Decisions & Operations Research

Volume 6, Issue 1, Spring 2021

Decisions and Operational Research

HF-GDEA: Hybrid Fuzzy Approach to Integrate Ranking of Goal Models in DEA

Hamid Reza Yousefzadeh*, Azam Teimuri, Aghile Heidari

Department of Mathematics, Payame Noor University (PNU), Tehran, Iran.

Abstract

The models of Data Envelopment Analysis (DEA) based on Goal Programming (GDEA) seeks to address some drawbacks of classical DEA by increasing the degree of resolution and providing real weights to Decision-Making Units (DMUs). Experimental results indicate that the GDEA models do not completely cope with these in some cases which are tested. Also, in calculating the optimal solution with different methods of evaluating the efficiency of units, we are faced with a group of Pareto optimal solutions that make a decision maker facing a serious challenge in choosing the most appropriate solution. To solve this, in the first step, this paper uses the concepts of fuzzy logic and then proposes the F-GDEA approach based on fuzzy logic in solving the GDEA models, which increases the resolution of the methods to rank the units. In the second step, by using the F-GDEA approach, we propose a new hybridized fuzzy approach called HF-GDEA for short, taking into account the various ranking results from the different programming models. With this new proposed approach, we combine the rankings obtained from different methods and present a new ranking for the DMUs. In other words, the HF-GDEA approach makes it possible to compare and thus select an optimal solution from Pareto's optimal solutions set. Finally, the proposed approach is applied to two practical examples and their numerical results are presented.

Keywords: Goal programming, Multi-objective optimization, Data envelopment analysis (DEA), Fuzzy logic, Pareto solutions.

Paper Type: Original-Application

Received: 02/08/2020 Reviewed: 25/09/2020 Revised: 07/02/2021 Accepted: 14/02/2021

Citation:

Yousefzadeh, H. R., Teimuri, A., & Heidari, A. (2021). HF-GDEA: hybrid fuzzy approach to integrate ranking of goal models in DEA. *Decisions & operations research*, *6*(1), 60-78.

*** Corresponding Author**

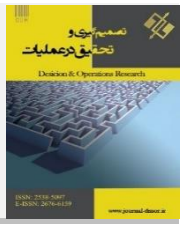
Email Address: usefzadeh.math@pnu.ac.ir

DOI: 10.22105/dmor.2021.242178.1195

www.journal-dmor.ir

Decisions & Operations Research, Volume 6, Issue 1, Spring 2021, Page: 56-74

نشریه علمی
تصمیم‌گیری و تحقیق در عملیات
Decisions and Operational Research
دوره ۶، شماره (۱)، بهار ۱۴۰۰



HF-GDEA: رویکرد فازی جدید در تلفیق رتبه‌بندی مدل‌های آرمانی تحلیل پوششی داده‌ها

حمیدرضا یوسف زاده*، اعظم تیموری، عقیله حیدری
گروه ریاضی، دانشگاه پیام نور، تهران، ایران.

چکیده

مدل تحلیل پوششی داده‌ها مبتنی بر برنامه‌ریزی آرمانی (*GDEA*) با افزایش میزان تفکیک‌پذیری و ارائه وزن‌های واقعی به واحدهای تصمیم‌گیری (*DMU*) به دنبال رفع نواقص مدل تحلیل پوششی داده‌ها (*DEA*) کلاسیک و پایه‌ای می‌باشد. نتایج تجربی حاکی از عدم رفع کامل نقایص در برخی از نمونه‌های مورد آزمایش توسط مدل‌های *GDEA* می‌باشند. همچنین در محاسبه جواب بهینه با روش‌های مختلف ارزیابی کارایی واحدها، با دسته‌ای از جواب‌های بهینه پارتو مواجه هستیم که یک مدیر تصمیم‌گیرنده را در انتخاب مناسب‌ترین جواب با چالش جدی مواجه می‌کند. برای رفع این معضل، در گام نخست در این مقاله، با استفاده از مفاهیم منطق فازی، رویکرد *F-GDEA* را که یک مدل مبتنی بر منطق فازی در حل مدل‌های *GDEA* است، پیشنهاد می‌دهیم که باعث افزایش قدرت تفکیک‌پذیری روش‌ها در رتبه‌بندی واحدها می‌شود. در گام دوم، با در نظر گرفتن رتبه‌بندی‌های متنوع حاصل از اعمال مدل‌های برنامه‌ریزی مختلف، با استفاده از رویکرد *F-GDEA* یک رویکرد تلفیقی فازی جدید به نام اختصاری *HF-GDEA* پیشنهاد می‌دهیم. با این رویکرد پیشنهادی، رتبه‌بندی حاصل از روش‌های مختلف را با یکدیگر تلفیق نموده و یک رتبه‌بندی جدید برای واحدهای تصمیم‌گیری ارائه می‌دهیم، به‌عبارت‌دیگر، رویکرد *HF-GDEA*، امکان مقایسه و درنتیجه انتخاب یک جواب بهینه از بین جواب‌های بهینه پارتو را فراهم می‌سازد. در پایان رویکرد پیشنهادی بر روی دو نمونه کاربردی اعمال و نتایج عددی آن آورده شده است.

واژه‌های کلیدی: برنامه‌ریزی آرمانی، بهینه‌سازی چندهدفه، تحلیل پوششی داده‌ها (*DEA*)، منطق فازی، جواب‌های پارتو.

نوع مقاله: پژوهشی- کاربردی

دریافت: ۱۳۹۹/۰۵/۱۲ داوری: ۱۳۹۹/۰۷/۰۴ بازنگری: ۱۳۹۹/۱۱/۱۹ پذیرش: ۱۳۹۹/۱۱/۲۶

۱- مقدمه

روش غیرپارامتری تحلیل پوششی داده‌ها (*DEA*)[۱] به‌عنوان یک ابزار مبتنی بر برنامه‌ریزی ریاضی، برای اندازه‌گیری و ارزیابی کارایی واحدهای تصمیم‌گیری (*DMU*)[۲] در سازمان‌های مختلف مورداستفاده قرار می‌گیرد. این روش اولین بار توسط چارنز، کوپر و رودز (*CCR*)[۳] ارائه شد و به الگوی کلاسیک *CCR*، معروف گردید. در حالت کلی دو مشکل عمده ضعف در قدرت تفکیک‌پذیری و توزیع غیرواقعی وزن‌ها برای مدل‌های کلاسیک *DEA* می‌توان نام برد. ضعف در میزان تفکیک‌پذیری (هنگامی بروز می‌کند که تعداد ورودی‌ها و خروجی‌ها به‌اندازه کافی زیاد نباشد) و توزیع نامناسب وزن‌ها به ورودی‌ها و خروجی‌ها (زمانی رخ می‌دهد که وزن‌های بزرگ (کوچک) به یک خروجی (ورودی)

[۱] Data Envelopment Analysis (DEA)
[۲] Decision Making Units (DMU)
[۳] Charnes, Cooper and Rhodes (CCR)

* نویسنده مسئول
آدرس رایانامه: usefzadeh.math@pnu.ac.ir
شناسه دیجیتال: 10.22105/dmor.2021.242178.1195

خاص در مدل اختصاص یابد) منجر به بروز نتایج نامطلوبی خواهند شد؛ بنابراین نمی‌توان به نتایج برخی از رویکردها در رتبه‌بندی *DMU*ها استناد کرد. مدل برنامه‌ریزی ریاضی آرمانی یک الگوی بهینه‌سازی چندهدفه است که جهت رفع دو مشکل اساسی یادشده پیشنهادشده‌اند. این روش که به‌طور هم‌زمان چندین هدف را در نظر می‌گیرد، به دنبال کمینه کردن انحراف از اهداف است. ایده اصلی برنامه‌ریزی آرمانی، یافتن جواب‌هایی است که آرمان‌های از پیش تعیین‌شده یک یا چند هدف را برآورده نماید. درصورتی‌که هیچ جوابی با این شرایط وجود نداشته باشد جواب‌هایی جستجو می‌شوند که انحراف از اهداف را کمینه کنند. با توجه به این‌که مدل‌های مختلف *DEA* همگی به دنبال تعیین یک هدف کارا برای واحدهای غیرکارا هستند، لذا در عمل ممکن است این داده‌های متناظر با اهداف کارا قابلیت پیاده‌سازی نداشته باشند و یا جزء اولویت‌های یک سازمان نباشد، لذا باید با پیاده‌سازی بر روی سطوح ورودی‌ها (خروجی‌ها) در توابع هدف، اهداف دیگری را بر روی مرز کارا موردتوجه قرار داد. به این نوع مسائل، مدل‌های *DEA* با ساختار ترجیحی می‌گویند. مدل‌های *DEA* با ساختار ترجیحی ارتباط تنگاتنگی با مسائل برنامه‌ریزی خطی چندهدفه دارد که در ادامه به بیان آن‌ها خواهیم پرداخت. ولی قبل از آن مروری بر کارهای انجام شده درزمینهٔ *DEA* چندهدفه خواهیم داشت. در **جدول ۱** به‌صورت مختصر برخی از تحقیقات انجام‌شده درزمینهٔ مدل‌های *DEA* چندهدفه مرور شده است.

جدول ۱- مروری بر برخی از تحقیقات انجام‌شده درزمینه مدل‌های DEA چندهدفه[۱].

Table 1- An overview of some of the research on multi-objective DEA models.

نام پژوهشگران و مرجع	خلاصه تحقیق انجام‌شده
تاناسولیس و دایسون[۲] (۱۹۹۲) و لینز و همکاران[۳] (۲۰۰۴)	ارایه مدل‌هایی چندهدفه جهت ارزیابی کارایی واحدها با افزایش در میزان خروجی‌ها یا کاهش در میزان ورودی‌ها.
ژو[۴] (۱۹۹۶)	ارایه یک مدل DEA چندهدفه غیرشعاعی با امکان در نظر گرفتن نظرها و علایق تصمیم گیرنده.
گلانی[۵] (۱۹۸۸)	ارایه یک مدل DEA چند هدفه و حل مدل از روش تغییر و تبدیل.
جرو[۶] و همکاران (۱۹۹۸) و هالم و همکاران[۷] (۱۹۹۹)	مقایسه ساختار مدل‌های DEA و مدل‌های چندهدفه و ارایه مدل DEA به صورت یک مدل چندهدفه.
چیانگ و تی زنگ[۸] (۲۰۰۰) و یو و همکاران[۹] (۲۰۰۴)	ارایه مدل‌های چند هدفه و تعریف توابع هدف با مفاهیم منطق فازی.
چن (۲۰۰۵)	ارایه مدل ریاضی چندهدفه‌ای با امکان تعریف محدودیت‌ها براساس معیارهای دلخواه تصمیم‌گیرنده.
لیو و پنگ[۱۰] (۲۰۰۸)	مدل DEA چندهدفه با بهبود توزیع وزن‌های مشترک متناظر با پارامترهای خروجی و ورودی مدل‌های DEA.
ماکوئی و همکاران[۱۱] (۲۰۰۸)	ارائه یک مدل آرمانی و خطی تحلیل پوششی داده‌ها با مدل CCR و تعیین وزن‌های مشترک.
امیری و همکاران[۱۲] (۲۰۰۷)	استفاده از تئوری فازی در حل مسایل تحلیل پوششی داده‌ها به صورت یك مساله چندهدفه و ایجاد وزن‌های مشترك جهت رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیری.
جعفریان مقدم و قصیری[۱۳] (۲۰۱۰)	ارائه مدل پویای تحلیل پوششی داده‌های فازی چندهدفه با بهبود قدرت افتراق مدل و هدف کاهش زمان مورد نیاز برای آماده‌سازی و اعمال تغییرات داده‌ها در طول دوره ارزیابی در مدل‌های DEA.

[۱] Multi-objective Data Envelopment Analysis
[۲] Thanassoulis & Dyson
[۳] Lins et al.
[۴] Zhu
[۵] Golany
[۶] Joro
[۷] Halme et al.
[۸] Chiang and Tzeng
[۹] Yu et al.
[۱۰] Liu & Peng
[۱۱] Makuei et al.
[۱۲] Amiri et al.
[۱۳] Jafarian Moghadam & Gheisari

نام پژوهشگران و مرجع	خلاصه تحقیق انجام شده
جهانشاهلو و همکاران[۱] (۲۰۱۰)	طرح دو روش جهت رتبه‌بندی DMU. تعیین وزن‌های مشترک درروش اول استفاده از روش لیو و پنگ (۲۰۰۸) با در نظر گرفتن یک خط معیار و حداقل کردن فاصله واحدها با خط معیار و سپس محاسبه کارایی واحدها. در روش دوم تعیین وزن‌های مشترک با در نظر گرفتن یک خط ویژه. حداکثر سازی فاصله واحدهای بالای خط و حداقل سازی فاصله واحدهای پایین خط ویژه به‌عنوان اهداف مسئله.
صادقی مقدم و غریب[۲] (۲۰۱۳)	افزایش قدرت تفکیک‌پذیری در ارزیابی کارایی نواحی ۱۸ گانه مدیریتی شرکت توزیع نیروی برق فارس با استفاده از مدل تحلیل پوششی داده‌های فازی و اعمال محدودیت فازی برای کنترل اوزان و یافتن اوزان عمومی.
برزویی و زهره بندیان[۳] (۲۰۱۳)	ارائه مدلی با ورودی‌ها و خروجی‌های مجازی غیرخطی بر مبنای وزن‌های مشترک برای رتبه‌بندی DMU ها با استفاده از مدل برنامه‌ریزی سازشی برای محاسبه وزن‌های مشترک.
امرانی[۱] (۲۰۱۳)	گنجاندن عدم قطعیت در مدل وزن‌های مشترک و گسترش یک مدلDEA پایدار، برای محاسبه کارایی هر DMU و استفاده از برنامه‌ریزی آرمانی برای تعیین وزن‌های مشترک با هدف کمینه کردن مقدار انحراف از جواب ایده‌آل.
حاتمی ماربینی و همکاران[۲] (۲۰۱۵)	تنظیم اهداف و کاهش منابع متمرکز با استفاده از مدل تحلیل پوششی داده‌ها جهت تعیین وزن‌های مشترک.
وون و همکاران[۳] (۲۰۱۶)	ارائه یک مدل سه مرحله‌ای در راستای به‌کارگیری شبکه عصبی در تحلیل پوششی داده‌ها با قابلیت بهبود و آموزش هوشمند و در نظر گرفتن توابع هدف حداکثرسازی درآمدهای عملیاتی و حداقل‌سازی هزینه‌های عملیاتی.
همتی و عباسی[۴] (۲۰۱۶)	پیاده‌سازی دو روش وزن مشترك و TOPSIS به منظور رتبه‌بندی ۱۷ شعبه بانك در استان سمنان.
الداماک وذوالفقاری[۵] (۲۰۱۷)	بررسی ده روش مختلف جهت رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیری و سپس ارزیابی رتبه‌بندی‌های مختلف تولید شده توسط هر روش
امین و همکاران[۶] (۲۰۱۹)	ارائه یک روش تحلیل پوششی داده‌های معکوس (InvDEA) جهت اندازه‌گیری و مشخص کردن میزان ورودی‌ها و خروجی‌های واحدهای تصمیم‌گیری بر اساس میزان کارایی داده‌شده در صنعت بانکداری.
سلیمانی چمخرمی و همکاران[۷] (۲۰۲۰)	ارائه رتبه‌بندی مبتنی بر تحلیل پوششی معکوس و تعیین میزان افزایش ورودی موردنیاز از طریق افزایش خروجی‌های مورد ارزیابی و رتبه‌بندی واحدهای کارا توسط محاسبه این تغییرات.
سیلالاهی و همکاران[۸] (۲۰۲۰)	ادغام DEA و برنامه‌ریزی آرمانی با در نظر گرفتن دو معیار کمی و کیفی برای انتخاب تعدادی عرضه‌کننده. در این تحقیق ابتدا با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها کیفیت هرعرضه کننده مشخص و با برنامه‌ریزی آرمانی بهترین عرضه‌کننده مشخص و سپس یک رتبه‌بندی کمی برای عرضه‌کننده‌ها ارائه می‌شود.
مداحی و یزدانی نجف‌آبادی[۹] (۲۰۲۰)	تعریف سه مجموعه امکان تولید و تعیین عدد کارایی واحدها نظیر هر مجموعه و ترکیب اعداد کارایی سه روش با استفاده از آنتروپی شانون و تعریف یك معیار کارایی بر هر واحد به‌عنوان شاخص اصلی رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیری.

[۱] Jahanshahloo et al.

[۲] Sadeghi Moghdam & Gharib

[۳] Borzoei & Zohreh-bandian

بررسی‌های اولیه در این مقاله نشان می‌دهد که از یک‌سو در برخی از نمونه‌ها رویکردهای موجود جهت رفع مشکلات اساسی یادشده، از کارایی مناسبی در رتبه‌بندی *DMU*ها برخوردار نیستند و از سوی دیگر، به دلیل تنوع در نحوه رتبه‌بندی واحدها توسط روش‌های مختلف و یا حتی وجود جواب‌های بهینه دگرین، تصمیم‌گیرنده را در انتخاب این‌که چه نوع روشی برای رتبه‌بندی مناسب‌تر است، با چالش جدی مواجه می‌کند، چالشی که تاکنون به آن پرداخته نشده است؛ بنابراین در این مقاله، در گام نخست با معرفی و ارائه یك رویکرد فازی جدید به نام *F-GDEA* برای حل مدل‌های *DEA* آرمانی که به‌اختصار با *GDEA*[۱۰] نمایش می‌دهیم، قدرت تفکیک‌پذیری روش‌ها را در رتبه‌بندی *DMU*ها بهبود می‌بخشیم. در گام بعدی، یك رویکرد جدید تحت عنوان رویکرد تلفیقی فازی (*HF-GDEA*)[۱۱] به‌منظور تلفیق رتبه‌بندی مختلف و ارائه یك رتبه‌بندی جدید پیشنهاد می‌دهیم؛ به‌عبارت‌دیگر، با استفاده از این رویکرد تلفیقی، یك معیار کارایی جهت تعیین رتبه کارایی هر واحد معرفی و درنتیجه یک رتبه‌بندی جدید مبتنی بر رتبه‌بندی‌های مختلف ارائه می‌دهیم. بر اساس رتبه کارایی جدید تولیدشده، تصمیم‌گیرنده می‌تواند از بین رتبه‌بندی‌های مختلف به انتخاب کاراترین واحد بپردازد. ارائه چنین رویکردی، بیانگر بالا بودن میزان انعطاف‌پذیری و همچنین بالا بودن میزان کارآمدی رویکرد مبتنی بر منطق فازی در رتبه‌بندی واحدهای کارا می باشد. شایان‌ذکر است که جواب‌های بهینه مدل‌های *DEA* به‌کاررفته در این مقاله با نرم‌افزار *LINDO* محاسبه‌شده‌اند و تمام کدنویسی‌ها و محاسبات دیگر جهت پیاده‌سازی رویکردهای پیشنهادی در محیط نرم‌افزار *MATLAB* و با کامپیوتری با مشخصات *Intel(R) Core(TM) i5-2430M CPU @ 2.40GHz 2.40GHz* انجام شده است.

این مقاله به‌صورت زیر ساماندهی می‌شود: در بخش ۲ به مرور برخی از مدل‌های *GDEA* می‌پردازیم. در بخش ۳ با استفاده از مفاهیم منطق فازی، رویکرد *F-GDEA* را برای رتبه‌بندی *DEA*های با رتبه مشترك که مدل‌های مختلف *GDEA* قادر به تفکیک این واحدها از نظر میزان کارایی نیست، پیشنهاد می‌دهیم. در بخش ٤، رویکرد تلفیقی فازی *HF-GDEA* جهت تعیین یک رتبه‌بندی جدید بر اساس رتبه‌بندی‌های مدل‌های مختلف *GDEA* پیشنهاد و ارائه می‌شود و در بخش ۵ به بیان نتیجه‌گیری کلی پرداخته می‌شود.

۲- مدل DEA آرمانی (GDEA)

همان‌طور که اشاره شد مدل‌های *GDEA*، برای غلبه بر یکی از ضعف‌های اساسی مدل‌های کلاسیک و پایه‌ای *DEA* یعنی ضعف در قدرت تفکیک واحدهای کارا، پیشنهاد و مورداستفاده قرار گرفت. در ادامه به بیان و مطالعه برخی از مدل‌های *GDEA* که در این مقاله از آن‌ها به‌عنوان نمونه استفاده خواهد شد، می‌پردازیم.

در حالت کلی مدل کلاسیک *CCR* ورودی محور برای ارزیابی کارایی نسبی واحدها به‌صورت **مدل (۱)** ارائه می‌شود:

$$
\begin{aligned}
&\max Z_o = \sum_{r=1}^{s} u_r y_{ro} \\
&s.t. \\
&\sum_{i=1}^{m} v_i x_{i0} = 1, \qquad (۱) \\
&\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} \le 0 \qquad (j = 1,2,\ldots,N), \\
&u_r, v_i \ge 0 \qquad (r = 1,\ldots,s)(i = 1,\ldots,m).
\end{aligned}
$$

---

[۱] Omrani
[۲] Hatami-Marbini et al.
[۳] Kwon et al.
[٤] Hemati and Abbasi
[۵] Aldamak and Zolfaghari
[٦] Amin et al.
[۷] Soleimani-Chamkhorami et al.
[۸] Silalahi et al.
[۹] Maddahi and Yazdani
[۱۰] Goal Programming in DEA (GDEA)
[۱۱] Hybrid Fuzzy in GDEA (HF-GDEA)

که در آن Nتعداد واحدهای تحت بررسی، sتعداد خروجی‌ها $(r=1,2,...,s)$ ، m تعداد ورودی‌ها، y_{rj} مقدار r امین خروجی برای j امین واحد، x_{ij} مقدار ورودی i ام برای j امین واحد، u_r وزن تخصیص یافته به r امین خروجی و v_i وزن داده شده به i امین ورودی است. مقدار بهینه $Z_o^* \in (0,1]$ کارایی نسبی واحد تحت بررسی را بیان می‌کند که اگر مقدار بهینه **مدل (۱)** متناظر با این واحد، یك باشد (یعنی $Z_o^*=1$) گوییم واحد تحت بررسی کارا و در غیر این صورت این واحد را ناکارا گوییم.

شایان ذکر است که در مباحث برنامه‌ریزی آرمانی علاوه بر متغیرهای معمول، متغیرهای دیگری با عنوان متغیرهای انحراف از آرمان نیز تعریف می‌شود. این متغیرها بیانگر سطح اختلاف بین میزان آرمان تعیین شده و مقدار بدست آمده می‌باشد.

در ادامه به‌منظور بیان و تشریح رویکرد فازی *F-GDEA*، برای نمونه سه مدل مختلف از مدل‌های رایج *GDEA* که در مراجع مختلف مورد استفاده قرار گرفته‌اند و دارای ماهیت عملکردی یکسانی هستند را بیان و عملکرد آن‌ها را در رتبه‌بندی*DMU*ها مورد بررسی قرار می‌دهیم. رویکرد کمینه کردن متغیر انحراف از آرمان (رویکرد ۱)، رویکرد کمینه کردن مجموع متغیرهای انحراف از آرمان یا *Min-Sum* (رویکرد ۲) و رویکرد کمینه کردن حداکثر میزان انحراف از آرمان یا *Min-Max* (رویکرد ۳)، سه مدل مورد استفاده در این مقاله می‌باشند.

۱-۲- مدل GDEA با رویکرد ۱

مدل کلاسیک (۱) را می‌توان به صورت یک مدل برنامه‌ریزی آرمانی*DEA* با هدف کمینه کردن متغیر انحرافی متناظر با واحد تحت بررسی در **مدل (۲)** ارائه کرد.

$$
\begin{aligned}
&\min d_o \\
&s.t. \\
&\sum_{i=1}^{m} v_i x_{io} = 1, \\
&\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} + d_j = 0 \qquad (j=1,2,\ldots,N), \\
&u_r, v_i, d_j \geq 0 \qquad (r=1,\ldots,s),(i=1,\ldots,m),(j=1,2,\ldots,N).
\end{aligned}
\qquad \textbf{(۲)}
$$

که در آن d_o و d_j به ترتیب متغیرهای انحراف از آرمان واحد تحت بررسی DMU_o و واحد $j-$ام $(j=1,...,n)$ تعریف می‌شوند. در **مدل (۲)**، واحد تحت بررسی وقتی کارا است که در جواب بهینه داشته باشیم $d_o^*=0$. امتیاز کارایی هر واحد تحت بررسی برابر با $Z_o^*=1-d_o^*$ تعریف می‌شود. مقدار $d_o^* \in [0,1)$ اندازه ناکارایی را بیان می‌کند. هر چه کمیت d_o^* کمتر باشد، میزان ناکارایی واحد تحت بررسی کمتر و لذا کارایی آن بیشتر می‌شود.

در این بخش، **مدل (۲)** را بر روی ۹ واحد تصمیم‌گیری $DMU_i \ (i=1,...,9)$ که اطلاعات مربوط به ورودی و خروجی‌های هر واحد را پیاده‌سازی می‌کنیم (**جدول ۲** ملاحظه شود).

جدول ۲- اطلاعات مربوط به ورودی و خروجی‌های ۹ واحد تصمیم‌گیری.
Table 2- Information about the inputs and outputs of 9 decision units.

نام واحد	ورودی ۱	ورودی ۲	ورودی ۳	ورودی ۴	خروجی ۱	خروجی ۲	خروجی ۳
DMU_1	51.62	11.23	49.22	33.52	40.49	14.89	3166.76
DMU_2	85.78	123.98	55.13	108.46	43.51	173.93	6.45
DMU_3	66.65	104.18	257.09	13.65	139.74	115.96	0
DMU_4	27.87	107.6	14	146.43	25.47	131.79	0
DMU_5	51.28	117.51	32.07	84.5	46.2	144.99	0
DMU_6	36.05	193.32	59.52	8.23	46.88	190.77	822.92
DMU_7	25.83	105.8	9.51	227.2	19.4	120.09	0
DMU_8	123.02	82.44	87.35	98.8	43.33	125.84	404.69
DMU_9	61.95	99.77	33	86.37	45.53	79.6	1252.62

با در نظر گرفتن داده‌های **جدول ۲**، جواب بهینه حاصل از اعمال **مدل (۲)** متناظر با هر *DMU*، در **جدول ۳** آورده شده است. در این جدول با توجه به مقادیر Z_o^* ، ملاحظه می‌شود که تمام واحدها کارا هستند و به صورت مشترک رتبه یک را به خود اختصاص داده‌اند.

بررسی دقیق‌تر نتایج نشان می‌دهد که از یك سو، چون قدرت تفکیک‌پذیری واحدهای کارا توسط یك روش به‌عنوان یک معیار سنجش جهت ارزیابی عملکرد آن روش در نظر گرفته می‌شود و از سوی دیگر، با توجه به این‌که در رویکرد ۱، ارزیابی کارایی واحد تحت بررسی DMU_o ، صرفاً با مقدار متغیر d_o^* سنجیده می‌شود (یعنی $Z_o^* = 1 - d_o^*$) بنابراین می‌توان گفت که ضعف در تفکیك‌پذیری واحدها در رویکرد ۱ می‌تواند به دلیل عدم استفاده از سایر مقادیر d_j^* $(j \neq o)$ در ارزیابی واحد DMU_o وابسته باشد؛ بنابراین، در رویکرد جدید ارائه شده در بخش ۳ شرایطی فراهم می‌کنیم تا با استفاده مطلوب‌تر از مقادیر بهینه d_j^* عملکرد این رویکرد را بهبود بخشیم.

جدول ۳- جواب بهینه حاصل از حل مدل‌های ریاضی متناظر با ۹ واحد تصمیم‌گیری با استفاده از رویکرد ۱.
Table 3- The optimal solution obtained from solving mathematical models corresponding to 9 decision units using approach 1.

واحد تحت بررسی	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7	d_8	d_9	v_1	v_2	v_3	v_4	u_1	u_2	u_3	Z_o^*
DMU_1	0	1.65	1.29	.53	.99	.43	.5	2.25	.8	.19	0	0	0	0	0	.31	1
DMU_2	.1	0	.16	0	.43	.23	.5	.97	.33	.23	.64	0	0	0	.57	0	1
DMU_3	.98	.26	0	0	.13	0	.24	.53	.75	.5	0	.25	.39	.71	0	0	1
DMU_4	1.82	1.8	2.34	0	.76	0	.26	3.55	1.62	.34	0	.37	0	0	.75	0	1
DMU_5	.2	.35	.1	0	0	0	.14	.22	.38	.4	.6	0	.1	0	.68	0	1
DMU_6	0	0	.89	0	.6	0	.94	.13	.22	.27	.46	0	.61	0	.5	.44	1
DMU_7	2.02	1.98	2.76	0	.84	.35	0	3.92	1.78	.36	0	.49	0	0	.83	0	1
DMU_8	0	0	.23	.88	.11	.48	.15	0	.44	.13	.1	0	0	0	.78	.2	1
DMU_9	0	.65	1.13	0	0	.83	.83	1.34	0	.87	0	.12	.5	.19	0	.96	1

۲-۲- مدل GDEA با رویکرد ۲

یکی دیگر از مدل‌های برنامه‌ریزی آرمانی، مدلی است که مجموع متغیرهای انحراف از آرمان را به حداقل می‌رساند. این مدل را رویکرد Min-Sum می‌نامند و فرم کلی این مدل به‌صورت **مدل (۳)** است.

$$\begin{aligned}
&\min \ Z = \sum_{j=1}^{N} d_j \\
&s.t. \\
&\sum_{i=1}^{m} v_i x_{io} = 1, \\
&\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} + d_j = 0 \qquad (j = 1,2,\ldots,N), \\
&u_r, v_i, d_j \geq 0 \qquad (r = 1,\ldots,s), (i = 1,\ldots,m), (j = 1,2,\ldots,N).
\end{aligned} \qquad (۳)$$

تعریف نمادهای به کار رفته در این مدل مشابه با نمادهای **مدل (۲)** می‌باشد. همچنین میزان کارایی واحد تحت بررسی DMU_o نیز مشابه قبل برابر با $Z_o^* = 1 - d_o^*$ است. در این بخش عملکرد مدل*GDEA* با هدف *Min-Sum* (که این مدل را با رویکرد ۲ نمایش می‌دهیم) را برای رتبه‌بندی ۹ واحد تصمیم‌گیری **جدول ۲**، بررسی می‌کنیم.

در **جدول ٤**، جواب بهینه حاصل از حل مدل (۳) برای هر یک از ۹ واحد تصمیم‌گیری آورده شده است. با توجه به نتایج **جدول ٤**، ملاحظه می‌شود که پنج واحد DMU_1 ، DMU_2 ، DMU_3 ، DMU_4 و DMU_5 دارای رتبه‌ی کارایی یک و واحدهای DMU_7 ، DMU_8 ، DMU_9 و DMU_6 به ترتیب رتبه‌های دوم، سوم، چهارم و پنجم را به خود اختصاص داده‌اند. بر اساس نتایج این جدول، مشاهده می‌شود که علی‌رغم افزایش قدرت تفکیک‌پذیری رویکرد ۲ در مقایسه با رویکرد ۱، ولی همچنان در تفکیک‌پذیری کامل واحدهای تصمیم‌گیری دارای ضعف می‌باشد. در این رویکرد، هرچند سعی شده است از نقش تمام متغیرهای انحرافی d_j در تعیین کارایی واحدها استفاده شود، ولی در نهایت برای محاسبه میزان کارایی هر واحد تنها از مقدار متغیر انحرافی نظیر آن واحد یعنی Z_o^* استفاده شده است.

جدول ٤- جواب بهینه حاصل از حل مدل‌های ریاضی متناظر با ۹ واحد تصمیم‌گیری با رویکرد ۲.

Table 4- The optimal solution obtained by solving mathematical models corresponding to 9 decision-making units with approach 2.

واحد تحت بررسی	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7	d_8	d_9	v_1	v_2	v_3	v_4	u_1	u_2	u_3	Z_o^*
DMU_1	0	.64	0	0	0	0	.69	.29	.66	.11	.55	.76	.9	.2	0	.58	1
DMU_2	0	0	0	0	0	.4	.97	.13	.25	.31	.54	0	.53	.1	.54	.36	1
DMU_3	0	0	0	0	0	.21	.57	.92	.23	.22	.61	.81	0	.3	.49	.92	1
DMU_4	0	0	0	0	0	.53	.13	.18	.33	.42	.72	0	.71	.13	.73	.49	1
DMU_5	0	0	0	0	0	.47	.11	.16	.29	.37	.64	0	.63	.12	.65	.43	1
DMU_6	0	0	0	0	0	.34	.83	.11	.21	.26	.46	0	.46	.89	.47	.31	.66
DMU_7	0	0	0	.23	0	0	.17	.16	.3	.36	.63	0	1	.1	.67	.48	.83
DMU_8	0	.16	0	0	0	0	.11	.18	.27	.38	.55	0	.69	.11	.59	.47	.82
DMU_9	0	0	0	0	0	.51	.12	.17	.32	.4	.69	0	.68	.83	.7	.47	.68

۳-۲- مدل GDEA با رویکرد ۳

در سال ۱۹۹٦، استوارت در با پیشنهاد یك مدل *Min-Max* (که در اینجا با رویکرد ۳ نمایش می‌دهیم)، متغیرهای انحراف از آرمان را با کران بالای M کراندار نمود. برای این منظور، محدودیت $d_j \leq M \ (j = 1,2,\ldots,N)$ را با هدف کمینه‌سازی M، در مدل لحاظ و **مدل (٤)** را معرفی نمود.

$$\begin{aligned}
&\min \ M \\
&s.t. \\
&\sum_{i=1}^{m} v_i x_{io} = 1, \\
&\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} + d_j = 0 \qquad (j = 1,2,\ldots,N), \\
&M - d_j \geq 0 \qquad (j = 1,2,\ldots,N), \\
&u_r, v_i, d_j \geq 0 \qquad (r = 1,\ldots,s), (i = 1,\ldots,m), (j = 1,2,\ldots,N).
\end{aligned} \qquad (۴)$$

متغیر نامنفی M در این مدل، برابر با حداکثر میزان انحراف از آرمان می‌باشد؛ بنابراین با کمینه کردن این متغیر، مقدار متغیرهای انحراف از آرمان هر واحد نیز کمینه می‌شوند. لازم به ذکر است که در این مدل نیز مشابه با رویکردهای ۱ و ۲ میزان کارایی واحد تحت بررسی DMU_o از رابطه $Z_o^* = 1 - d_o^*$ به دست می‌آید.

در ادامه به منظور بررسی عملکرد رویکرد ۳ و نیز مقایسه آن با رویکردهای ۱ و ۲، به اعمال این رویکرد بر روی ۹ واحد تصمیم‌گیری DMU_i $(i = 1,\ldots,9)$، با ورودی‌ها و خروجی‌هایی که در **جدول ۲** آورده شده است، می‌پردازیم. با بازنویسی **مدل (٤)** برای ۹ واحد تصمیم‌گیری و تعیین جواب بهینه برای هر یك از ۹ واحد تحت ارزیابی (**جدول ۵** ملاحظه شود)، مشاهده می‌شود که دو واحد DMU_1 و DMU_5 دارای رتبه‌ی کارایی یک و واحدهای DMU_3، DMU_6 و DMU_8 دارای رتبه‌های دوم تا چهارم و واحدهای DMU_7 و DMU_9 به‌طور مشترک رتبه‌ی پنجم و واحد DMU_2 رتبه‌ی ششم و واحد DMU_4 رتبه‌ی هفتم را به خود اختصاص داده‌اند.

جدول ۵- جواب بهینه حاصل از حل مدل‌های ریاضی متناظر با ۹ واحد تصمیم‌گیری با رویکرد ۳.

Table 5- The optimal solution obtained by solving mathematical models corresponding to 9 decision-making units with the approach 3.

واحد تحت بررسی	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7	d_8	d_9	v_1	v_2	v_3	v_4	u_1	u_2	u_3	M	$Z_o^* = 1 - d_o^*$
DMU_1	0	.21	.62	.23	0	.62	.62	.62	.62	.48	.16	.96	.25	.17	.13	.31	.62	1
DMU_2	0	.65	.18	.71	0	.18	.18	.18	.18	.14	.5	.29	.76	.52	.4	.94	.18	.35
DMU_3	0	.46	.13	.51	0	.13	.13	.13	.13	.1	.36	.21	.55	.37	.29	.68	.13	.87
DMU_4	0	.87	.25	.96	0	.25	.25	.25	.25	.19	.68	.39	.1	.7	.54	.12	.25	.04
DMU_5	0	.78	.22	.86	0	.22	.22	.22	.22	.17	.61	.35	.92	.62	.48	.11	.22	1
DMU_6	0	.53	.15	.59	0	.15	.15	.15	.15	.11	.41	.244	.62	.42	.33	.77	.15	.85
DMU_7	0	.83	.24	.92	0	.24	.24	.24	.24	.18	.63	.37	.98	.67	.52	.12	.24	.76
DMU_8	0	.7	.2	.77	0	.2	.2	.2	.2	.15	.54	.31	.82	.56	.43	.1	.2	.8
DMU_9	0	.85	.24	.94	0	.24	.24	.24	.24	.19	.66	.38	.1	.65	.53	.12	.24	.76

نکته حائز اهمیت این است که هرچند هیچ اثبات علمی در خصوص برتری یک مدل نسبت به مدل‌های دیگر وجود ندارد، ولی نتایج عددی تحقیقات مختلف نشان می‌دهند که قدرت تمایز رویکردهای ۲ و ۳ در تعیین کارایی واحدها نسبت به رویکرد ۱ بیشتر می‌باشد. در نتیجه این دو رویکرد، معیارهای بهتری جهت رتبه‌بندی واحدها ارائه می‌دهند و لذا از قدرت تفکیک‌پذیری بالاتری برخوردار هستند. دلیل چنین رخدادی را می‌توان به خاطر استفاده از تمام متغیرهای انحراف از آرمان واحدها در بهینه‌سازی این مدل‌ها نسبت به **مدل (۲)** عنوان کرد؛ به‌عبارت‌دیگر، بهینه‌سازی تابع هدف **مدل (۲)** فقط به متغیر d_o وابسته است درصورتی‌که در **مدل‌های (۳)** و یا **(۴)** نقش متغیرهای انحراف از آرمان تمام واحدها در بهینه‌سازی تابع هدف این مدل‌ها نسبت به **مدل (۲)** مشهودتر است و این یعنی استفاده دقیق‌تر از اطلاعات داده‌ای مسئله در رتبه‌بندی *DMU*ها، عاملی که انگیزه اصلی در ارائه رویکرد پیشنهادشده در این مقاله می‌باشد. شایان‌ذکر است که علی‌رغم برتری **مدل‌های (۳)** و یا **(٤)** نسبت به **مدل (۲)** در تفکیک‌پذیری *DMU*ها، ولی می‌توان نمونه‌هایی را یافت که این مدل‌ها نیز در تفکیک‌پذیری واحدها ازنظر کارایی عملاً ناتوان هستند. لذا در بخش ۳، در محاسبه کارایی واحدها با استفاده از *DEA*، رویکرد جدیدی مبتنی بر مفاهیم فازی ارائه خواهد شد که صرف‌نظر از نوع مدل به‌کاررفته، میزان تفکیک‌پذیری واحدها توسط آن مدل را به نحو چشمگیری بهبود می‌دهد؛ به‌عبارت‌دیگر، این رویکرد پیشنهادی را می‌توان به‌عنوان یک رویکرد اصلاحی در نظر گرفت که با استفاده از نتایج رتبه‌بندی یک مدل *GDEA* به رتبه‌بندی مجدد *DMU*هایی می‌پردازد که دارای رتبه کارایی یکسان هستند.

۳- معرفی رویکرد فازی در مدل GDEA (F-GDEA)

بر اساس نتایج عددی نشان داده شده در بخش ۲، رویکردهای *GDEA* در برخی از نمونه‌ها از کارایی مناسبی جهت رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیری برخوردار نیستند؛ بنابراین به‌منظور رفع این مشکل، در این بخش با استفاده از مفاهیم منطق فازی به بیان رویکرد جدید *F-*

GDEA برای حل مدل‌های *GDEA* می‌پردازیم. با استفاده از این رویکرد نشان می‌دهیم که قدرت تفکیک‌پذیری مدل‌های مورداستفاده در رتبه‌بندی *DMU*ها با استفاده از این رویکرد پیشنهادی بهبود می‌یابند.

رویکرد منطق فازی در سال ۲۰۱۷ برای مسئله فروشندگان دوره‌گرد چندهدفه (*MTSP*)[۱] توسط تریگو[۲] و همکاران مطرح و استفاده شد. آن‌ها در این رویکرد با استفاده از متغیرهای زبانی و تعریف قوانین فازی و همچنین استفاده از استلزام فازی جهت ترکیب قوانین فازی، یک مقدار قطعیت به هر بردار مقادیر تابع هدف (z_1, z_2) در یک مسئله بهینه‌سازی دوهدفه اختصاص دادند و با بهره‌گیری از این مقادیر قطعیت به مقایسه مجموعه بردارهای مقادیر توابع هدف پرداختند.

در این بخش نیز سعی می‌شود با الهام از رویکرد اشاره شده برای مساله *MTSP* چندهدفه، رویکرد جدید *F-GDEA* را برای رتبه‌بندی *DMU*های با رتبه مشترک که مبتنی بر نتایج حاصل از مدل‌های *GDEA* است، معرفی و ارائه دهیم. برای این منظور، تأثیر عملکرد این رویکرد پیشنهادی را بر روی مدل‌های *GDEA* که در بخش ۲ بیان شدند را در اینجا موردمطالعه قرار می‌دهیم.

۱-۳- F-GDEA با رویکرد ۱

با توجه به ماهیت مدل کمینه‌سازی متغیر انحرافی، در این روش رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیری صرفاً بر اساس مقدار کمی متغیر انحراف از آرمان مربوط به آن واحد تصمیم‌گیری صورت می‌پذیرد و از اطلاعات متغیرهای انحرافی دیگر به‌دست‌آمده متناظر با محاسبات آن واحد به‌صورت مستقیم استفاده‌ای نمی‌شود. به‌عنوان مثال با توجه به **جدول ۳**، ملاحظه می‌شود که در رتبه‌بندی واحد DMU_1 از مقادیر $d_2, ..., d_9$ در سطر متناظر با DMU_1 (به صورت مستقیم) هیچ استفاده‌ای نشده است و رتبه‌بندی صرفاً بر اساس مقدار کمی d_1 انجام شده است؛ بنابراین در ادامه سعی می‌شود تا با استفاده از رویکرد *F-GDEA* زمینه لازم برای استفاده از تمام مقادیر متغیرهای انحرافی متناظر با هر واحد تصمیم‌گیری در رتبه‌بندی آن واحد بیش از پیش فراهم شود. برای رسیدن به این مهم، در خصوص نحوه پیاده‌سازی رویکرد منطق فازی که در مسئله چندهدفه *MTSP* مورد استفاده قرار گرفت، با تعریف دو متغیر زبانی «کم و زیاد[۳]»، ضروری است ابتدا یک کران بالا و یک کران پایین برای نمودارهای فازی متناظر با متغیرهای زبانی تعیین شود.

در این مقاله با توجه به این‌که این متغیرهای زبانی متناظر با متغیرهای انحراف از آرمان تعریف می‌شوند، لذا این کران‌ها را می‌توان با در نظر گرفتن کمترین و بیشترین مقادیر متغیرهای انحرافی به‌دست‌آمده در کل واحدها انتخاب کرد.

با توجه به نتایج رویکرد ۱ (**جدول ۳**) کمترین مقدار متغیر انحرافی d_j (عدد صفر) را به‌عنوان کران پایین و بیشترین مقدار متغیر انحرافی d_j (یعنی عدد ۳٫۹۲) را به‌عنوان کران بالای متغیرهای زبانی در این رویکرد در نظر می‌گیریم. همچنین بر اساس فرایند رویکرد فازی قبل از پیاده‌سازی این رویکرد لازم است تا قوانین فازی موردنیاز جهت رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیری مشخص و تعیین شوند. نکته اساسی در تعریف قوانین فازی متناظر با رویکردهای ۱، ۲ و ۳ را می‌توان به این صورت بیان کرد که در **مدل‌های ۲، ۳ و ٤** در بهینگی به دنبال کمینه‌کردن متغیرهای انحراف از آرمان متناظر با واحد تحت بررسی برای افزایش میزان کارایی آن واحد می‌باشند؛ به‌عبارت‌دیگر، با توجه به **جدول‌های** بهینه **۳، ٤** و یا **۵** به ترتیب متناظر با رویکردهای ۱، ۲ و ۳ مشاهده می‌شود واحد تحت بررسی وقتی کاراست که متغیر انحراف از آرمان متناظر با آن واحد در مقایسه با متغیرهای انحراف از آرمان دیگر واحدها کمترین باشد (هر چه مقدار متغیر d_o به صفر نزدیک‌تر باشد، آن واحد کاراتر خواهد بود). بر این اساس قانون فازی برای ارزیابی کارایی یك واحد کارا را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم.

قانون فازی- درصورتی‌که مقدار متغیر d_o متناظر با واحد تحت بررسی DMU_o در مقایسه با تمام مقادیر d_j "کم" باشند آنگاه کارایی واحد تحت بررسی بالاتر خواهد بود. در غیر این صورت اگر مقدار متغیر d_o در مقایسه با حداقل یکی از متغیرهای d_j زیاد باشد آنگاه

[۱] Multiple traveling salesman problem (MTSP)
[۲] Trigui
[۳] Low and High

کارایی واحد تحت بررسی پایین‌تر خواهد بود. در **جدول ۶**، به‌عنوان نمونه قوانین فازی مربوط به ارزیابی واحد تصمیم‌گیری DMU_1 اشاره شده است.

جدول ۶- قوانین فازی متناظر با ارزیابی واحد تحت بررسی DMU_1 (N=3).

Table 6- Fuzzy rules corresponding to the evaluation of the unit under study DMU_1 (N=3).

شماره قانون	مقدار d_1 در مقایسه با مقدار d_2	مقدار d_1 در مقایسه با مقدار d_3	کارایی DMU_1
1	کم	کم	بالا
2	کم	زیاد	پایین
3	زیاد	کم	پایین
4	زیاد	زیاد	پایین

همان‌طور که مشاهده می‌شود تعداد قوانین فازی با افزایش تعداد متغیرهای زبانی و افزایش تعداد توابع هدف مسئله به‌صورت نمایی افزایش می‌یابد؛ به‌عبارت‌دیگر، تعداد قوانین فازی موردنیاز برای حل یك مسئله بهینه‌سازی N هدفه و k متغیر زبانی برابر با k^{N-1} می‌باشد. در نتیجه با اختصاص دو مقدار زبانی "کم" و "زیاد" به ازای متغیرهای انحراف از آرمان متناظر با ۹ واحد تصمیم‌گیری، 2^8 قانون فازی را می‌توان در نظر گرفت؛ بنابراین با ثابت بودن تعداد متغیرهای زبانی و افزایش تعداد متغیرهای انحراف از آرمان، تعداد قوانین فازی به صورت نمایی افزایش می‌یابد که این عامل در میزان زمان محاسباتی موردنیاز در مرحله فازی‌زدایی تأثیرگذار می‌باشد (**رابطه (۵)** ملاحظه شود). با توجه به این‌که هدف اصلی این مقاله بیان رویکرد منطق فازی برای رتبه‌بندی واحدهای با رتبه مشترك می‌باشد، لذا بررسی میزان تأثیرپذیری عامل تعداد متغیرهای زبانی بر عملکرد رویکرد فازی می‌تواند به‌عنوان یك کار تحقیقاتی جدید مطرح شود.

شایان‌ذکر است که در این مقاله مشابه با از نتیجه استلزام ممدانی به‌صورت زیر استفاده می‌کنیم:

$$\mu(a,b) = \min\ \left(\mu_A(a), \mu_B(b)\right),$$

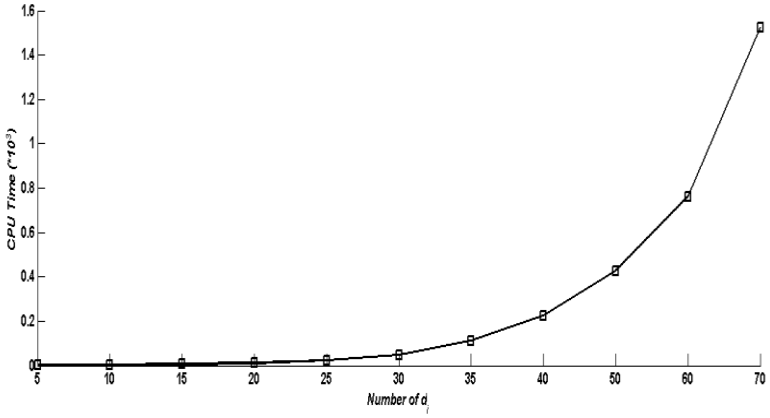
که در آن a و b متغیرهای زبانی متناظر با مجموعه‌های فازی A و B و $\mu_A(.)$,$\mu_B(.)$ مقدار تابع عضویت متناظر با مجموعه‌های فازی A و B می‌باشند و میانگین وزنی که در رابطه (۵) آورده شده است، به ترتیب برای استلزام فازی و فازی‌زدایی استفاده می‌شود. در این رابطه $\alpha_{W_o^*}$ را مقدار قطعیت متناظر با بردار N-تایی از مقادیر بهینه یعنی بردار W_o^* در یک مسئله بهینه‌سازی $N-$ هدفه می‌نامیم،

$$\alpha_{W_o^*} = \frac{\sum_{i=1}^{2^{N-1}} w_i \times \mu(w_i)}{\sum_{i=1}^{2^{N-1}} \mu(w_i)}, \qquad (۵)$$

که در آن $\mu(w_i)$ مقدار تابع عضویت قانون فازی i-ام و w_i مقدار خروجی متناظر با قانون فازی i-ام با در نظر گرفتن بردار ورودی W_o^* می‌باشد.

در تحلیل پوششی داده‌ها، با در نظر گرفتن بردار بهینه $W_o^* = \left(d_1^*, ..., d_N^*\right)$ شامل مقادیر بهینه متغیرهای $d_j^*\ (j = 1, ..., N)$ حاصل از ارزیابی واحد تحت بررسی DMU_o ، کمیت α_o را که در این مقاله میزان قطعیت نظیر DMU_o می‌نامیم، به‌عنوان معیاری جهت تعیین رتبه این واحد مورداستفاده قرار می‌دهیم؛ به‌عبارت‌دیگر، معیار «هر چه مقدار α_j متناظر با واحد تصمیم‌گیری DMU_j کمتر باشد رتبه کارایی آن واحد بالاتر است» را برای رتبه‌بندی واحدها از نظر میزان کارایی در نظر می‌گیریم.

قبل از پیاده‌سازی رویکرد فازی، در **شکل ۱**، تأثیر تعداد متغیرهای انحراف از آرمان بر زمان محاسباتی متناظر با محاسبه میزان قطعیت در مرحله فازی‌زدایی نشان داده شده است. محور افقی بیانگر تعداد متغیرهای انحراف از آرمان و محور عمودی بیانگر زمان پردازش سیستم (برحسب ثانیه) می‌باشد.



شکل ۱- زمان محاسباتی مربوط به مرحله فازی‌زدایی در رویکرد منطق فازی با دو متغیر زبانی.

Figure 1- Computational time related to the fuzzy phase in the fuzzy logic approach with two linguistic variables.

با توجه به **شکل ۱**، مشاهده می‌شود که هرچند با افزایش تعداد متغیرهای انحراف از آرمان، زمان پردازش سیستم به‌صورت نمایی افزایش می‌یابد، ولی با توجه به زمان پردازش نه‌چندان بالا (زمان پردازش لازم برای محاسبه مقادیر قطعیت یا مرحله فازی‌زدایی برای ۷۰ واحد تصمیم‌گیری برابر با 1.52×10^{3} ثانیه می‌باشد) و همچنین وجود کامپیوترهای پیشرفته، رشد نمایی زمان محاسباتی متناظر با مرحله فازی‌زدایی مانع جدی در استفاده از رویکرد منطق فازی در دنیای واقعی نمی‌شود.

اکنون با توجه به مقادیر قطعیت α_j متناظر با DMU_j $(j=1,...,9)$ به‌دست‌آمده، رتبه‌بندی ۹ واحد تصمیم‌گیری با رویکرد *F-GDEA* برحسب این مقادیر قطعیت که به‌صورت صعودی مرتب‌شده‌اند، در **جدول ۷** آورده شده‌اند. شایان‌ذکر است که در رویکرد ۱ تمام ۹ واحد تصمیم‌گیری دارای رتبه کارایی یک هستند.

جدول ۷- عملکرد رویکرد F-GDEA در رتبه‌بندی ۹ واحد تصمیم‌گیری.

Table 7- Performance of the F-GDEA approach in ranking 9 decision units.

عدد رتبه	واحدهای تصمیم‌گیری‌میزان قطعیت به ترتیب صعودی	
1	$\alpha_5 = 0.25$	DMU_5
2	$\alpha_2 = 0.27$	DMU_2
3	$\alpha_8 = 0.33$	DMU_8
4	$\alpha_3 = 0.36$	DMU_3
5	$\alpha_6 = 0.49$	DMU_6
6	$\alpha_1 = 0.62$	DMU_1
7	$\alpha_9 = 0.64$	DMU_9
8	$\alpha_7 = 1.27$	DMU_7
9	$\alpha_4 = 1.97$	DMU_4

با توجه به نتایج **جدول ۷**، مشاهده می‌شود که استفاده از رویکرد *F-GDEA* در نتایج حاصل از رویکرد ۱، باعث افزایش قدرت تفکیک پذیری این مدل در رتبه‌بندی ۹ واحد کارا می‌شود؛ به‌عبارت‌دیگر، در این مثال مشاهده می‌شود که رویکرد ۱، به‌تنهایی قادر به رتبه‌بندی هیچ یک از واحدهای کارا نیست و در آن رتبه تمام واحدها یک لحاظ شده است که می‌تواند یک ضعف بزرگ در استفاده از این مدل باشد. درصورتی‌که استفاده از رویکرد فازی، توانایی رویکرد ۱ را در تفکیک‌پذیری واحدهای کارای با رتبه مشترک را تا حد امکان افزایش می‌دهد.

با توجه به اینکه مصالح محاسبه دقیق مقادیر کران‌های بالا و پایین متناظر با متغیرهای زبانی جهت پیاده‌سازی رویکرد فازی در حل مصالح فروشندگان دوره‌گرد چندهدفه، در زمره مسائل *NP*-سخت قرار می‌گیرد، بنابراین محاسبه مقادیر تقریبی این کران‌ها با استفاده از روش‌های (فرا) ابتکاری صورت می‌پذیرد. در این مقاله با توجه به تعریف قوانین فازی مبتنی بر مقادیر انحراف از آرمان، مشکل تعیین کران‌های بالا و پایین جهت استفاده از رویکرد فازی در رتبه‌بندی واحدهای *DEA* به‌طورکلی مرتفع شده است.

در ادامه، به‌طور مشابه عملکرد رویکرد *F-GDEA* را با در نظر گرفتن دو رویکرد دیگر یعنی رویکردهای ۲ و ۳، برای رتبه‌بندی واحدهای با رتبه مشترک بررسی می‌کنیم.

۳-۲- F-GDEA با رویکرد ۲

در این قسمت، رویکرد *F-GDEA* را بر روی نتایج **جدول ٤** مربوط به متغیرهای انحرافی متناظر با پنج واحد DMU_i $(i=1,...,5)$ با رتبه کارایی مشترک یک اعمال می‌کنیم. برای این منظور، مشابه با زیر بخش ۳-۱، کمترین و بیشترین مقادیر متغیرهای انحراف از آرمان به‌دست‌آمده در **جدول ٤** را به ترتیب به‌عنوان کران پایین و کران بالای متناظر با متغیرهای زبانی "کم‌وزیاد"، در نظر می‌گیریم. براین اساس، مقادیر کران‌های بالا و پایین به ترتیب برابر با ۱٫۲۹ و صفر می‌باشند. نتایج مربوط به محاسبه مقادیر قطعیت α_i متناظر با واحد DMU_i $(i=1,...,5)$ و عدد رتبه متناظر هر واحد با استفاده از رویکرد *F-GDEA* (با در نظر گرفتن ترتیب صعودی مقادیر قطعیت) در **جدول ۸** آورده شده است.

جدول ۸- عملکرد F-GDEA و محاسبه مقادیر قطعیت متناظر با ۵ واحد با رتبه کارایی مشترک در رویکرد ۲.
Table 8- F-GDEA performance and calculation of certainty values corresponding to 5 units with common performance rating in approach 2.

مقادیر قطعیت	$\alpha_1 = 0.66$	$\alpha_3 = 0.41$	$\alpha_2 = 0.38$	$\alpha_4 = 0.31$	$\alpha_5 = 0.29$
رتبه کارایی با F-GDEA	5	4	3	2	1

با در نظر گرفتن ترتیب صعودی مقادیر قطعیت به‌دست‌آمده (**جدول ۸**)، پنج واحد DMU_5 ، DMU_4 ، DMU_2 ، DMU_3 و DMU_1 به ترتیب دارای رتبه‌های اول تا پنجم می‌باشند. این نتایج نیز نشان می‌دهد که رویکرد پیشنهادی فازی در مواردی که رویکرد ۲ از رتبه‌بندی واحدهای کارا باز می‌ماند، می‌تواند راهکاری مناسب جهت تعیین رتبه‌بندی واحدهای با رتبه یکسان باشد.

۳-۳- F-GDEA با رویکرد ۳

در این قسمت به‌منظور درک بهتر از نحوه عملکرد رویکرد *F-GDEA*، به بررسی عملکرد این رویکرد فازی بر روی نتایج حاصل از اعمال رویکرد ۳ که بر روی ۹ واحد تصمیم‌گیری DMU_i $(i=1,...,9)$ ، با ورودی‌ها و خروجی های **جدول ۲** می‌پردازیم. با توجه به نتایج حاصل از **جدول ۵**، ملاحظه می‌شود که دو واحد DMU_1 و DMU_5 دارای رتبه کارایی یک و واحدهای DMU_3 ، DMU_6 و DMU_8 دارای رتبه‌های دوم تا چهارم و واحد DMU_7 و DMU_9 به طور مشترک رتبه پنجم و واحد DMU_2 رتبه‌ی ششم و واحد DMU_4 رتبه هفتم را به خود اختصاص داده‌اند؛ بنابراین، در اینجا رویکرد فازی را بر روی *DMU*های با رتبه مشترک، اعمال می‌کنیم. مقادیر قطعیت بدست آمده حاصل از پیاده سازی رویکرد *F-GDEA* برای واحدهای با رتبه مشترک به صورت **جدول ۹** می‌باشند.

جدول ۹- عملکرد F-GDEA و محاسبه مقادیر قطعیت متناظر با واحدهای تصمیم‌گیری با رتبه مشترک در رویکرد ۳.
Table 9- F-GDEA performance and calculation of certainty values corresponding to decision units with a common rank in the approach 3.

واحدهای با رتبه مشترک	**رتبه حاصل از رویکرد ۳**	**مقادیر قطعیت هر واحد**
DMU_1 و DMU_5	1	$\alpha_1 = 0.37, \alpha_5 = 0.28$
DMU_7, DMU_9	5	$\alpha_7 = 0.32, \alpha_9 = 0.33$

با توجه به نتایج **جدول‌های ۵** و **۹**، نظر به اینکه بین واحدهای DMU_5 و DMU_1 که به طور مشترک رتبه یک را به خود اختصاص داده‌اند، مقادیر قطعیت نظیر معیاری برای رتبه‌بندی این دو واحد قرار می‌گیرد، لذا DMU_5 در رتبه یک و DMU_1 در رتبه دوم قرار

می‌گیرند و به همین ترتیب با توجه به میزان قطعیت واحدهای DMU_7 و DMU_9 که به طور مشترک در رتبه‌ی پنجم قرار دارند، واحد DMU_7 در رتبه‌ی ٦ و DMU_9 را در رتبه‌ی ٧ قرار می گیرند، بنابراین واحدهای DMU_5 ، DMU_1 ، DMU_3 ، DMU_6 ، DMU_8 ، DMU_7 ، DMU_9 ، DMU_2 و DMU_4 به ترتیب رتبه‌های اول تا نهم را به خود اختصاص می‌دهند.

با توجه به نتایج حاصل می‌توان گفت که رویکرد *F-GDEA* براساس اطلاعات بدست آمده از هر یك از مدل‌های *GDEA* (منظور از اطلاعات، مقادیر انحراف از آرمان یعنی d_j های بدست آمده در هر مدل می‌باشد) در بهبود میزان تفکیک‌پذیری واحدهای کارا و یا حتی واحدهای ناکارا با رتبه‌های کارایی مشترک، نقش بسزایی می‌تواند ایفا کند.

سوال اساسی که در اینجا مطرح می شود این است که با توجه به وجود مدل‌های ریاضی مختلف جهت رتبه‌بندی واحدهای تصمیم‌گیری که منجر به رتبه‌بندی‌های مختلفی می‌شوند (به عنوان نمونه نتایج حاصل از رتبه‌بندی سه رویکرد بخش ۲ ملاحظه شود)، آیا می‌توان معیار و یا رویکردی خاص جهت ایجاد یك رتبه بندی منحصربفرد بر اساس رتبه‌بندی‌های مختلف ارایه داد؟ بررسی برای پاسخ به این سوال مهم، در بخش بعدی، رویکرد تلفیقی جدیدی که بر اساس مقادیر قطعیت حاصل از رویکرد *F-GDEA* است، جهت تلفیق نتایج حاصل از رتبه‌بندی‌های مدل‌های مختلف *GDEA* پیشنهاد می‌شود. با استفاده از این رویکرد پیشنهادی که به اختصار با *HF-GDEA* نمایش می‌دهیم، معیار جدیدی تحت عنوان معیار کارایی ارایه می‌دهیم که با استفاده از آن یک رتبه‌بندی جدید بر اساس رتبه‌بندی‌های مختلف حاصل از مدل‌های مختلف تولید می‌کنیم.

۴ - رویکرد تلفیقی HF-GDEA

با توجه به نحوه عملکرد رویکرد پیشنهادی *F-GDEA* که در بخش قبلی شرح داده شد، می‌توان گفت که ماهیت اصلی این رویکرد نسبت دادن یك مقدار قطعیت به هر یك از جواب‌های بهینه پارتوی یك مساله بهینه‌سازی چندهدفه، به منظور ارزیابی و مقایسه آن‌ها می‌باشد. وجود مدل‌های مختلف *DEA* جهت رتبه‌بندی N واحد تصمیم‌گیری و یا وجود جواب‌های بهینه دگرین در حل یك مدل ریاضی *DEA*، منجر به تولید N بردار پارتو می‌شود که مولفه k–ام در j–امین بردار پارتو بیانگر رتبه واحد j می‌باشد که توسط مدل k–ام بدست آمده است؛ بنابراین در این بخش با معرفی رویکرد تلفیقی جدید *HF-GDEA*، به تولید یك رتبه‌بندی جدید مبتنی بر رتبه‌بندی‌های مختلف موجود می‌پردازیم. برای رسیدن به این مهم، ابتدا با استفاده از رویکرد *F-GDEA* به ازای هر واحد تصمیم‌گیری یك بردار قطعیت شامل مقادیر قطعیت متناظر با رتبه‌بندی‌های مختلف موجود برای آن واحد در نظر گرفته می‌شود. سپس با معرفی یك معیار کارایی جدید که بر مبنای فاصله مقدار قطعیت هر واحد نسبت به مقدار قطعیت کاراترین واحد می‌باشد، به ارایه یك رتبه‌بندی جدید می‌پردازیم.

در این ادامه سعی می‌شود ابتدا مراحل رویکرد جدید *HF-GDEA* را با توجه به رتبه‌بندی‌های مختلف حاصل از رویکردهای ۱، ۲ و ۳ اشاره شده در بخش ۲، با جزییات تشریح نموده و سپس به اعمال این رویکرد تلفیقی بر روی یك دو مثال کاربردی بپردازیم.

٤-١- بیان مراحل رویکرد HF-GDEA

مراحل رویکرد تلفیقی جدید *HF-GDEA* را می توان به صورت گام‌های زیر در نظر گرفت.

گام ۱- تعیین جدول بهینه متناظر با هر رویکرد

در این گام جدول‌های بهینه و رتبه‌بندی حاصل از اعمال هر یك از سه رویکرد ۱، ۲ و ۳ اشاره شده در بخش ۲ را بدست می‌آوریم (**جدول‌های ۳، ۴ و ۵** ملاحظه شوند).

یوسف زاده و همکاران / تصمیم‌گیری و تحقیق در عملیات، دوره ۶، شماره ۱، بهار ۱۴۰۰، صفحه: ۷۴-۵۶

در این گام، ابتدا مقادیر قطعیت α_{ij} که بیانگر میزان قطعیت واحد تصمیم‌گیری jدر رویکرد i ام می‌باشد ($i=1,2,3$ و $j=1,...,N$) را محاسبه می‌کنیم که در آن N نشان دهنده تعداد DMUهای تحت بررسی است؛ بنابراین، به ازای هر واحدj ، یک بردار قطعیت سه مؤلفه‌ای $\left(\alpha_{1j},\alpha_{2j},\alpha_{3j}\right)$ (با توجه به سه رویکرد ۱، ۲ و ۳) که $j=1,...,N$ ، در نظر می‌گیریم.

گام۳- ایجاد مجموعه مقادیر قطعیت $ESet$ متناظر با واحدهای کارا

در این گام، مجموعه $ESet(i)$ را که شامل مقادیر قطعیت متناظر با واحدهای با رتبه کارایی ۱ حاصل از اعمال رویکرد i بر روی N واحد تصمیم‌گیری می‌باشد را تشکیل می‌دهیم؛ یعنی

$$ESet(i)=\left\{\alpha_{ij}\;\middle|\; Rank_i(j)=1,\ j=1,...,N\right\},$$

که در آن $Rank_i(j)$ بیانگر رتبه واحد j که با اعمال رویکرد i -ام حاصل شده است.

گام۴- محاسبه میزان انحراف کارایی متناظر با هر واحد

در این گام، میزان قطعیت هر واحد تصمیم‌گیری نسبت به متوسط میزان قطعیت واحدهای کارا مورد سنجش و مقایسه قرار می‌گیرد. مجموع اختلاف میزان قطعیت هر واحد مانند j با متوسط میزان قطعیت واحدهای کارا در سه رویکرد ۱، ۲ و ۳ را انحراف کارایی واحد j می‌نامیم و با نماد Dev_j نمایش می‌دهیم (**رابطه (٦)** ملاحظه شود).

$$Dev_j=\sum_{i=1}^{3}\left(\alpha_{ij}-\alpha_i^*\right), \qquad (۶)$$

که در آن $\alpha_i^*=\dfrac{\sum_{j\in ESet(i)}\alpha_{ij}}{\left|ESet(i)\right|}$ و $ESet(i)$ بیانگر عدد اصلی مجموعه $ESet(i)$ است.

گام۵- تعریف معیار کارایی و ارائه رتبه‌بندی

با توجه به تعریف انحراف کارایی متناظر با هر واحد تصمیم‌گیری، می‌توان گفت که هرچه مجموع اختلاف میزان قطعیت یك واحد نسبت به متوسط میزان قطعیت واحدهای کارا در سه رویکرد کمتر باشد، رتبه کارایی آن واحد بالاتر خواهد بود؛ بنابراین معیارکارایی زیر را می توان به صورت زیر تعریف کرد:

"هرچه میزان انحراف کارایی واحد j یعنی $\left|Dev_j\right|$ کمتر باشد، رتبه کارایی آن واحد بیشتر است."

۲-٤- ارائه مثال‌های کاربردی

در این بخش به منظور درك بهتر از نحوه عملکرد رویکرد پیشنهادی *HF-GDEA*، مراحل پیاده‌سازی این رویکرد را بر روی دو مثال کاربردی بیان و تشریح می‌نماییم.

مثال ۱- داده‌های مربوط به ورودی و خروجی‌های ۹ واحد تصمیم‌گیری **جدول ۲** را در نظر بگیرید. در این مثال گام‌های رویکرد پیشنهادی *HF-GDEA* را با جزئیات بیان می‌کنیم.

- *گام۱- در جدول ۱۰، رتبه‌بندی حاصل از اعمال هر یک از سه رویکرد ۱، ۲ و ۳ (بدون در نظر گرفتن رویکرد (F-GDEA) به ترتیب با توجه به جدول‌های بهینه ۳، ۴ و ۵ آورده شده‌اند.*

جدول ۱۰- رتبه‌بندی ۹ واحد تصمیم‌گیری جدول ۲ توسط سه رویکرد ۱، ۲ و ۳ بدون در نظر گرفتن رویکرد F-GDEA.
Table 10- Ranking of 9 decision units of Table 2 by three approaches 1, 2 and 3 without considering the F-GDEA approach.

عدد رتبه	رویکرد ۱	رویکرد ۲	رویکرد ۳
1	DMU_i $(i = 1,\ldots,9)$	DMU_i $(i = 1,\ldots,5)$	DMU_1, DMU_5
2		DMU_7	DMU_3
3		DMU_8	DMU_6
4		DMU_9	DMU_8
5		DMU_6	DMU_7, DMU_9
6			DMU_2
7			DMU_4

- *گام۲- در جدول ۱۱ نتایج مربوط به مقادیر قطعیت حاصل از اعمال رویکرد F-GDEA بر روی نتایج جدول‌های بهینه ۳، ۴ و ۵ با در نظر گرفتن رویکرد متناظر، آورده شده است. به عنوان مثال، در سطر هفتم این جدول، با اعمال رویکرد پیشنهادی F-GDEA، بردار مقادیر قطعیت $(\alpha_{16}, \alpha_{26}, \alpha_{36})$ مربوط به واحد DMU6 به ترتیب متناظر با رویکردهای۳، ۲ و ۱ برابر با (۰/۱۸ و ۰/۳۷ و ۰/۴۹) می‌باشد.*

جدول ۱۱- بردار قطعیت حاصل از اعمال رویکرد F-GDEA بر روی داده‌های جداول بهینه ۳، ٤ و ٥ متناظر با رویکردهای ۱، ۲ و ۳.
Table 11- The vector of certainty obtained from applying the F-GDEA approach to the data of optimal tables 3, 4 and 5 corresponding to approaches 1, 2 and 3.

واحد تصمیم‌گیری	بردار قطعیت $(\alpha_{1j}, \alpha_{2j}, \alpha_{3j})$ واحد j متناظر با رویکردهای (۳ و ۲ و ۱)
DMU_1	(.62 .66 .37)
DMU_2	(.27 .38 .21)
DMU_3	(.36 .41 .15)
DMU_4	(1.66 .31 .5)
DMU_5	(.25 .29 .28)
DMU_6	(.49 .37 .18)
DMU_7	(1.27 .21 .32)
DMU_8	(.33 .18 .19)
DMU_9	(.84 .27 .33)

- *گام۳- با توجه به رتبه‌بندی‌های جدول ۱۰ و همچنین مقادیر قطعیت جدول ۱۱، مجموعه $ESet(i)$ و نیز α_i^* متناظر با رویکرد i در جدول ۱۲ نشان داده شده‌اند.*

جدول ۱۲- مجموعه $ESet(i)$ و α_i^* متناظر با رویکرد **i** ($i = 1, 2, 3$).
Table 12- Set $\mathrm{ESet(i)}$ and corresponding to the approach i $i = 1, 2, 3$.

رویکرد $\mathbf{ESet(i) = \{\alpha_{ij} \mid Rank_i(j) = 1,\ j = 1,\ldots,N\}}$	$\boldsymbol{\alpha_i^*}$
رویکرد 1 $ESet(1) = \{0.62, 0.27, 0.36, 1.66, 0.25, 0.49, 1.27, 0.33, 0.84\}$	$\alpha_1^* = \frac{1}{\lvert ESet(1)\rvert}\sum_{j\in ESet(1)}\alpha_j = \frac{1}{9}(6.09) = 0.67$
رویکرد 2 $ESet(2) = \{0.66, 0.38, 0.41, 0.31, 0.29\}$	$\alpha_2^* = \frac{1}{\lvert ESet(2)\rvert}\sum_{j\in ESet(2)}\alpha_j = \frac{1}{5}(2.05) = 0.41$
رویکرد 3 $ESet(3) = \{0.37, 0.28\}$	$\alpha_3^* = \frac{1}{\lvert ESet(3)\rvert}\sum_{j\in ESet(3)}\alpha_j = \frac{1}{2}(0.65) = 0.32$

گام۴- اکنون با توجه به مقادیر α_i^* متناظر با رویکرد i ام و با استفاده از رابطه (۶) انحراف کارایی Dev_j متناظر با واحد j را محاسبه می‌کنیم. برای مثال، با توجه به بردار مقادیر قطعیت واحد DMU_1 که برابر با (۰/۳۷ و ۰/۶۶ و ۰/۶۲) است، رتبه کارایی واحد DMU_1 بر اساس ترتیب صعودی

مقادیر قطعیت متناظر با سه رویکرد ۱، ۲ و ۳ برابر با (۸ و ۹ و ۶) است. در نتیجه انحراف کارایی این واحد با توجه به بردار مقادیر قطعیت $\alpha^* = (\alpha_1^*, \alpha_2^*, \alpha_3^*)$ *که در* ***جدول ۱۲*** *آورده شده‌اند، برابر است با*

$$Dev_1=(0.62-0.67)+(0.66-0.41)+(0.37-0.32)=0.25$$

گام ۵- با توجه به معیار کارایی تعریف شده در گام ۵ رویکرد پیشنهادی، یک رتبه‌بندی جدید بر اساس ترتیب صعودی مقادیر انحراف کارایی متناظر با هر واحد می‌توان ارایه داد که نتایج این رتبه‌بندی در ***جدول ۱۳*** *نشان داده شده است.*

جدول ۱۳- رتبه بندی حاصل از HF-GDEA بر اساس مقادیر انحراف کارایی واحدهای تصمیم‌گیری.
Table 13- HF-GDEA ranking based on values of performance deviation of decision units.

نام واحدرتبه بندی متناظر با مقادیر قطعیت رویکردهای (۳ و ۲ و ۱)	Dev_i	عدد رتبه
DMU_8 (3 1 3)	-.7	1
DMU_5 (1 4 5)	-.58	2
DMU_2 (2 7 4)	-.54	3
DMU_3 (4 8 1)	-.48	4
DMU_6 (5 6 2)	-.36	5
DMU_9 (7 3 7)	.04	6
DMU_1 (6 9 8)	.25	7
DMU_7 (8 2 6)	.4	8
DMU_4 (9 5 9)	1.07	9

نتایج **جدول ۱۳** نشان می‌دهد هرچه رتبه‌ی یک واحد در ارزیابی میزان کارایی آن واحد توسط هر سه رویکرد بالاتر باشد (به عنوان مثال واحد DMU_8 را در نظر بگیرید) آنگاه رتبه‌ی این واحد در رتبه‌بندی جدید حاصل از رویکرد *HF-GDEA* نیز بالاتر خواهد بود و به عکس هرچه رتبه یک واحد در ارزیابی میزان کارایی آن واحد توسط سه رویکرد پایین‌تر باشد (DMU_4 را در نظر بگیرید) آنگاه رتبه‌ی این واحد در رتبه‌بندی حاصل از رویکرد *HF-GDEA* نیز پایین‌تر خواهد بود که می‌تواند تاییدی بر راستی آزمایی عملکرد رویکرد پیشنهادی *HF-GDEA* باشد؛ بنابراین می‌توان ادعا کرد که این رویکرد تلفیقی با وجود مدل‌های متنوع *GDEA*، می‌تواند در برطرف کردن چالش اصلی مدیران یک سازمان در تعیین این که نتایج کدام یک از مدل‌ها می‌تواند به عنوان مبنای تصمیم‌گیری آن سازمان قرار گیرد، کمک شایانی نماید.

مثال ۲. در این مثال رویکرد *HF-GDEA* را به منظور ارزیابی ۱۱ شرکت گاز (*DMU*) که در ۱۱ منطقه جغرافیایی ایران قرار دارند، پیاده‌سازی می‌کنیم. داده‌های مربوط به ورودی و خروجی‌های این ۱۱ شرکت، در **جدول ۱۴** نشان داده شده است. مجموعه داده‌های این جدول که مربوط به تجزیه و تحلیل عملیات شرکت در سال‌های ۲۰۰۳ و ۲۰۰۴ می‌باشند، نرمال‌سازی شده‌اند. تعداد کارکنان و میزان بودجه به عنوان ورودی‌ها و حجم لوله‌ها، تعداد مشتریان جدید و تعداد انشعابات خروجی‌های واحدها در نظر گرفته شده‌اند.

جدول ۱۴- اطلاعات مربوط به ورودی و خروجی‌های نرمال‌سازی شده ۱۱ واحد تصمیم‌گیری.
Table 14- Information on normalized inputs and outputs of 11 decision units.

نام واحد	ورودی ۱ (بودجه)	ورودی ۲ (تعداد کارکنان)	خروجی ۱ (حجم لوله ها)	خروجی ۲ (تعدادمشتریان جدید)	خروجی ۳ (تعدادانشعابات)
DMU_1	.8973	.9698	1	.3077	.4740
DMU_2	.3884	.9943	.5235	.4978	.3953
DMU_3	.7864	1	.2555	.2935	.3540
DMU_4	.6879	.7926	.9130	1	.9919
DMU_5	1	.7082	.9385	.8226	.5763
DMU_6	.9662	.6008	.2656	.3473	.2137
DMU_7	.8261	.6131	.5658	.5917	.5922
DMU_8	.9169	.9416	.4614	.4863	.4912
DMU_9	.6223	.4477	.3408	.6628	.3208
DMU_{10}	.8813	.7629	.8819	.979	1
DMU_{11}	.8876	.9870	.7945	.6105	.5994

با در نظر گرفتن سه رویکرد ۱، ۲ و ۳ و انجام گام‌های ۱ و ۲ بر روی داده‌های **جدول ۱۴**، مقادیر قطعیت نظیر هر واحد در سه رویکرد در **جدول ۱۵** آورده شده اند.

جدول ۱۵- بردار قطعیت حاصل از اعمال رویکرد F-GDEA بر روی داده‌های جدول ۱۴ با در نظر گرفتن رویکردهای ۱، ۲ و ۳.
Table 15- The vector of certainty resulting from the application of the F-GDEA approach to the data in Table 14, taking into account approaches 1, 2 and 3.

واحد تصمیم‌گیری	بردار قطعیت متناظر با رویکردهای (۳ و ۲ و ۱)
DMU_1	(.23 .26 .57)
DMU_2	(.83 .21 .28)
DMU_3	(.33 .23 .58)
DMU_4	(.34 .46 .61)
DMU_5	(.27 .22 .23)
DMU_6	(.36 .24 .25)
DMU_7	(.28 .36 .27)
DMU_8	(.24 .27 .56)
DMU_9	(.52 .28 .54)
DMU_{10}	(.38 .3 .3)
DMU_{11}	(.21 .25 .55)

پس از اعمال گام ۳ یعنی تعیین مجموعه مقادیر قطعیت $ESet(i)(i=1,2,3)$، میزان انحراف کارایی متناظر با هر واحد (Dev_j) را محاسبه می‌کنیم (گام ۴ ملاحظه شود). رتبه‌بندی نهایی حاصل از مرتب کردن مقادیر قطعیت به صورت صعودی در **جدول ۱۶** داده شده است.

نکته حایز اهمیت که باید در اینجا اشاره کرد این است که رتبه‌بندی نهایی حاصل از رویکرد پیشنهادی *HF-GDEA* به میزان پراکندگی مقادیر قطعیت متناظر با سه رویکرد در یك واحد وابسته است؛ به عبارت دیگر، هرچه میزان پراکندگی مقادیر قطعیت نظیر سه رویکرد در یك واحد نسبت به هم کمتر باشد عدد رتبه آن واحد کمتر خواهد بود (مقادیر قطعیت واحد DMU_5 در **جدول ۱۵** و یا مقادیر قطعیت واحد DMU_5 در **جدول ۱۱** ملاحظه شود) و برعکس هرچه میزان این پراکندگی در یك واحد بیشتر باشد عدد رتبه کارایی آن واحد نیز بیشتر خواهد بود (واحدهای DMU_4 یا DMU_2 در **جدول ۱۵** و یا واحدهای DMU_4 یا DMU_7 در **جدول ۱۱** ملاحظه شوند).

جدول ۱۶- رتبه‌بندی حاصل از HF-GDEA بر اساس مقادیر انحراف کارایی واحدهای تصمیم‌گیری.
Table 16- HF-GDEA ranking based on values of performance deviation of decision units.

نام واحد	رتبه‌بندی متناظر با مقادیر قطعیت رویکردهای (۳ و ۲ و ۱)	Dev_j	عدد رتبه
DMU_5	(4 2 1)	-.81	1
DMU_6	(8 4 2)	-.68	2
DMU_7	(5 10 3)	-.63	3
DMU_{10}	(9 9 5)	-.56	4
DMU_{11}	(1 5 7)	-.52	5
DMU_1	(2 6 9)	-.48	6
DMU_8	(3 7 8)	-.47	7
DMU_3	(6 3 10)	-.38	8
DMU_2	(11 1 4)	-.22	9
DMU_9	(10 8 6)	-.21	10
DMU_4	(7 11 11)	-.13	11

۵- نتیجه‌گیری

وجود مدل‌ها و روش‌های مختلف تحلیل پوششی داده‌ها (*DEA*) در ارزیابی کارایی واحدهای تصمیم‌گیری (*DMUs*)، منجر به ایجاد رتبه‌بندی متنوع و گاهی متناقض برای *DMUs* می‌شود. مقایسه و انتخاب یك رتبه‌بندی بهینه از میان رتبه‌بندی موجود می‌تواند به‌عنوان یك مسئله بهینه‌سازی چندهدفه (*MOP*) تعریف شود. در این مقاله با تعریف رتبه‌بندی‌های مختلف در قالب بردارهای مقادیر بهینه پارتو، زمینه لازم برای استفاده از رویکردهای مختلف برای حل *MOPs* را فراهم کردیم. برای این منظور، با الهام از منطق فازی، در گام نخست با ارائه یک رویکرد جدید مبتنی بر منطق فازی تحت عنوان *F-GDEA*، از تمام اطلاعات و نتایج حاصل از مدل‌های مختلف (*GDEA*) استفاده نموده و با محاسبه مقادیر قطعیت متناظر با هر *DMU*، یک رتبه‌بندی جدید برای ارزیابی*DMU*های با رتبه کارایی مشترک پیشنهاد دادیم. پیاده‌سازی رویکرد فازی پیشنهادی، قدرت تفکیک‌پذیری مدل در خصوص رتبه‌بندی را افزایش داد. در گام دوم، با توجه به وجود مدل‌های برنامه‌ریزی مختلف و در نتیجه وجود رتبه‌بندی‌های متنوع و استفاده از رویکرد *F-GDEA* اشاره شده، یک رویکرد تلفیقی جدید فازی تحت عنوان *HF-GDEA* پیشنهاد دادیم که با استفاده از آن رتبه‌بندی مدل‌های مختلف *GDEA* را با یکدیگر تلفیق نموده و با معرفی معیار جدید میزان «انحراف از کارایی» یک رتبه‌بندی جدید ارائه شد. نتایج عددی حاصل از پیاده‌سازی این رویکرد تلفیقی بر روی دو مثال کاربردی، نشان داد که میزان پراکندگی مقادیر قطعیت متناظر با سه رویکرد در یك *DMU* می‌تواند به‌عنوان یك عامل مهم که در رتبه‌بندی نهایی حاصل از این رویکرد تلفیقی مؤثر است، نام برد؛ به‌عبارت‌دیگر، مشاهده شد که هرچه میزان پراکندگی مقادیر قطعیت رویکردهای مختلف نظیر یك واحد نسبت به هم کمتر باشد، عدد رتبه آن واحد کمتر خواهد بود و به‌عکس. این راهکار می‌تواند دریچه جدیدی برای مطالعه و بررسی راهکارهایی درزمینهٔ ارائه یک رتبه‌بندی واحد بازنماید تا به‌وسیله آن بتوان با تلفیق رتبه‌بندی‌های مختلف حاصل از پیاده‌سازی مدل‌های برنامه‌ریزی مختلف *DEA*، یك رتبه‌بندی جدید را به‌گونه‌ای تولید کرد که دربرگیرنده مزایا و نقاط قوت مدل‌های *DEA* مورد استفاده باشد. همچنین با توجه به این مهم که در حالت بهینه چندگانه، ترکیب محدب از جواب‌های بهینه می‌تواند منجر به تولید رتبه‌بندی‌های مختلف شود، لذا بررسی این موضوع می‌تواند مبنای مطالعات آتی جهت تعیین رابطه بین مقادیر قطعیت و جواب‌های بهینه دگرین جهت ایجاد یك رتبه‌بندی مشترك برای واحدهای تصمیم‌گیری در نظر گرفته شود.

منابع

Aldamak, A., & Zolfaghari, S. (2017). Review of efficient units in data envelopment analysis. *Measurement science*, *39*(10), 1261-1264.

Amin, G. R., Al-Muharrami, S., & Toloo, M. (2019). A combined goal programming and inverse dea method for target setting in mergers. *Expert systems with applications*, *115*, 412-417.

Amiri, M., Alimi, A., Abtahi, S. (2007). Offering a model in data envelopment analysis to obtain common set of weights using fuzzy logic. *Industrial management studies*, 6(17), 135-151. **(In Persian)**. https://jims.atu.ac.ir/article_4452.html

Azizi, H. (2012). Efficiency assessment in data envelopment analysis using efficient and inefficient frontiers. *IQBQ, 16* (3), 153-173. **(In Persian)**. http://mri.modares.ac.ir/article-19-118-fa.html

Borzoei, S., & Zohreh-bandian, M. (2013). Common weights for the evaluation of decision-making units with nonlinear virtual inputs and outputs. *International journal of data envelopment analysis*, *1*(3), 167-173.
Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes, E. (1978). Measuring efficiency of decision making units. *European journal of operational research*, *2*(6), 429–444.
Chen, Y. (2005). On preference structure in data envelopment analysis. *International journal of information technology & decision making*, *4*(03), 411-431.
Chiang, C. I., & Tzeng, G. H. (2000). A multiple objective programming approach to data envelopment analysis. In *New frontiers of decision making for the information technology era* (pp. 270-285). https://doi.org/10.1142/9789812792907_0015
Estellita Lins, M. P., Angulo-Meza, L., & Moreira da Silva, A. C. (2004). A multi-objective approach to determine alternative targets in data envelopment analysis. *Journal of the operational research society*, *55*(10), 1090-1101.
Golany, B. (1988). An interactive MOLP procedure for the extension of DEA to effectiveness analysis. *Journal of the operational research society*, *39*(8), 725-734
Halme, M., Joro, T., Korhonen, P., Salo, S., & Wallenius, J. (1999). A value efficiency approach to incorporating preference information in data envelopment analysis. *Management science*, *45*(1), 103-115.
Hatami-Marbini, A., Tavana, M., Agrell, P. J., Lotfi, F. H., & Beigi, Z. G. (2015). A common-weights DEA model for centralized resource reduction and target setting. *Computers & industrial engineering*, *79*, 195-203.
Hemati, M., & Abbasi, S. (2016). Representing a multi-step technique of the common weights and TOPSIS in order to ranking of units. *Modern research in decision making*, *1*(2), 193-215. **(In Persian)**. http://journal.saim.ir/article_21123.html?lang=en
Jafarian Moghadam, A. R., & Gheisari, K. (2010). Dynamic multi-objective model of fuzzy data envelopment analysis. *Industrial management*, 2(1), 19-36. **(In Persian)**. https://journals.ut.ac.ir/article_21308_2.html?lang=en
Jahanshahloo, G. R., Lotfi, F. H., Khanmohammadi, M., Kazemimanesh, M., & Rezaie, V. (2010). Ranking of units by positive ideal DMU with common weights. *Expert systems with applications*, *37*(12), 7483-7488.
Joro, T., Korhonen, P., & Wallenius, J. (1998). Structural comparison of data envelopment analysis and multiple objective linear programming. *Management science*, *44*(7), 962-970.
Kao, C., & Hung, H. T. (2005). Data envelopment analysis with common weights: the compromise solution approach. *Journal of the operational research society*, *56*(10), 1196-1203.
Kwon, H. B., Marvel, J. H., & Roh, J. J. (2016). Three-stage performance modeling using DEA–BPNN for better practice benchmarking. *Expert systems with applications*, *71*, 429-441.
Liu, F. H. F., & Peng, H. H. (2008). Ranking of units on the DEA frontier with common weights. *Computers & operations research*, *35*(5), 1624-1637.
Maddahi, R., & Yazdani, H. R. (2020). Ranking of decision-making units using data envelopment analysis taking into account multiple time periods. *Journal of decision making and operations research*, *5*(1), 72-82. **(In Persian)**. http://www.journal-dmor.ir/article_114162.html
Makuei, A., Alinezhad, A., KIANI, M. R., & Zohrehbandian, M. (2008). A goal programming method for finding common weights in DEA with an improved discriminating power for efficiency. *Journal of industrial and systems engineering*, *1*(4), 293-303.
Omrani, H. (2013). Common weights data envelopment analysis with uncertain data: a robust optimization approach. *Computers & industrial engineering*, *66*(4), 1163-1170.
Sadeghi Moghdam, M. R., & Gharib, A. H. (2013). Performance evaluation using fuzzy data envelopment analysis model and application of fuzzy constraints to control weights and find general weights. *Journal of industrial management, university of Tehran*, *5*(2), 74-84. **(In Persian)**. https://www.sid.ir/fa/journal/ViewPaper.aspx?id=231595
Sexton, T. R., Silkman, R. H., & Hogan, A. J. (1986). Data envelopment analysis: critique and extensions. *New directions for program evaluation*, *1986*(32), 73-105.
Silalahi, A., Natalia, C., & Martio, C. P. (2020). Integration of data envelopment analysis and goal programming in supplier selection optimization. *Integration*, *29*(7s), 3178-3186.
Soleimani-Chamkhorami, K., Hosseinzadeh Lotfi, F., Jahanshahloo, G., & Rostamy-Malkhalifeh, M. (2020). A ranking system based on inverse data envelopment analysis. *IMA journal of management mathematics*, *31*(3), 367-385.
Stewart, T. J. (1996). Relationships between data envelopment analysis and multicriteria decision analysis. *Journal of the operational research society*, *47*(5), 654-665.
Thanassoulis, E., & Dyson, R. G. (1992). Estimating preferred target input-output levels using data envelopment analysis. *European journal of operational research*, *56*(1), 80-97.
Trigui, S., Cheikhrouhou, O., Koubaa, A., Baroudi, U., & Youssef, H. (2017). FL-MTSP: a fuzzy logic approach to solve the multi-objective multiple traveling salesman problem for multi-robot systems. *Soft computing*, *21*(24), 7351-7362.
Yu, J. R., Tzeng, Y. C., Tzeng, G. H., Yu, T. Y., & Sheu, H. J. (2004). A fuzzy multiple objective programming to DEA with imprecise data. *International journal of uncertainty, fuzziness and knowledge-based systems*, *12*(05), 591-600.
Zhu, J. (1996). Data envelopment analysis with preference structure. *Journal of the operational research society*, *47*(1), 136-150.

Licensee Decisions & Operations Research. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).