش در دسترس نیست و بهناچار رویه گذرنده از  $MPS$  را به عنوان تقریبی از آن در نظر می‌گیریم. حال هدف این است که سایر  $DMUs$  به این رویه برسند.

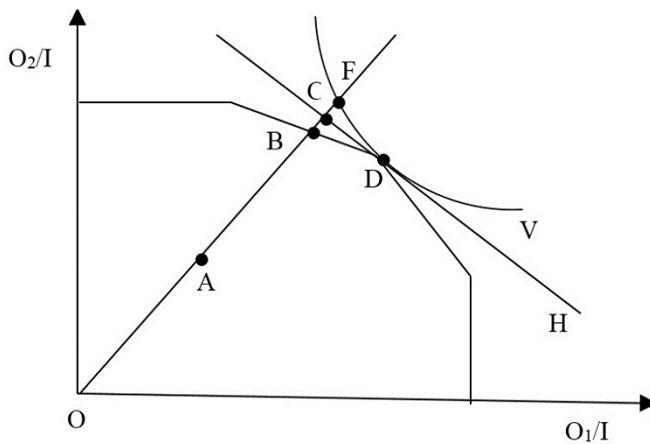
مثال ۱: در این بخش با مثالی با یک ورودی و دو خروجی، رابطه بین کارایی کلی، کارایی تکنیکی و کارایی ارزش شرح داده می‌شود. شکل ۱ مجموعه امکان تولید برای واحدهای تصمیم‌گیرنده  $A$  و  $D$  را نشان می‌دهد. فرض کنیم واحد کارای  $D$ ، از نظر مدیر به عنوان





واحدی که بیشترین بهرهوری (*MPS*) را دارد، انتخاب شده است. می خواهیم واحد ناکارای *A* را ارزیابی کنیم. ملاحظه می شود که  $\frac{OA}{OC} = \frac{OA}{OB}$  به ترتیب نشان دهنده کارایی تکنیکی و کارایی کلی برای واحد *A* می باشد.

فرض کنیم *V*تابع ارزش واقعی باشد. ولی به دلیل عدم دستیابی به آن، رویه *H* که از واحد *D* عبور می کند، را به عنوان تقریبی از آن در نظر می گیریم. درصورتی که واحد *A* با توجه به *H* ارزیابی شود، مقدار کارایی ارزش به دست آمده برای واحد *A*، کران پایین کارایی ارزش را به دست می دهد. درصورتی که واحد *A* با توجه به *V* ارزیابی شود، مقدار کارایی ارزش به دست آمده برای *A*، مقدار واقعی کارایی ارزش را به دست می دهد. پس مقدار واقعی کارایی ارزش برابر است با  $\frac{OA}{OF}$  و مقدار تقریبی کارایی ارزش نسبت  $\frac{OA}{OC}$  می باشد. برای واحدهایی که کارایی ارزش هستند، مقدار کارایی ارزش آنها صفر است که این مقدار تقریبی کران پایین کارایی ارزش را مشخص می کند.



شکل ۱ - مجموعه امکان تولید مربوط به نقاط *A* و *D*

Figure 1- Production possiibility set of A and D points.

مدل پوششی ارایه شده برای ارزیابی کارایی ارزش در ماهیت ورودی به صورت مدل (۷) می باشد (جورو و کوهنن، ۲۰۱۵):

$$\begin{aligned}
 & \max \alpha \\
 & \text{s.t} \\
 & \sum_{j=1}^n \mu_j x_{ij} + \alpha x_{io} + s_i = x_{io} \quad \forall i, \\
 & \sum_{j=1}^n \mu_j y_{rj} - s_r = y_{ro} \quad \forall r, s_i \geq 0, \\
 & s_r \geq 0 \quad \forall i, r, \\
 & \mu_j: \begin{cases} \geq 0 \text{ if } \mu_j^* = 0, \\ \text{free if } \mu_j^* > 0. \end{cases}
 \end{aligned} \tag{7}$$

در مدل (۷) بعد از معرفی واحدهای *MPS*، مقادیر  $(\mu_1^*, \dots, \mu_n^*)$  از رابطه  $(\sum_{j \in MPS} \mu_j^* x_{ij}, \sum_{j \in MPS} \mu_j^* y_{rj})$  تعیین می شود و سپس علامت بردار  $(\mu_1, \dots, \mu_n)$  مشخص می شود. تفاوت مدل کارایی ارزش با مدل های اولیه *DEA* در این است که متناظر با *MPSs* انتخاب شده، برخی متغیرها اجازه دارند مقادیر منفی را نیز کسب کنند. مدل (۷)، مدل ماهیت ورودی برای ارزیابی *DMUo* در تکنولوژی بازده مقیاس ثابت می باشد. شایان ذکر است که مرز *DEA* با مرز کارایی ارزشی در *DEA* متفاوت است و در مدل (۷) کارایی ارزشی بر اساس کاهش ورودی ها و نظر مدیر با در نظر گرفتن واحدهای *MPS* محاسبه می شود.

#### ۴-۲- مدل پوششی نسبتی کارایی ارزش

فرض کنید نسبت های ورودی ها به خروجی ها تمام واحدهای تصمیم گیرنده یعنی  $\frac{x_{ij}}{y_{rj}}$  تعریف شده باشند. فرم پوششی کارایی ارزشی برای ارزیابی واحد تصمیم گیرنده *o* در *DEA-R* به صورت مدل (۸) پیشنهاد می شود.

$$\max \gamma$$

$$\begin{aligned}
& s.t \\
& \sum_{j=1}^n \mu_j \left( \frac{x_{ij}}{y_{rj}} \right) + \gamma \left( \frac{x_{io}}{y_{ro}} \right) + t_{ir} = \frac{x_{io}}{y_{ro}} \quad \forall i, \forall r, \\
& \sum_{j=1}^n \mu_j = 1, \\
& t_{ir} \geq 0 \quad \forall i, \forall r, \\
& \mu_j: \begin{cases} \geq 0 & if \mu_j^* = 0, \\ free & if \mu_j^* > 0. \end{cases}
\end{aligned} \tag{8}$$

مدل (۸) بر اساس ایده کارایی ارزشی و *Ratio Analysis* در ماهیت ورودی در تکنولوژی بازده به مقیاس ثابت می‌باشد. رابطه بین  $DEA$  و  $DEA-R$  در مراجع لیو و همکاران<sup>۱</sup> (۲۰۱۱)، مظفری و همکاران (۲۰۱۴a)، مظفری و همکاران (۲۰۱۴b)، وی و همکاران<sup>۲</sup> (۲۰۱۱c، ۲۰۱۱b، ۲۰۱۱a) وی و همکاران (۲۰۱۲) بسیار حائز اهمیت می‌باشد.

تعريف ۷- $DMU_0$  را کارایی ارزشی در  $DEA-R$  گویند هرگاه در مدل (۸) مقدار  $0 = \gamma^*$  باشد.

### ۳- مدل‌های پیشنهادی

در این بخش دو مدل کارایی ارزش در حالت کاملاً فازی پیشنهاد می‌شود.

#### ۱-۳- مدل کارایی ارزش کاملاً فازی

در این بخش برای ارزیابی  $DMU_0$  که بردارهای ورودی و خروجی آن به صورت فازی می‌باشد، از مدل کارایی ارزش در حالت کاملاً فازی استفاده می‌شود. از این‌رو بر اساس نظر مدیر، واحدهایی که بیشترین بهره‌وری را دارند، به عنوان  $MPS$  معروفی می‌شوند و کارایی ارزش با توجه به نظر مدیر محاسبه می‌شود. مدل کارایی ارزش کاملاً فازی در ماهیت ورودی به صورت مدل (۹) می‌باشد.

$$\begin{aligned}
& \max \alpha \\
& s.t \\
& \sum_{j=1}^n \mu_j x_{ij} + \alpha x_{io} + s_i = x_{io} \quad \forall i, \\
& \sum_{j=1}^n \mu_j y_{rj} - s_r = y_{ro} \quad \forall r, \\
& s_i \geq 0, s_r \geq 0 \quad \forall i, \forall r, \\
& \mu_j: \begin{cases} \geq 0 & if \mu_j^* = 0, \\ free & if \mu_j^* > 0. \end{cases}
\end{aligned} \tag{9}$$

مدل (۹) مدل کارایی ارزش در حالت کاملاً فازی می‌باشد که با اعمال نظر مدیر بعد از معرفی واحدهای  $MPS$ ، مقدار کارایی ارزشی محاسبه می‌شود.

در مدل (۹)، بعد از معرفی واحدهای  $MPS$ ، از رابطه  $(\sum_{j \in MPS} \mu_j^* x_{ij}, \sum_{j \in MPS} \mu_j^* y_{rj})$  تعیین می‌شود و سپس علامت بردار  $(\mu_1, \dots, \mu_n)$  مشخص می‌شود.

با فرض این‌که  $\alpha = (\alpha^L, \alpha^C, \alpha^U)$  باشد، در مدل (۹) تمام متغیرها و پارامترها به صورت کاملاً فازی می‌باشد که با استفاده از روش عزتی و همکاران (۲۰۱۵)، مدل (۹) تبدیل به یک مساله برنامه‌ریزی خطی چنددهفه به صورت مدل (۱۰) می‌شود.



$$\begin{aligned}
 & \max \alpha^C, \\
 & \min \alpha^U - \alpha^L, \\
 & \max \alpha^L + \alpha^U, \\
 & s.t \\
 & \sum_{j=1}^n \mu_j^L x_{ij}^L + \alpha^L x_{io}^L + s_i^L = x_{io}^L \quad \forall i, \\
 & \sum_{j=1}^n \mu_j^C x_{ij}^C + \alpha^C x_{io}^C + s_i^C = x_{io}^C \quad \forall i, \\
 & \sum_{j=1}^n \mu_j^U x_{ij}^U + \alpha^U x_{io}^U + s_i^U = x_{io}^U \quad \forall i, \\
 & \sum_{j=1}^n \mu_j^L y_{rj}^L - s_r^L = y_{ro}^L \quad \forall r, \\
 & \sum_{j=1}^n \mu_j^C y_{rj}^C - s_r^C = y_{ro}^C \quad \forall r, \\
 & \sum_{j=1}^n \mu_j^U y_{rj}^U - s_r^U = y_{ro}^U \quad \forall r, \\
 & s_i = (s_i^L, s_i^C, s_i^U), \quad s_i^L \leq s_i^C \leq s_i^U \quad \forall i, \\
 & s_r = (s_r^L, s_r^C, s_r^U), \quad s_r^L \leq s_r^C \leq s_r^U \quad \forall r, \\
 & \mu_j = (\mu_j^L, \mu_j^C, \mu_j^U), \quad \mu_j: \begin{cases} \geq 0 \text{ if } \mu_j^* = 0 \quad \forall j, \\ \text{free if } \mu_j^* > 0 \quad \forall j. \end{cases}
 \end{aligned} \tag{10}$$

تابع هدف در مدل (۱۰)، در جهت حداکثر سازی عدد مرکزی و حداقل سازی اختلاف حد بالا و حد پایین است. چون در مدل (۱۰)، ماهیت ورودی است پس متغیر تابع هدف، فقط در قیود مربوط به ورودی‌ها ظاهر می‌شود. با توجه به این‌که ورودی‌ها و خروجی‌ها اعداد فازی هستند پس ۳ دسته قید برای ورودی‌ها و ۳ دسته قید برای خروجی‌ها داریم. در قیود علامت با توجه به نظر مدیر، علامت  $\mu_j$  مثبت است. لازم به ذکر است که برای حل مدل (۱۰) از روش لکزیوگرافی پیشنهادی عزتی و همکاران (۲۰۱۵) استفاده می‌شود. در این خصوص ابتدا با احتساب تابع هدف اول و قیود مساله، جواب بهین حاصل می‌گردد. اگر تمایز کافی در نتایج حاصل نشد، با اضافه کردن قید مربوط به مقدار تابع هدف اول و احتساب تابع هدف دوم، دومین مدل تشکیل و حل می‌شود. مجدداً اگر تمایز کافی در نتایج حاصل نشد، با اضافه کردن قیود مربوط به مقدار تابع هدف اول و دوم و احتساب تابع هدف سوم، سومین مدل تشکیل و حل می‌شود. قابل توجه آن‌که اگر در هر مرحله تمایز کافی حاصل شد، تشکیل و حل مدل‌های بعدی لازم نیست.

آزاد بودن متغیر  $\mu$  امکان اختیار مقدار دلخواه برای متغیر  $\mu$  را به وجود می‌آورد، ازین‌رو مرز کارایی ارزشی در *DEA* با مرز *DEA* متفاوت خواهد شد.

**تعريف ۸** - *DMUo* کارایی ارزش در *DEA* فازی است اگر و فقط اگر در مدل (۱۰)  $(\alpha^{L*}, \alpha^{C*}, \alpha^{U*}) = (0, 0, 0)$  در هر جواب بهینه باشد. لازم به ذکر است که برای حل مدل (۱۰) از روش لکزیوگرافی پیشنهادی عزتی و همکاران (۲۰۱۵) استفاده می‌شود. در این خصوص ابتدا با احتساب تابع هدف اول و قیود مساله، جواب بهین حاصل می‌گردد. اگر تمایز کافی در نتایج حاصل نشد، با اضافه کردن قید مربوط به مقدار تابع هدف اول و دوم و احتساب تابع هدف سوم، سومین مدل تشکیل و حل می‌شود. مجدداً اگر تمایز کافی در نتایج حاصل نشد، با اضافه کردن قیود مربوط به مقدار تابع هدف اول و دوم و احتساب تابع هدف سوم، سومین مدل تشکیل و حل می‌شود. قابل توجه آن‌که اگر در هر مرحله تمایز کافی حاصل شد، تشکیل و حل مدل‌های بعدی لازم نیست.

### ۳-۲- مدل کارایی ارزش نسبتی کاملاً فازی

در حالتی که نسبت‌های فازی پارامترهای ورودی‌ها به خروجی‌ها اعداد فازی و تعریف شده باشند، مدل پوششی کارایی ارزشی فازی در *DEA-R* به صورت مدل (۱۱) پیشنهاد می‌شود.

$$\begin{aligned}
 & \max \gamma \\
 & s.t \\
 & \sum_{j=1}^n \mu_j \left( \frac{x_{ij}}{y_{rj}} \right) + \gamma \left( \frac{x_{io}}{y_{ro}} \right) + t_{ir} = \frac{x_{io}}{y_{ro}} \quad \forall i, \\
 & \sum_{j=1}^n \mu_j = 1 \quad \forall r, \\
 & t_{ir} \geq 0 \quad \forall i, \forall r,
 \end{aligned} \tag{11}$$

$$\mu_j : \begin{cases} \geq 0 \text{ if } \mu_j^* = 0, \\ \text{free if } \mu_j^* > 0. \end{cases}$$

مدل (۱۱) مدل کارایی ارزش  $DEA-R$  در حالت کاملاً فازی می‌باشد که با اعمال نظر مدیر بعد از معرفی واحدهای  $MPS$ ، مقدار کارایی ارزشی در  $DEA-R$  محاسبه می‌شود. لازم به ذکر که در مدل (۱۱) داده‌ها نسبتی هستند اما نسبت‌های ورودی‌ها به خروجی‌ها تعریف شده‌اند.

**تعريف ۹**  $- DMU0$  را کارایی ارزشی در  $R$   $DEA$ - $R$  فازی گویند هرگاه در مدل (۱۱) مقدار  $\gamma^*$  باشد. در مدل (۱۱) پارامترها و متغیرهای تصمیم‌فازی می‌باشند؛ ازاین‌رو با استفاده از روش عزتی و همکاران (۲۰۱۵)، مدل (۱۱) تبدیل به یک مساله برنامه‌ریزی خطی چندهدفه به صورت مدل (۱۲) می‌شود.

$$\begin{aligned} & \max \gamma^C, \\ & \min \gamma^U - \lambda^L, \\ & \max \gamma^L + \gamma^U, \\ & s.t \sum_{j=1}^n \mu_j^L \left( \frac{x_{ij}^L}{y_{rj}^L} \right) + \gamma^L \left( \frac{x_{io}^L}{y_{ro}^L} \right) + t_{ir}^L = \frac{x_{io}^L}{y_{ro}^L} \quad \forall i, \forall r, \\ & \sum_{j=1}^n \mu_j^L \left( \frac{x_{ij}^C}{y_{rj}^C} \right) + \gamma^C \left( \frac{x_{io}^C}{y_{ro}^C} \right) + t_{ir}^C = \frac{x_{io}^C}{y_{ro}^C} \quad \forall i, \forall r, \\ & \sum_{j=1}^n \mu_j^U \left( \frac{x_{ij}^U}{y_{rj}^U} \right) + \gamma^U \left( \frac{x_{io}^U}{y_{ro}^U} \right) + t_{ir}^U = \frac{x_{io}^U}{y_{ro}^U} \quad \forall i, \forall r, \\ & \sum_{j=1}^n \mu_j^L = 1, \\ & \sum_{j=1}^n \mu_j^U = 1, \\ & t_{ir} = (t_{ir}^L, t_{ir}^C, t_{ir}^U) \geq 0 \quad \forall i, r, \\ & t_{ir}^L \leq t_{ir}^C \leq t_{ir}^U, \mu_j^L \leq \mu_j^C \leq \mu_j^U, \gamma^L \leq \gamma^C \leq \gamma^U, \\ & \mu_i = (\mu_i^L, \mu_i^C, \mu_i^U), \mu_j : \begin{cases} \geq 0 \text{ if } \mu_j^* = 0 \quad \forall j, \\ \text{free if } \mu_j^* > 0 \quad \forall j. \end{cases} \end{aligned} \tag{۱۲}$$

مدل (۱۲) یک مساله برنامه‌ریزی خطی چندهدفه می‌باشد که بر اساس مدل‌های کارایی ارزشی و مدل‌های  $DEA-R$  پیشنهاد شده است. هدف مدل (۱۲) کاهش نسبت‌های ورودی به خروجی واحد تحت ارزیابی می‌باشد که در حالتی که مساله کاملاً فازی باشد امکان محاسبه مقدار کارایی ارزشی را به وجود می‌آورد. در خاتمه دو نکته بسیار مهم در خصوص مدل‌های کارایی ارزشی  $DEA-R$  وجود دارد که به آن‌ها اشاره می‌شود.

۱. شرط تحدب در مدل‌های ذکر شده ملاک تکنولوژی بازده به مقیاس متغیر نمی‌باشد (لیو و همکاران، ۲۰۱۱).
۲. داده‌ها به صورت فازی یا قطعی ذاتاً نسبتی نمی‌باشند اما نسبت‌های آن‌ها لازم است تعریف شده باشند (Despić و همکاران<sup>۱</sup>؛ ۲۰۰۷؛ امروز نژاد و امین<sup>۲</sup>؛ ۲۰۰۹؛ اسلن و همکاران<sup>۳</sup>؛ ۲۰۱۵؛ اسلن و همکاران، ۲۰۱۷).

#### ۴- مطالعه موردي

یکی از شاخص‌های توسعه کشورها، میزان تولید علم و پیشرفت صنعت آن کشور است. در این خصوص برقراری ارتباط بین مرکز آموزشی و مرکز صنعتی و نقش دانشگاه از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. اعضای هیات علمی که قبل از توانایی خود را در امر تولید علم ثابت کردند، می‌توانند به عنوان گزینه‌ای مناسب برای اجرای طرح‌های پژوهشی در دانشگاه در نظر گرفته شوند. مسئولین پژوهشی دانشگاه نقش مهمی در انتخاب طرح‌های قابل انجام در دانشگاه را دارند. باید طرح‌هایی انتخاب شود که توان با تولید علم و صنعتی سازی باشد؛ بنابراین انتخاب کردن طرح‌هایی مناسب از بین طرح‌های پیشنهادی بسیار حائز اهمیت است.

<sup>1</sup> Despić et al.

<sup>3</sup> Olesen et al.

<sup>2</sup> Emrouznejad and Amin



طبق نظر مسئولین دانشگا، با بررسی و داوری اولیه طرح‌های پژوهشی پیشنهادی می‌توان الگوهای مناسبی را معرفی نمود. در این خصوص می‌توان به کمک مفهوم کارایی ارزش، طرح‌های پیشنهادی که اولویت مطلق مسئولین است را نیز در اولویت طرح‌ها نظر گرفت؛ بنابراین از بین طرح‌های پیشنهادی، MPS توسط مسئولین دانشگاه انتخاب می‌شوند و سایر طرح‌ها (DMUs) با توجه به آن‌ها بررسی خواهند شد.

در این بخش مثالی برای نمایش نحوه عملکرد مدل‌های پیشنهادی (مدل ۱۰) و مدل (۱۲) آورده شده است. مطالعه موردی از یک واحد دانشگاهی در استان فارس- ایران انتخاب شده است. در این خصوص طرح‌های پژوهشی پیشنهادشده از طرف اعضای هیات علمی، به عنوان DMU در نظر گرفته شده‌اند. ابتدا از نظر مسئولین دانشگاه، برخی طرح‌ها به عنوان MPS، معرفی شده و سپس سایر DMUs با توجه به آن‌ها ارزیابی می‌شوند. لازم به ذکر است که مدل‌های (۱۰) و (۱۲) یک مدل برنامه‌ریزی خطی سه هدفه می‌باشد که با استفاده از روش لکزیوگرافی حل می‌شوند. در این خصوص ۲۱ طرح پژوهشی از طرف اعضای هیات علمی یک واحد دانشگاهی استان فارس- ایران در سال ۱۳۹۹ پیشنهاد شده است. عناوین این طرح‌ها به صورت شکل ۲ است. در این شکل مشخص شده است که هر طرح به چه گروه آموزشی در دانشگاه تعلق دارد. برای انتخاب طرح پژوهشی مناسب، می‌توان شاخصهای متعددی از جمله شرایط علمی هیات اجرایی هر طرح (مدرک تحصیلی، تعداد مقالات علمی، میزان ارتباط آن‌ها با صنایع، محیط‌زیست و...)، برآورده زینه و سود حاصل از انجام آن طرح و زمان موردنیاز برای انجام آن طرح را در نظر گرفت. در مورد ۲۱ طرح ذکر شده، ۳ شاخص به عنوان ورودی و ۲ شاخص به عنوان خروجی در دسترس بوده‌اند که بر اساس این شاخص‌ها، اجرای داده‌های پیشنهادی اولویت‌بندی می‌شوند. شاخصهای ذکر شده به شرح زیر است:

X1: میزان نفر-ساعت موردنیاز برای انجام طرح پیشنهادی به طور روزانه.

X2: میزان ساعت موردنیاز در اختیار داشتن تجهیزات و آزمایشگاه‌های دانشگاه به طور روزانه.

X3: هزینه برآورده شده برای هر طرح پیشنهادی بر حسب دلار.

Y1: میزان کمک‌هزینه اسپانسر به هر طرح بر حسب دلار.

Y2: سود حاصل از انجام طرح بر حسب دلار.

چون اطلاعات جمع‌آوری شده دقیق نیست، داده‌ها به صورت فازی مثلثی اخذ شده است. طبق نتایج به دست آمده، واحدهایی که از نظر مدیر بیشترین بهره‌وری (MPS) را دارند، مشخص شده و با توجه به آن برای هر طرح نیز الگوی مناسب برای اصلاح شدن، معرفی خواهد شد. داده‌های در دسترس از این طرح‌ها به صورت جدول ۱ است.



شکل ۲- فهرست طرح‌های پژوهشی.

Figure 2- Projects lists.

## جدول ۱- داده‌های ورودی و خروجی در دسترس از طرح‌های پژوهشی پیشنهادی.

Table 1- Input and output data available from the proposed research projects.

	X1	X2	X3	Y1	Y2
DMU01	(150, 178.5, 180)	(85, 87, 89)	(2320.7, 2320.7, 2320.7)	(19.01, 30.52, 46.66)	(2744.06, 2754.71, 2766.53)
DMU02	(78, 78.83, 79)	(89, 89, 89)	(7660.2, 7660.2, 7660.22)	(19.01, 35.13, 53.57)	(12825.22, 12986.78, 13174.27)
DMU03	(102, 102, 102)	(107, 107.66, 111)	(4320, 4320, 4320)	(51.84, 72.58, 98.5)	(12752.64, 13073.46, 13713.41)
DMU04	(91, 92.33, 94)	(93, 94.5, 96)	(2592, 2592, 2592)	(17.28, 52.41, 95.04)	(18696.96, 18698.1, 18698.69)
DMU05	(89, 90.66, 92)	(83, 83, 83)	(2903, 2903, 2903.04)	(15.55, 46.93, 74.3)	(16403.9, 16598.87, 16849.73)
DMU06	(85, 87, 90)	(92, 92, 92)	(2592, 2592, 2592)	(19.01, 29.95, 46.66)	(2823.55, 2848.88, 2870.21)
DMU07	(89, 89.5, 91)	(85, 85, 85)	(1947.5, 1947.5, 1947.46)	(25.92, 38.59, 51.84)	(12617.86, 12807.07, 13032.58)
DMU08	(50, 51, 52)	(81, 81.5, 82)	(2808, 2808, 2808)	(34.56, 51.84, 57.75)	(2073.6, 3456, 4320)
DMU09	(79, 81, 83)	(81, 81, 81)	(5832, 5832, 5832)	(19.01, 43.48, 57.02)	(967.68, 1033.91, 1085.18)
DMU10	(102, 103, 105)	(97, 97, 97)	(6480, 6480, 6480)	(12.1, 21.31, 32.83)	(13022.21, 13938.32, 15123.46)
DMU11	(96, 97.33, 100)	(90, 91, 92)	(5724.9, 5724.9, 5724.86)	(81.22, 160.98, 222.91)	(24395.9, 25154.77, 25909.63)
DMU12	(106, 108.5, 112)	(84, 88.33, 92)	(2764.8, 2764.8, 2764.8)	(74.3, 100.5, 167.62)	(17635.97, 18131.32, 18619.2)
DMU13	(107, 108.83, 111)	(95, 95, 95)	(2980.8, 2980.8, 2980.8)	(15.55, 45.5, 62.21)	(11418.62, 11573.56, 11790.14)
DMU14	(94, 97.16, 101)	(78, 78, 78)	(3317.8, 3317.8, 3317.76)	(139.97, 308.45, 418.18)	(20729.09, 20908.51, 21187.01)
DMU15	(196, 198.83, 200)	(186, 186.5, 187)	(6912, 6912, 6912)	(51.84, 63.64, 77.76)	(2258.5, 2309.18, 2332.8)
DMU16	(75, 78.66, 81)	(88, 88.83, 90)	(4432.3, 4432.3, 4432.32)	(17.28, 27.06, 38.02)	(14489.28, 14624.63, 10145.09)
DMU17	(82, 85, 88)	(92, 93.16, 94)	(4838.4, 4838.4, 4838.4)	(48.38, 61.62, 74.3)	(1088.64, 1116.29, 1140.48)
DMU18	(77, 80.16, 82)	(92, 92.83, 94)	(2816.6, 2816.6, 2816.64)	(10.37, 20.44, 27.65)	(17706.82, 17714.87, 17722.37)
DMU19	(84, 88.5, 90)	(104, 104, 104)	(5875.2, 5875.2, 5875.2)	(25.92, 34.56, 48.38)	(8190.72, 8408.72, 8740.22)
DMU20	(94, 101.83, 108)	(91, 91.66, 92)	(2253.3, 2253.3, 2253.31)	(22.46, 35.7, 43.2)	(8199.36, 8431.78, 8900.93)
DMU21	(97, 101, 103)	(95, 95.16, 96)	(7268, 7268, 7267.97)	(22.46, 27.92, 36.29)	(2783.81, 2802.23, 2827.01)

در ابتدا طرح‌های پژوهشی پیشنهادی، به‌وسیله اولین تابع هدف مدل CCR (مدل (۶)) ارزیابی می‌شود. نتایج به دست آمده برای مقادیر کارایی با به‌کارگیری مدل (۶) به‌صورت جدول ۲ است. از آنجاکه تمایز کافی در نتایج وجود دارد، در اینجا اجرای توابع هدف دوم و سوم مدل لکزیوگرافی لازم نیست. قابل توجه آن‌که در اینجا هدف تعیین واحدهای کارا به‌منظور انتخاب MPS توسط مسئولین مابین آن‌ها می‌باشد (به عنوان مثال اگر علاوه بر تعیین واحدهای کارا، تعیین رتبه واحدهای کارا نیز مدنظر بود، تشکیل و حل مدل‌های بعدی لکزیوگرافی نیز لازم بود). با توجه به جدول ۲ واضح است که واحدهای ۱، ۲، ۴، ۱۱، ۱۲، ۱۴ و ۱۸ کارا هستند.

## جدول ۲- مقادیر کارایی حاصل از مدل (۶).

Table 2- Efficiency values obtained from Model (6).

DMU	Model (6) ( $\theta^L, \theta^C, \theta^U$ )	DMU	Model (6) ( $\theta^L, \theta^C, \theta^U$ )	DMU	Model (6) ( $\theta^L, \theta^C, \theta^U$ )
DMU01	(1.0000, 1.0000, 1.0000)	DMU08	(0.6848, 0.6848, 1.0000)	DMU15	(0.1778, 0.1867, 1.0000)
DMU02	(1.0000, 1.0000, 1.0000)	DMU09	(0.1667, 0.1740, 1.0000)	DMU16	(0.7619, 0.7915, 1.0000)
DMU03	(0.5463, 0.5835, 1.0000)	DMU10	(0.5082, 0.5578, 1.0000)	DMU17	(0.3962, 0.4052, 1.0000)
DMU04	(1.0000, 1.0000, 1.0000)	DMU11	(1.0000, 1.0000, 1.0000)	DMU18	(1.0000, 1.0000, 1.0000)
DMU05	(0.8589, 0.8706, 1.0000)	DMU12	(1.0000, 1.0000, 1.0000)	DMU19	(0.3837, 0.4172, 1.0000)
DMU06	(0.1769, 0.1790, 1.0000)	DMU13	(0.5551, 0.5764, 1.0000)	DMU20	(0.5313, 0.5823, 1.0000)
DMU07	(0.9251, 0.9437, 1.0000)	DMU14	(1.0000, 1.0000, 1.0000)	DMU21	(0.1595, 0.1596, 1.0000)

الگوهای معرفی شده توسط مدل (۶)، در جدول ۳ آمده است. در این جدول،  $(Yr^*(r=1,2,3))$  و  $(Xi^*(i=1,2,3))$  به ترتیب نشان‌دهنده الگوی به‌دست آمده برای ورودی‌ها و خروجی‌ها می‌باشد. در این جدول مقادیر به‌دست آمده برای هر واحد کارا دقیقاً با مقادیر مربوط به



آن واحد برابر است. طبق مقادیر کارایی به دست آمده از مدل (۶)، دانشگاه از بین واحدهای کارا می تواند واحدهای *MPS* را انتخاب کند. دانشگاه دو حالت الف و ب را برای انتخاب *MPS* پیشنهاد داده است.



۱۲

فصلنامه علمی پژوهشی اقتصاد و مدیریت / انتشارات دانشگاه شهرورد

الف- در این حالت، طبق نظر مسئولین دانشگاه، طرح های ۴ و ۱۴ به عنوان *MPS* انتخاب شدند.

ب- در این حالت، طبق نظر مسئولین دانشگاه، طرح های ۱۱ و ۱۴ به عنوان *MPS* انتخاب شدند.

نتایج به دست آمده برای کارایی ارزش با به کارگیری مدل های (۱۰) و (۱۲) در حالت های الف و ب به صورت جدول ۴ است. در ستون های دوم و سوم جدول ۴ مقادیر کارایی طرح ها در حالت الف، با به کارگیری اولین تابع هدف مدل لکزیوگرافی مدل های (۱۰) و (۱۲) آورده شده است. از آنجاکه نتایج حاصل از به کارگیری اولین تابع هدف تمایز کافی در نتایج حاصل نموده است، اجرای توابع هدف دوم و سوم مدل لکزیوگرافی لازم نیست. در این حالت برای مدل (۱۰)، طرح ۱۸ کارایی ارزش و برای مدل (۱۲)، طرح های ۱۲ و ۱۸ کارای ارزش هستند. این واحدها، جزو واحدهای کارای *CCR* نیز هستند. طبق این نتایج اگر طرح های ۴ و ۱۴ اولویت اول دانشگاه برای اجرا باشند، با احتساب مدل کارای ارزش معمولی، طرح ۱۸ و با احتساب مدل کارای ارزش نسبتی، طرح های ۱۲ و ۱۸ اولویت های بعدی برای اجرا هستند. در ستون های چهارم و پنجم جدول ۴ مقادیر کارایی طرح ها در حالت ب، با به کارگیری اولین تابع هدف مدل لکزیوگرافی مدل های (۱۰) و (۱۲) آورده شده است. از آنجاکه نتایج حاصل از به کارگیری اولین تابع هدف تمایز کافی در نتایج حاصل نموده است، اجرای توابع هدف دوم و سوم مدل لکزیوگرافی لازم نیست. در این حالت برای مدل های (۱۰) و (۱۲)، طرح ۱۸ کارای ارزش است. این واحد نیز جزو واحدهای کارای *CCR* می باشد. طبق این نتایج اگر طرح های ۱۱ و ۱۴ اولویت اول دانشگاه برای اجرا باشند، با احتساب مدل کارای ارزش معمولی یا نسبتی، طرح ۱۸ اولویت بعدی برای اجرا هستند.

الگوهای به دست آمده برای سایر واحدها در حالت الف، با به کارگیری مدل (۱۰)، به صورت جدول ۵ می باشد. در این جدول  $X_i^*$  ( $i=1,2,3$ ) و  $Yr^*$  ( $r=1,2$ ) به ترتیب نشان دهنده الگوی به دست آمده برای ورودی ها و خروجی ها می باشد. الگوهای به دست آمده برای واحدهایی که کارای ارزش هستند (واحد ۱۸)، دقیقاً با مقادیر ورودی و خروجی خود آن واحدها برابر است. الگوهای به دست آمده برای سایر واحدها در حالت الف، با به کارگیری مدل (۱۲)، به صورت جدول ۶ می باشد. در این جدول  $X_i^*$  ( $i=1,2,3$ ) و  $Yr^*$  ( $r=1,2$ ) به ترتیب نشان دهنده الگوی به دست آمده برای ورودی ها و خروجی ها می باشد. الگوهای به دست آمده برای واحدهایی که کارای ارزش هستند (واحد ۱۲ و ۱۸)، دقیقاً با مقادیر ورودی و خروجی خود آن واحدها برابر است. در حالت ب، با به کارگیری مدل (۱۰)، الگوهای به دست آمده برای سایر واحدها به صورت جدول ۷ می باشد. در این جدول  $X_i^*$  ( $i=1,2,3$ ) و  $Yr^*$  ( $r=1,2$ ) به ترتیب نشان دهنده الگوی به دست آمده برای ورودی ها و خروجی ها می باشد. الگوهای به دست آمده برای واحدهایی که کارای ارزش است، همچنین در حالت ب، با به کارگیری مدل (۱۲)، الگوهای به دست آمده برای سایر واحدها به صورت خروجی آن واحدها برابر است. در این جدول  $X_i^*$  ( $i=1,2,3$ ) و  $Yr^*$  ( $r=1,2$ ) به ترتیب نشان دهنده الگوی به دست آمده برای ورودی ها و خروجی ها می باشد. الگوهای به دست آمده برای واحد ۱۸ که کارای ارزش است، دقیقاً با مقادیر ورودی و خروجی آن واحدها برابر است. به عنوان یک نتیجه کلی از جداول ۴ تا ۸، بعد از اجراشدن طرح هایی که *MPS* هستند، واحد ۱۸ اولویت اول برای اجراشدن ردار است.

جدول ۳- الگوهای به دست آمده برای DMUs با به کارگیری مدل (۶).  
Table 3- Patterns obtained for DMUs using Model (6).

	X1	X2	X3	Y1	Y2
DMU01	(150, 178.5, 180)	(85, 87, 89)	(2320.7, 2320.7, 2320.7)	(19, 30.5, 46.7)	(2744.1, 2754.7, 2766.5)
DMU02	(78, 78.8, 79)	(89, 89, 89)	(7660.2, 7660.2, 7660.2)	(19, 35.1, 53.6)	(12825.2, 12986.8, 13174.3)
DMU03	(55.7, 59.5, 62.4)	(51.1, 55.5, 56.9)	(2360.2, 2520.9, 2583.5)	(51.8, 115.1, 162.6)	(12752.6, 13170.4, 13713.4)
DMU04	(91, 92.3, 94)	(93, 94.5, 96)	(2592, 2592, 2592)	(17.3, 52.4, 95)	(18697, 18698.1, 18698.7)
DMU05	(76.4, 78.9, 81.9)	(69.2, 70.2, 71.3)	(2493.3, 2527.5, 2545.1)	(74.8, 170.1, 238.8)	(16403.9, 16598.9, 16849.7)
DMU06	(13.2, 13.7, 14.3)	(10.9, 11.1, 11.2)	(458.6, 463.9, 463.9)	(19, 41.5, 56.5)	(2868, 2902.1, 2944.2)
DMU07	(60.6, 62.7, 64.8)	(59.8, 61.4, 62.9)	(1801.6, 1837.8, 1879.5)	(25.9, 66.6, 105)	(12617.9, 12807.1, 13032.6)
DMU08	(34.2, 34.9, 36)	(30.7, 31, 31.4)	(1724.1, 1724.1, 1724.1)	(34.6, 70.4, 97.3)	(8149.8, 8355.9, 8570.6)
DMU09	(13.2, 14.1, 14.6)	(10.9, 11.5, 11.5)	(464.8, 507.3, 507.3)	(19.6, 43.5, 59)	(2903.8, 2998.4, 3040)

### جدول ۳- ادامه.

Table 3- Continued.

	X1	X2	X3	Y1	Y2
DMU10	(51.8, 57.5, 62)	(48.1, 52.9, 56.2)	(2982.1, 3303.4, 3478.4)	(46.7, 95.8, 139.2)	(13022.2, 13938.3, 15123.5)
DMU11	(96, 97.3, 100)	(90, 91, 92)	(5724.9, 5724.9, 5724.9)	(81.2, 161, 222.9)	(24395.9, 25154.8, 25909.6)
DMU12	(106, 108.5, 112)	(84, 88.3, 92)	(2764.8, 2764.8, 2764.8)	(74.3, 100.5, 167.6)	(17636, 18131.3, 18619.2)
DMU13	(54.5, 57.8, 72.2)	(52.7, 54.8, 70.1)	(1654.8, 1718.2, 2980.8)	(30.1, 73.2, 118.5)	(11418.6, 11573.6, 13792.6)
DMU14	(94, 97.2, 101)	(78, 78, 78)	(3317.8, 3317.8, 3317.8)	(140, 308.5, 418.2)	(20729.1, 20908.5, 21187)
DMU15	(34.8, 37.1, 38.5)	(28.9, 30.6, 30.6)	(1228.8, 1290.2, 1290.2)	(51.8, 115.3, 156.1)	(7677.3, 7820.3, 7941.7)
DMU16	(57.1, 62.3, 63.9)	(53.9, 57.2, 57.8)	(3377, 3508.1, 3508.1)	(47.4, 94.9, 131.6)	(14489.3, 15130.5, 15571.8)
DMU17	(32.5, 34.4, 35.8)	(27, 28.3, 28.3)	(1146.8, 1190, 1190)	(48.4, 107.4, 145.4)	(7164.9, 7293.7, 7402.8)
DMU18	(77, 80.2, 82)	(92, 92.8, 94)	(2816.6, 2816.6, 2816.6)	(10.4, 20.4, 27.7)	(17706.8, 17714.9, 17722.4)
DMU19	(32.2, 36.9, 37.8)	(30.2, 33.7, 34.1)	(1922.1, 2119, 2119)	(27.3, 55.2, 76.7)	(8190.7, 8762.4, 9020)
DMU20	(40.4, 49.7, 52.4)	(38.2, 43.2, 45.3)	(1197.3, 1312, 1403.4)	(22.5, 51.6, 82.1)	(8199.4, 8431.8, 8900.9)
DMU21	(15.5, 16.1, 16.7)	(12.7, 12.8, 12.8)	(537.7, 538.5, 538.5)	(22.5, 49.5, 67.1)	(3326, 3355.8, 3400.4)

### ۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله مدلی کاملاً فازی بر اساس کارابی ارزش ارایه و برای اولویت‌بندی ۲۱ طرح پژوهشی پیشنهادی در یک واحد دانشگاهی در ایران در سال ۱۳۹۹ بکار گرفته شد. پس از انتخاب طرح‌های MPS توسط مدیر، برای سایر طرح‌ها، الگوهای مناسب پیشنهاد شدند. در پایان نتایج به دست آمده از حل مدل مورد نظر به وسیله نرم‌افزار GAMS تجزیه و تحلیل شدند. با توجه به نزدیکی و انطباق مدل کاملاً فازی به شرایط مسایل واقعی موجود زمینه وسیعی جهت ادامه کار وجود دارد. کاربرد مدل موردنظر در بحث شبکه‌های تصمیم‌گیری از جمله قابلیت‌های مهم آن می‌باشد.

جدول ۴- مقدار کارابی ارزش حاصل DMUs با به کارگیری مدل‌های (۱۰) و (۱۲) در حالت‌های الف و ب.

Table 4- The efficiency value of the resulting value of DMUs by using Models (10) and (12) in modes A and B.

DMU	مدل ۱۰ در حالت الف ( $\alpha^L, \alpha^C, \alpha^U$ )	مدل ۱۲ در حالت الف ( $\alpha^L, \alpha^C, \alpha^U$ )	مدل ۱۰ در حالت ب ( $\alpha^L, \alpha^C, \alpha^U$ )	مدل ۱۲ در حالت ب ( $\alpha^L, \alpha^C, \alpha^U$ )
DMU01	(0.0000, 0.8175, 0.8175)	(0.0000, 0.8133, 0.8133)	(0.0000, 0.8789, 0.8789)	(0.0000, 0.8788, 0.8788)
DMU02	(0.0000, 0.5450, 0.5450)	(0.0000, 0.5177, 0.5177)	(0.0000, 0.4180, 0.4180)	(0.0000, 0.4897, 0.4897)
DMU03	(0.0000, 0.4277, 0.4277)	(0.0000, 0.4180, 0.4180)	(0.0000, 0.4169, 0.4169)	(0.0000, 0.4138, 0.4138)
DMU04	MPS	MPS	(0.0000, 0.0136, 0.0136)	(0.0000, 0.0046, 0.0046)
DMU05	(0.0000, 0.1178, 0.1178)	(0.0000, 0.1178, 0.1178)	(0.0000, 0.1212, 0.1212)	(0.0000, 0.1193, 0.1193)
DMU06	(0.0000, 0.8313, 0.8313)	(0.0000, 0.8275, 0.8275)	(0.0000, 0.8426, 0.8426)	(0.0000, 0.8419, 0.8419)
DMU07	(0.0000, 0.0814, 0.0814)	(0.0000, 0.0486, 0.0486)	(0.0000, 0.2412, 0.2412)	(0.0000, 0.2366, 0.2366)
DMU08	(0.0000, 0.6835, 0.6835)	(0.0000, 0.6754, 0.6754)	(0.0000, 0.6471, 0.6471)	(0.0000, 0.6194, 0.6194)
DMU09	(0.0000, 0.9556, 0.9556)	(0.0000, 0.9550, 0.9550)	(0.0000, 0.9027, 0.9027)	(0.0000, 0.9297, 0.9297)
DMU10	(0.0000, 0.4861, 0.4861)	(0.0000, 0.4758, 0.4758)	(0.0000, 0.4509, 0.4509)	(0.0000, 0.4509, 0.4509)
DMU11	(0.0000, 0.0386, 0.0386)	(0.0000, 0.0150, 0.0150)	MPS	MPS
DMU12	(0.0000, 0.0341, 0.0341)	(0.0000, 0.0000, 0.0000)	(0.0000, 0.1438, 0.1438)	(0.0000, 0.1412, 0.1412)
DMU13	(0.0000, 0.4266, 0.4266)	(0.0000, 0.4245, 0.4245)	(0.0000, 0.4656, 0.4656)	(0.0000, 0.4644, 0.4644)
DMU14	MPS	MPS	MPS	MPS
DMU15	(0.0000, 0.9398, 0.9398)	(0.0000, 0.9452, 0.9452)	(0.0000, 0.9315, 0.9315)	(0.0000, 0.9398, 0.9398)
DMU16	(0.0000, 0.3173, 0.3173)	(0.0000, 0.3026, 0.3026)	(0.0000, 0.2738, 0.2738)	(0.0000, 0.2739, 0.2739)
DMU17	(0.0000, 0.9477, 0.9477)	(0.0000, 0.9494, 0.9494)	(0.0000, 0.8895, 0.8895)	(0.0000, 0.9293, 0.9293)
DMU18	(0.0000, 0.0000, 0.0000)	(0.0000, 0.0000, 0.0000)	(0.0000, 0.0000, 0.0000)	(0.0000, 0.0000, 0.0000)
DMU19	(0.0000, 0.6658, 0.6658)	(0.0000, 0.6551, 0.6551)	(0.0000, 0.6474, 0.6474)	(0.0000, 0.6476, 0.6476)
DMU20	(0.0000, 0.4535, 0.4535)	(0.0000, 0.4299, 0.4299)	(0.0000, 0.5591, 0.5591)	(0.0000, 0.5576, 0.5576)
DMU21	(0.0000, 0.9090, 0.9090)	(0.0000, 0.9046, 0.9046)	(0.0000, 0.8834, 0.8834)	(0.0000, 0.8795, 0.8795)



جدول ۵- الگوهای به دست آمده از مدل (۱۰) در حالت الف.

Table 5- Patterns obtained from Model (10) in mode A.

DMU	X <sub>1</sub> <sup>*</sup>	X <sub>2</sub> <sup>*</sup>	X <sub>3</sub> <sup>*</sup>	Y <sub>1</sub> <sup>*</sup>	Y <sub>2</sub> <sup>*</sup>
DMU01	(12.77, 13.05, 13.33)	(10.59, 11.4, 10.97)	(450.6, 420.13, 423.48)	(19.01, 30.52, 46.66)	(2815.32, 2754.71, 2766.53)
DMU02	(58.16, 35.87, 35.95)	(48.26, 40.5, 40.5)	(2052.72, 3485.53, 3485.53)	(86.6, 281.9, 234.06)	(12825.22, 13333.74, 13174.27)
DMU03	(57.83, 58.37, 58.37)	(47.99, 61.61, 63.52)	(2041.1, 2472.14, 2472.14)	(86.11, 116, 99.97)	(12752.64, 13867.59, 13713.41)
DMU04	MPS	MPS	MPS	MPS	MPS
DMU05	(74.39, 79.98, 81.16)	(61.73, 73.22, 73.22)	(2625.5, 2560.94, 2560.94)	(110.76, 156.67, 214.81)	(16403.9, 16882.61, 16849.73)
DMU06	(12.8, 13.53, 13.86)	(10.62, 11.97, 11.56)	(451.92, 431.79, 437.2)	(19.07, 29.95, 46.66)	(2823.55, 2848.88, 2870.21)
DMU07	(58.34, 63.17, 65.77)	(51.55, 64.43, 68.34)	(1947.46, 1779.88, 1788.9)	(65.59, 38.59, 51.84)	(12617.86, 12807.07, 13032.58)
DMU08	(23.21, 11.51, 16.46)	(19.26, 12.83, 16.84)	(819.19, 780.94, 888.83)	(34.56, 51.84, 57.75)	(5118.22, 3456, 4320)
DMU09	(12.77, 3.28, 3.69)	(10.59, 0.74, 0.14)	(450.6, 254.15, 259.08)	(19.01, 43.48, 57.02)	(2815.32, 1033.91, 1085.18)
DMU10	(59.05, 52.93, 53.96)	(49, 49.85, 49.85)	(2084.25, 3330.09, 3330.09)	(87.93, 285.71, 285.56)	(13022.21, 15167.45, 15123.46)
DMU11	(96, 93.57, 96.14)	(38.5, 87.48, 88.45)	(4847.29, 5503.66, 5503.66)	(421.2, 465.06, 471.71)	(24395.9, 25873.4, 25909.63)
DMU12	(80.87, 88.14, 92.31)	(69.63, 85.32, 88.36)	(2764.8, 2609.18, 2670.5)	(103.33, 107.87, 167.62)	(17635.97, 18131.32, 18619.2)
DMU13	(51.78, 56.27, 58.19)	(42.97, 54.48, 54.48)	(1827.59, 1665.24, 1709.28)	(77.1, 68.71, 121.02)	(11418.62, 11573.56, 11790.14)
DMU14	MPS	MPS	MPS	MPS	MPS
DMU15	(34.81, 10.01, 11.02)	(28.89, 5.34, 5.95)	(1228.78, 416.06, 416.06)	(51.84, 63.64, 77.76)	(7677.33, 2309.18, 2422.35)
DMU16	(65.7, 53.7, 48.19)	(54.52, 60.64, 61.44)	(2319.06, 3025.73, 2569.41)	(97.84, 161.95, 38.02)	(14489.28, 14624.63, 12658.66)
DMU17	(32.49, 4.09, 4.6)	(26.96, -0.84, -0.84)	(1146.77, 252.92, 244.24)	(48.38, 61.62, 74.3)	(7164.92, 1116.29, 1156.54)
DMU18	(77, 80.16, 82)	(92, 92.83, 94)	(2816.64, 2816.64, 2816.64)	(10.37, 20.44, 27.65)	(17706.82, 17714.87, 17722.37)
DMU19	(37.14, 29.58, 30.08)	(30.82, 34.76, 34.76)	(1310.95, 1963.75, 1963.75)	(55.31, 112.83, 95.87)	(8190.72, 8792.16, 8740.22)
DMU20	(37.18, 41.34, 44.78)	(30.85, 41.28, 45.9)	(1312.33, 1189.1, 1231.34)	(55.36, 35.7, 43.2)	(8199.36, 8431.78, 8900.93)
DMU21	(15.08, 9.19, 9.37)	(12.52, 8.66, 8.74)	(532.38, 661.4, 661.4)	(22.46, 59.44, 56.69)	(3326.25, 2836.19, 2827.01)

جدول ۶- الگوهای به دست آمده از مدل (۱۲) در حالت الف.

Table 6- Patterns obtained from Model (12) in case A.

DMU	X <sub>1</sub> <sup>*</sup>	X <sub>2</sub> <sup>*</sup>	X <sub>3</sub> <sup>*</sup>	Y <sub>1</sub> <sup>*</sup>	Y <sub>2</sub> <sup>*</sup>
DMU01	(12.53, 14.56, 15.82)	(10.34, 10.53, 10.77)	(428.71, 280.95, 280.95)	(19.01, 59.57, 84.23)	(2744.06, 2754.71, 2836.65)
DMU02	(50.47, 45.88, 45.98)	(47.31, 46.35, 46.08)	(3009.63, 3343.06, 3256.44)	(42.7, 36.14, 53.57)	(12825.22, 12986.78, 13174.27)
DMU03	(51.83, 59.48, 59.48)	(47.25, 48.59, 59.61)	(2788.07, 2187.08, 2519.18)	(51.84, 179.22, 98.5)	(12752.64, 13073.46, 13713.41)
DMU04	(88, 91.07, 92.72)	(70.75, 76.11, 94.69)	(2592, 2556.73, 2556.73)	(144.62, 274.55, 159.17)	(18696.96, 18698.1, 18698.69)
DMU05	(72.16, 78.07, 80.85)	(61.45, 62.06, 72.94)	(2903.04, 2551.18, 2551.18)	(98.03, 254.9, 230.49)	(16403.9, 16598.87, 16849.73)
DMU06	(12.79, 13.69, 14.16)	(10.62, 11.26, 12.22)	(453.13, 407.93, 407.93)	(19.01, 42.31, 46.66)	(2823.55, 2848.88, 2870.21)
DMU07	(57.8, 65.77, 69.05)	(47.55, 48.69, 64.5)	(1947.46, 1477.79, 1477.79)	(88.51, 256.14, 186.68)	(12617.86, 12807.07, 13032.58)
DMU08	(13, 16.33, 18.35)	(8.25, 13.11, 15.58)	(-116.21, 557.6, 835.54)	(34.56, 51.84, 57.75)	(2073.6, 3514.01, 4320)
DMU09	(6.57, 7.88, 8.07)	(3.91, 4.72, 4.41)	(-117.05, -30.45, -35.86)	(19.01, 43.48, 57.02)	(967.68, 1170.69, 1085.18)
DMU10	(45.77, 56.56, 55.32)	(47.37, 50.8, 53.26)	(3737.09, 2939.61, 3558.05)	(12.1, 117.39, 92.67)	(13022.21, 13938.32, 15123.46)
DMU11	MPS	MPS	MPS	MPS	MPS
DMU12	(80.44, 90.01, 95.89)	(66.42, 68.48, 78.77)	(2764.8, 2367.18, 2367.18)	(121.74, 329.29, 362.9)	(17635.97, 18131.32, 18619.2)
DMU13	(42.51, 56.53, 59.32)	(41.83, 43.57, 50.77)	(2980.8, 1593.07, 1593.07)	(24.19, 200.25, 201.67)	(11418.62, 11573.56, 11790.14)
DMU14	MPS	MPS	MPS	MPS	MPS

Table 6- Continued.

DMU	X1*	X2*	X3*	Y1*	Y2*
DMU15	(16.65, 13.63, 13.71)	(9.29, 9.17, 8.96)	(-436.05, 134.57, 181.97)	(51.84, 63.64, 77.76)	(2258.5, 2352.41, 2332.8)
DMU16	(51.59, 57.13, 43.04)	(52.79, 61.97, 46.25)	(4074.91, 3218.89, 1921.5)	(17.28, 27.06, 38.02)	(14489.28, 14624.63, 10145.09)
DMU17	(12.12, 9.39, 9.66)	(4.98, 4.77, 4.81)	(-720.05, -195.35,- 120.78)	(48.38, 61.62, 74.3)	(1088.64, 1116.29, 1140.48)
DMU18	(77, 80.16, 82)	(92, 92.83, 94)	(2816.64, 2816.64, 2816.64)	(10.37, 20.44, 27.65)	(17706.82, 17714.87, 17722.37)
DMU19	(31.99, 31.21, 31.74)	(30.19, 30.23, 30.98)	(1951.48, 2031.36, 2071.76)	(25.92, 39.55, 48.38)	(8190.72, 8408.72, 8740.22)
DMU20	(31.42, 43.07, 47.62)	(30.14, 32.02, 40.56)	(2029.55, 993.47, 993.47)	(22.46, 166.15, 168.7)	(8199.36, 8431.78, 8900.93)
DMU21	(26.55, 11.77, 11.89)	(24.89, 10.27, 10.18)	(1583.11, 555.36, 555.46)	(22.46, 27.92, 36.29)	(6746.27, 2802.23, 2827.01)

جدول -۷ - الگوهای به دست آمده از مدل (۱۰) در حالت ب.

Table 7- Patterns obtained from Model (10) in mode B.

DMU	X1*	X2*	X3*	Y1*	Y2*
DMU01	(12.53, 14.56, 15.82)	(10.34, 10.53, 10.77)	(428.71, 280.95, 280.95)	(19.01, 59.57, 84.23)	(2744.06, 2754.71, 2836.65)
DMU02	(50.47, 45.88, 45.98)	(47.31, 46.35, 46.08)	(3009.63, 3343.06, 3256.44)	(42.7, 36.14, 53.57)	(12825.22, 12986.78, 13174.27)
DMU03	(51.83, 59.48, 59.48)	(47.25, 48.59, 59.61)	(2788.07, 2187.08, 2519.18)	(51.84, 179.22, 98.5)	(12752.64, 13073.46, 13713.41)
DMU04	(88, 91.07, 92.72)	(70.75, 76.11, 94.69)	(2592, 2556.73, 2556.73)	(144.62, 274.55, 159.17)	(18696.96, 18698.1, 18698.69)
DMU05	(72.16, 78.07, 80.85)	(61.45, 62.06, 72.94)	(2903.04, 2551.18, 2551.18)	(98.03, 254.9, 230.49)	(16403.9, 16598.87, 16849.73)
DMU06	(12.79, 13.69, 14.16)	(10.62, 11.26, 12.22)	(453.13, 407.93, 407.93)	(19.01, 42.31, 46.66)	(2823.55, 2848.88, 2870.21)
DMU07	(57.8, 65.77, 69.05)	(47.55, 48.69, 64.5)	(1947.46, 1477.79, 1477.79)	(88.51, 256.14, 186.68)	(12617.86, 12807.07, 13032.58)
DMU08	(13, 16.33, 18.35)	(8.25, 13.11, 15.58)	(-116.21, 557.6, 835.54)	(34.56, 51.84, 57.75)	(2073.6, 3514.01, 4320)
DMU09	(6.57, 7.88, 8.07)	(3.91, 4.72, 4.41)	(-117.05, -30.45,- 35.86)	(19.01, 43.48, 57.02)	(967.68, 1170.69, 1085.18)
DMU10	(45.77, 56.56, 55.32)	(47.37, 50.8, 53.26)	(3737.09, 2939.61, 3558.05)	(12.1, 117.39, 92.67)	(13022.21, 13938.32, 15123.46)
DMU11	MPS	MPS	MPS	MPS	MPS
DMU12	(80.44, 90.01, 95.89)	(66.42, 68.48, 78.77)	(2764.8, 2367.18, 2367.18)	(121.74, 329.29, 362.9)	(17635.97, 18131.32, 18619.2)
DMU13	(42.51, 56.53, 59.32)	(41.83, 43.57, 50.77)	(2980.8, 1593.07, 1593.07)	(24.19, 200.25, 201.67)	(11418.62, 11573.56, 11790.14)
DMU14	MPS	MPS	MPS	MPS	MPS
DMU15	(16.65, 13.63, 13.71)	(9.29, 9.17, 8.96)	(-436.05, 134.57, 181.97)	(51.84, 63.64, 77.76)	(2258.5, 2352.41, 2332.8)
DMU16	(51.59, 57.13, 43.04)	(52.79, 61.97, 46.25)	(4074.91, 3218.89, 1921.5)	(17.28, 27.06, 38.02)	(14489.28, 14624.63, 10145.09)
DMU17	(12.12, 9.39, 9.66)	(4.98, 4.77, 4.81)	(-720.05, -195.35,- 120.78)	(48.38, 61.62, 74.3)	(1088.64, 1116.29, 1140.48)
DMU18	(77, 80.16, 82)	(92, 92.83, 94)	(2816.64, 2816.64, 2816.64)	(10.37, 20.44, 27.65)	(17706.82, 17714.87, 17722.37)
DMU19	(31.99, 31.21, 31.74)	(30.19, 30.23, 30.98)	(1951.48, 2031.36, 2071.76)	(25.92, 39.55, 48.38)	(8190.72, 8408.72, 8740.22)
DMU20	(31.42, 43.07, 47.62)	(30.14, 32.02, 40.56)	(2029.55, 993.47, 993.47)	(22.46, 166.15, 168.7)	(8199.36, 8431.78, 8900.93)
DMU21	(26.55, 11.77, 11.89)	(24.89, 10.27, 10.18)	(1583.11, 555.36, 555.46)	(22.46, 27.92, 36.29)	(6746.27, 2802.23, 2827.01)

جدول -۸ - الگوهای به دست آمده از مدل (۱۲) در حالت ب.

Table 8- Patterns obtained from Model (12) in mode B.

DMU	X1*	X2*	X3*	Y1*	Y2*
DMU01	(92.29, 97.01, 101.85)	(67.76, 66.9, 66.05)	(1262.73, 1262.73, 1262.73)	(190.13, 434.35, 584.89)	(17598.6, 17283.32, 17155.13)
DMU02	(98.13, 97.51, 98.93)	(2.79, 4.85, 6.92)	(8289.79, 8289.79, 8289.79)	(18.62, 3.84, 14.84)	(28303.14, 29679.46, 30941.91)
DMU03	(93.14, 95.51, 98.64)	(84.61, 85.13, 85.68)	(4308.26, 4308.26, 4308.26)	(101.43, 215.48, 294.15)	(22009.12, 22421.84, 22878.95)

Table 8- Continued.

DMU	X1*	X2*	X3*	Y1*	Y2*
DMU04	(88.95, 92.66, 96.33)	(78.04, 77.96, 77.96)	(2460.96, 2460.96, 2460.96)	(123.79, 277.59, 374.93)	(18833.17, 18793.06, 18857.07)
DMU05	(89.51, 92.83, 96.26)	(80.54, 80.67, 80.88)	(2986.26, 2986.26, 2986.26)	(112.02, 247.78, 335.51)	(19650.13, 19736.86, 19906.09)
DMU06	(92.89, 96.45, 100.46)	(75.96, 75.78, 75.61)	(2777.71, 2777.71, 2777.71)	(147.52, 328.88, 444.87)	(19816.7, 19864.1, 20028.9)
DMU07	(86.97, 91.36, 95.32)	(74.61, 74.21, 73.93)	(1530.93, 1530.93, 1530.93)	(136.15, 311.34, 418.95)	(17251.79, 16984.11, 16851.54)
DMU08	(94.41, 97.19, 100.79)	(80.46, 80.67, 80.87)	(3811.52, 3811.52, 3811.52)	(127.92, 278.2, 378.12)	(21481.25, 21779.53, 22155.74)
DMU09	(92.66, 97.05, 101.67)	(69.93, 69.26, 68.59)	(1699.89, 1699.89, 1699.89)	(179.46, 407.57, 549.43)	(18264.54, 18054.49, 18012.82)
DMU10	(96.44, 97.37, 99.78)	(92.67, 93.89, 95.11)	(6260.12, 6260.12, 6260.12)	(68.16, 128.19, 179.49)	(25211.28, 26099.01, 26959.79)
DMU11	MPS	MPS	MPS	MPS	MPS
DMU12	(91.4, 95.4, 99.57)	(73.93, 73.55, 73.21)	(2172.51, 2172.51, 2172.51)	(153.87, 347.03, 468.35)	(18760.63, 18659.33, 18694.16)
DMU13	(89.58, 93.36, 97.15)	(77.04, 76.88, 76.8)	(2395.66, 2395.66, 2395.66)	(131.24, 294.75, 398.02)	(18826.95, 18773.22, 18831.4)
DMU14	MPS	MPS	MPS	MPS	MPS
DMU15	(93.12, 97.09, 101.44)	(72.75, 72.31, 71.87)	(2263.92, 2263.92, 2263.92)	(165.69, 373.01, 503.67)	(19123.74, 19049.47, 19119.42)
DMU16	(88.78, 90.31, 92.29)	(94.43, 95.66, 97.03)	(5251.23, 5251.23, 5251.23)	(34.4, 58.81, 83.84)	(22744.56, 23368.53, 23958.93)
DMU17	(92.48, 97.03, 101.76)	(68.86, 68.1, 67.34)	(1484.27, 1484.27, 1484.27)	(184.72, 420.78, 566.92)	(17936.08, 17674.13, 17589.79)
DMU18	(77, 80.16, 82)	(92, 92.83, 94)	(2816.64, 2816.64, 2816.64)	(10.37, 20.44, 27.65)	(17706.82, 17714.87, 17722.37)
DMU19	(95.52, 96.4, 98.67)	(93.75, 95.04, 96.35)	(6286.99, 6286.99, 6286.99)	(59.37, 108.28, 152.6)	(25122.74, 26014.02, 26870.28)
DMU20	(88.23, 92.67, 96.82)	(73.17, 72.68, 72.28)	(1498.78, 1498.78, 1498.78)	(147.91, 337.96, 454.9)	(17377.52, 17106.02, 16980.38)
DMU21	(94.83, 97.23, 100.58)	(83, 83.42, 83.84)	(4321.36, 4321.36, 4321.36)	(115.48, 246.96, 336.77)	(22257.91, 22678.92, 23156.03)



## تعارض با منافع

نویسنده‌گان اعلام می‌دارند که هیچ تضادی در منافع در مورد انتشار این نسخه وجود نداشته و همه نویسنده‌گان، نسخه نهایی ارسال شده را مشاهده و تایید کرده‌اند. همچنین نویسنده‌گان تضمین می‌کنند که مقاله، اثر اصلی آن‌ها بوده، قبل از این‌ها بوده، قبلاً چاپ نشده و در حال حاضر تحت انتشار نمی‌باشد.

## منابع

- Banker, R. D., Charnes, A., & Cooper, W. W. (1984). Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. *Management science*, 30(9), 1078-1092.
- Barak, S., & Dahooei, J. H. (2018). A novel hybrid fuzzy DEA-Fuzzy MADM method for airlines safety evaluation. *Journal of air transport management*, 73, 134-149.
- Bellman, R. E., & Zadeh, L. A. (1970). Decision-making in a fuzzy environment. *Management science*, 17(4), B-141.
- Bhardwaj, B., & Kumar, A. (2015). A note on “a new algorithm to solve fully fuzzy linear programming problems using the MOLP problem”. *Applied mathematical modelling*, 39(19), 5982-5985.
- Boussemart, J. P., Leleu, H., & Parvulescu, R. (2021). *Value efficiency and its decomposition into direct price and quantity effects* (No. 2021-EQM-02). Retrieved from <https://www.ieseg.fr/wp-content/uploads/2021/01/2021-EQM-02.pdf>
- Cooper, W. W., Seiford, L. M., & Tone, K. (2007). *Data envelopment analysis: a comprehensive text with models, applications, references and DEA-solver software* (Vol. 2, p. 489). New York: Springer. <https://doi.org/10.1007/b109347>
- Despić, O., Despić, M., & Paradi, J. C. (2007). DEA-R: Ratio-based comparative efficiency model, its mathematical relation to DEA and its use in applications. *Journal of productivity analysis*, 28(1), 33-44.
- Emrouznejad, A., & Amin, G. R. (2009). DEA models for ratio data: Convexity consideration. *Applied mathematical modelling*, 33(1), 486-498. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2007.11.018>
- Ezzati, R., Khorram, E., & Enayati, R. (2015). A new algorithm to solve fully fuzzy linear programming problems using the MOLP problem. *Applied mathematical modelling*, 39(12), 3183-3193. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2013.03.014>



- Gerami, J. (2019). An interactive procedure to improve estimate of value efficiency in DEA. *Expert systems with applications*, 137, 29-45. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2019.06.061>
- Gerami, J. (2020). Value efficiency analysis in different technologies. *Journal of mathematical extension*, 14, 21-51.
- Halme, M., & Korhonen, P. (2000). Restricting weights in value efficiency analysis. *European journal of operational research*, 126(1), 175-188.
- Halme, M., Joro, T., Korhonen, P., Salo, S., & Wallenius, J. (1999). A value efficiency approach to incorporating preference information in data envelopment analysis. *Management science*, 45(1), 103-115.
- Hatami-Marbini, A., Emrouznejad, A., & Tavana, M. (2011). A taxonomy and review of the fuzzy data envelopment analysis literature: two decades in the making. *European journal of operational research*, 214(3), 457-472. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2011.02.001>
- Hosseinzadeh Lotfi, F., Allahviranloo, T., Jondabeh, M. A., & Alizadeh, L. (2009). Solving a full fuzzy linear programming using lexicography method and fuzzy approximate solution. *Applied mathematical modelling*, 33(7), 3151-3156.
- Hosseinzadeh, A., & Edalatpanah, S. (2016). A new approach for solving fully fuzzy linear programming by using the lexicography method. *Advances in fuzzy systems*. <https://www.hindawi.com/journals/afs/2016/1538496/>
- Joro, T., & Korhonen, P. (2015). *Extension of data envelopment analysis with preference information*. Springer New York, NY. <https://doi.org/10.1007/978-1-4899-7528-7>
- Korhonen, P. J., & Syrjänen, M. J. (2005). On the interpretation of value efficiency. *Journal of productivity analysis*, 24(2), 197-201. <https://doi.org/10.1007/s11123-005-4704-2>
- Korhonen, P., Tainio, R., & Wallenius, J. (2001). Value efficiency analysis of academic research. *European journal of operational research*, 130(1), 121-132.
- Kumar, A., Kaur, J., & Singh, P. (2011). A new method for solving fully fuzzy linear programming problems. *Applied mathematical modelling*, 35(2), 817-823.
- Liu, W. B., Zhang, D. Q., Meng, W., Li, X. X., & Xu, F. (2011). A study of DEA models without explicit inputs. *Omega*, 39(5), 472-480.
- Mahdavi-Amiri, N., & Nasseri, S. H. (2007). Duality results and a dual simplex method for linear programming problems with trapezoidal fuzzy variables. *Fuzzy sets and systems*, 158(17), 1961-1978. <https://doi.org/10.1016/j.fss.2007.05.005>
- Maleki, H. R., Tata, M., & Mashinchi, M. (2000). Linear programming with fuzzy variables. *Fuzzy sets and systems*, 109(1), 21-33. [https://doi.org/10.1016/S0165-0114\(98\)00066-9](https://doi.org/10.1016/S0165-0114(98)00066-9)
- Mozaffari, M. R. (2017). Two-stage network DEA-R based on value efficiency. *Journal of new researches in mathematics*, 3(10), 47-60. (In Persian). <https://www.sid.ir/paper/257313/fa>
- Mozaffari, M. R., Gerami, J., & Jablonsky, J. (2014a). Relationship between DEA models without explicit inputs and DEA-R models. *Central European journal of operations research*, 22(1), 1-12. <https://doi.org/10.1007/s10100-012-0273-4>
- Mozaffari, M. R., Kamyab, P., Jablonsky, J., & Gerami, J. (2014b). Cost and revenue efficiency in DEA-R models. *Computers & industrial engineering*, 78, 188-194. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2014.10.001>
- Nasrabadi, N. (2019). A value efficiency-based target setting approach in data envelopment analysis. *Journal of new researches in mathematics*, 5(17), 51-72. (In Persian). [https://jnrm.srbiau.ac.ir/article\\_14050.html](https://jnrm.srbiau.ac.ir/article_14050.html)
- Nehi, H. M., Maleki, H. R., & Mashinchi, M. (2004). Solving fuzzy number linear programming problem by lexicographic ranking function. *Italian journal of pure and applied mathematics*, 15(1), 9-20.
- Olesen, O. B., Petersen, N. C., & Podinovski, V. V. (2015). Efficiency analysis with ratio measures. *European journal of operational research*, 245(2), 446-462.
- Olesen, O. B., Petersen, N. C., & Podinovski, V. V. (2017). Efficiency measures and computational approaches for data envelopment analysis models with ratio inputs and outputs. *European journal of operational research*, 261(2), 640-655.
- Soleimani-damaneh, M., Korhonen, P. J., & Wallenius, J. (2014). On value efficiency. *Optimization*, 63(4), 617-631.
- Wei, C. K., Chen, L. C., Li, R. K., & Tsai, C. H. (2011a). Using the DEA-R model in the hospital industry to study the pseudo-inefficiency problem. *Expert systems with applications*, 38(3), 2172-2176.
- Wei, C. K., Chen, L. C., Li, R. K., & Tsai, C. H. (2011b). Exploration of efficiency underestimation of CCR model: Based on medical sectors with DEA-R model. *Expert systems with applications*, 38(4), 3155-3160.
- Wei, C. K., Chen, L. C., Li, R. K., & Tsai, C. H. (2011c). A study of developing an input-oriented ratio-based comparative efficiency model. *Expert systems with applications*, 38(3), 2473-2477.
- Wei, C. K., Chen, L. C., Li, R. K., Tsai, C. H., & Huang, H. L. (2012). A study of optimal weights of Data Envelopment Analysis—Development of a context-dependent DEA-R model. *Expert systems with applications*, 39(4), 4599-4608.
- Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and control*, 8(3), 338-353.
- Zadeh, L. A. (1978). Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility. *Fuzzy sets and systems*, 1(1), 3-28.
- Zhu, W., Wan, M., Zhou, Y., & Pan, W. (2018). Fuzzy computation of teaching performance based on data envelopment analysis method. *Cognitive systems research*, 52, 351-358.