

روش OWA و کارایی متقاطع برای تحلیل مسئله تصمیم‌گیری چندمعیاره با داده‌های کیفی و کمی

سارا بغدادچی*، قاسم توحیدی

گروه ریاضی، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.

چکیده

تصمیم‌گیری چندمعیاره یک روش قوی و پرکاربرد برای حل مسائل تصمیم‌گیری و انتخاب گزینه مطلوب‌تر از بین گزینه‌های موجود است. تحلیل پوششی داده‌ها یک روش ناپارامتری برای محاسبه اندازه کارایی است. اشکال اساسی روش‌های متداول تصمیم‌گیری این است که این روش‌ها قادر به در نظر گرفتن اولویت‌ها و ارجحیت‌های ذهنی تصمیم‌گیر و همچنین ریسک‌پذیر یا ریسک‌گریزی تصمیم‌گیر نیستند. از طرفی در بعضی از موارد، تعیین مقدار دقیق داده‌ها سخت است و نتایج را بصورت کیفی و کمی در نظر گرفته می‌شود. روش میانگین وزنی مرتب شده به عنوان یکی از روش‌های تصمیم‌گیری که قابلیت در نظر گرفتن اولویت‌ها و ارزیابی‌های ذهنی تصمیم‌گیر را در فرآیند تصمیم‌گیری دارا است. در این مقاله به یکی از روش‌های رتبه‌بندی در تحلیل پوششی داده‌ها به نام کارایی متقاطع می‌پردازد و سعی می‌کند ریسک‌پذیری و ریسک‌گریزی تصمیم‌گیرنده را در تثبیت اعضای ماتریس کارایی متقاطع و نیز در فرآیند تجمیع کارایی متقاطع لحاظ نماید.

واژه‌های کلیدی: مسئله تصمیم‌گیری چندمعیاره، روش میانگین وزنی مرتب شده، تحلیل پوششی داده‌ها، کارایی متقاطع.

پذیرش: ۱۳۹۸/۱۱/۲۹

اصلاح: ۱۳۹۸/۱۰/۲۸

دریافت: ۱۳۹۸/۰۹/۰۷

۱- مقدمه

دنیای اطراف ما مملو از مسائل تصمیم‌گیری چندمعیاره است و انسان‌ها همواره مجبور به تصمیم‌گیری در این زمینه‌ها هستند. تصمیم‌گیری انتخاب یک گزینه از میان گزینه‌های مختلف است و این انتخاب زمانی هوشیارانه و حساب شده است که بیش از یک معیار در گزینش آن به کار گرفته شود (چن و همکاران، ۲۰۰۶).

$MCDM$ ^۱، تصمیم‌گیری چندمعیاره یکی از شاخه‌های تحقیق در عملیات است که مسائل تصمیم‌گیری را تحت تعدادی از معیارهای تصمیم بررسی می‌کند و در بسیاری از شاخه‌های علمی کاربرد گسترده‌ای دارد. کاربرد روش‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره در زمینه‌های مختلف نشان داده که آن‌ها ابزار مناسبی در فرآیند تصمیم‌گیری هستند. از این رو، لازم است که تکنیک‌های مناسبی برای انتخاب بهینه و تصمیم‌گیری صحیح طراحی شود. روش‌های بسیار متعددی برای تصمیم‌گیری چندمعیاره ارائه شده است. برنامه‌ریزی آرمانی^۲ (GP) تحلیل سلسله

^۱ Multiple Criteria Decision Analysis

^۲ Goal Programming



مراتبی^۱ (AHP) و تئوری مطلوبیت چند شاخصه^۲ (MAUT) نمونه‌هایی از این روش‌ها هستند که در گستره بسیار وسیعی از آن‌ها استفاده شده است. در بسیاری از موارد بدلیل عدم پیش بینی دقیق اتفاقات آینده، عدم دسترسی به اطلاعات دقیق و قطعی و عدم ارزیابی دقیق برخی از معیارها، تصمیم‌گیری در فضای ریسک صورت می‌گیرد. در این محیط جواب نهایی متأثر از ریسک‌پذیری و ریسک‌گریزی تصمیم‌گیر است. تحلیل پوششی داده‌ها^۳ (DEA)، تکنیکی غیر پارامتری است که بصورت گسترده برای ارزیابی عملکرد، کارایی و تجزیه و تحلیل واحدهای تصمیم‌گیرنده بکارگرفته شده است. DEA نخستین بار توسط چارلز و کوپر در سال ۱۹۷۸ در مقاله‌ای تحت عنوان CCR معرفی شد (چارلز و همکاران، ۱۹۷۸). اشکال اساسی روش‌های ذکر شده اینست که این روش‌ها قادر به در نظر گرفتن ارجحیت‌های ذهنی تصمیم‌گیر (ریسک‌پذیری - ریسک‌گریزی) نیستند. در این مقاله روش میانگین وزن‌دار مرتب شده بعنوان یکی از روش‌های تصمیم‌گیری که قابلیت در نظر گرفتن اولویت‌ها و ارزیابی‌های ذهنی تصمیم‌گیر را دارا است، معرفی می‌گردد (یاگر، ۱۹۸۸). این روش توانایی در نظر گرفتن ریسک‌پذیری و ریسک‌گریزی تصمیم‌گیر را در فرآیند تصمیم‌گیری را دارا بوده و قادر است تصمیم نهایی را براساس ریسک‌پذیری یا ریسک‌گریزی تصمیم‌گیر اتخاذ نماید. کارایی متقاطع یکی از مهم‌ترین روش‌های رتبه‌بندی است (سکستون و همکاران، ۱۹۸۶). در کارایی متقاطع اکثراً محققین برای تجمیع از میانگین استفاده می‌کنند و استفاده از عملگر OWA برای تجمیع متداول نبوده است. در این مقاله در بخش ۲، مسئله تصمیم‌گیری چندمعیاره، کاربرد و کارایی روش میانگین وزنی مرتب شده، تحلیل پوششی داده‌ها و کارایی متقاطع بررسی می‌گردد و در بخش ۳ روش ترکیبی OWA و کارایی متقاطع برای مسئله تصمیم‌گیری چندمعیاره مطرح می‌شود. در بخش آخر نیز نتایج بدست آمده مورد تحلیل قرار می‌گیرد.

۲- معرفی MCDA، OWA و DEA

۲-۱- مسئله تصمیم‌گیری چند معیاره

برای تجزیه و تحلیل یک مسئله تصمیم‌گیری چندمعیاره، باید عناصر آن را به خوبی شناخت و آن‌ها را به طور دقیق تعریف کرد. از آنجا که در مسائل عموماً تعداد گزینه‌ها محدود است می‌توان اهداف، گزینه‌ها و عملکرد هر گزینه $A = \{a^1, a^2, \dots, a^n\}$ روی معیار را بصورت توأم در یک ماتریس که ماتریس عملکرد^۴ نشان می‌دهیم، فرض کنید مجموعه $c = \{c_1, c_2, \dots, c_q\}$ از معیارها باشد. ماتریس عملکرد را می‌توان بصورت زیر مجموعه‌ای از گزینه‌ها و معیارها نشان دهیم (هوانگ و همکاران، ۱۹۸۱).

۲-۲- عملگر میانگین وزن‌دار مرتب شده

عملگر OWA یک میانگین وزنی است که مقادیر عملکردها قبل از ضرب در بردار وزن مرتب می‌شود و مهم‌ترین خصوصیت این روش منعکس کردن دیدگاه تصمیم‌گیرنده می‌باشد. عملگر تجمیع F با یک مجموعه ورودی از داده‌ها $B = \{b_1, b_2, \dots, b_n\}$ به صورت فرمول (۱) است.

$$F: I^n \rightarrow I(I = [0,1]),$$
$$F(a_1, a_2, \dots, a_n) = W^T B = \sum_{j=1}^n w_j b_j = w_1 b_1 + w_2 b_2 + \dots + w_n b_n. \quad (1)$$

¹ Analytic hierarchy process

² Multi attribute utility theory

³ Data Envelopment Analysis

⁴ Performance Matrix

جدول ۱- ماتریس عملکرد مسئله تصمیم‌گیری چند معیاره.

$$a^i \begin{bmatrix} m_1^i & \dots & m_j^i & \dots & m_q^i \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ m_1^i & \dots & m_j^i & \dots & m_q^i \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ m_1^n & \dots & m_j^n & \dots & m_q^n \end{bmatrix}$$

بردار B بردار آرگومان مرتب شده نامیده می‌شود به این صورت که b_i -امین بزرگ‌ترین مولفه از مولفه‌های a_1, a_2, \dots, a_n است. بردار

$$W = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} \text{ به طوری که } \sum_{j=1}^n w_j = 1, w_j \in [0,1]$$

عملگر OWA یک ابزار برای تصمیم‌گیری تحت عدم قطعیت است که این عدم قطعیت از محدودیت درجه‌یابی میزان خوش‌بینی یا ریسک‌پذیری تصمیم‌گیرنده بیشتر خواهد بود. همانطور که در تعریف عملگر OWA مشاهده شد یک مسئله مهم در تعریف این عملگر محاسبه بردار وزن W است. روش‌های متعددی برای محاسبه بردار وزن عملگر OWA وجود دارد. اولین مدل خطی برای تعیین وزن‌های OWA مدل مینیمم ماکزیمم فاصله^۱ می‌باشد به صورت زیر می‌باشد (وانگ و همکاران، ۲۰۰۵):

$$\begin{aligned} & \min \delta \\ & \text{s.t. } Orness(w) = \sum_{j=1}^n \frac{(n-j)}{(n-1)} w_j = \alpha, 0 \leq \alpha \leq 1 \\ & \sum_{j=1}^n w_j = 1, \\ & w_j - w_{j+1} - \delta \geq 0, j = 1, 2, \dots, n-1 \\ & w_j - w_{j+1} + \delta \geq 0, j = 1, 2, \dots, n-1 \\ & w_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (2)$$

در این مدل فاصله بین وزن‌های مجاور، تحت درجه‌یابی داده شده، مینیمم می‌شوند. مهم‌ترین ویژگی مدل فوق استفاده از یک مدل برنامه‌ریزی خطی ساده برای تعیین وزن‌های عملگر OWA است. قابل توجه است که وزن‌های حاصل از این مدل از تصاعد حسابی پیروی می‌کنند.

۳-۲- تحلیل پوششی داده‌ها

تحلیل پوششی داده‌ها تکنیکی ناپارامتری برای محاسبه میزان کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده^۲ می‌باشد. در DEA مدل‌های زیادی جهت محاسبه کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده ارائه شده که واحدها را به دسته کارا و ناکارا تقسیم می‌کنند. برای اینکه برتری واحدهای کارا نسبت به تشخیص داده شود، مدل‌های بسیاری را در جهت رتبه‌بندی واحدها ارائه کردند. روش کارایی متقاطع^۳ یکی از مهم‌ترین روش‌های رتبه‌بندی است (سکستون و همکاران، ۱۹۸۶). در زیر جزییات روش پیشنهادی سکستون را شرح می‌دهیم.

¹ Minimax Disparity (MD) Model

² Decision Making Unit

³ Cross-efficiency evaluation

در این روش ابتدا با حل مدل مضربی CCR (۳) وزن‌های بهینه $DMU_j (j=1, \dots, n)$ محاسبه می‌شود.

$$\begin{aligned} & \max \sum_{r=1}^s u_r y_{rk} \\ & \text{s.t. } \sum_{i=1}^m v_i x_{ik} = 1, \\ & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0, (j=1, \dots, n), \\ & u_r \geq 0 (r=1, \dots, s), v_i \geq 0 (i=1, \dots, m). \end{aligned} \quad (3)$$

فرض کنید $u_{rk}^*, r=1, \dots, s$ و $v_{ik}^*, i=1, \dots, m$ وزن ورودی‌های و وزن خروجی‌های بدست آمده از مدل (۲) برای DMU_k باشد. مقدار بهینه مدل (۲) مقدار کارایی DMU_k را مشخص می‌کند. بدست آوردن کارایی هر یک از واحدها با استفاده از حل مدل (۲) را می‌توان به عنوان یک فرآیند خودارزیابی^۱ نامید. سکستون برای محاسبه کارایی متقاطع هر یک از $DMU_j (j=1, \dots, n)$ از فرمول زیر استفاده نمود:

$$\theta_{jk} = \frac{\sum_{r=1}^s u_{rk}^* y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_{ik}^* x_{ij}}, j=1, \dots, n, j \neq k \quad (4)$$

مقدار θ_{jk} بیانگر مقدار کارایی متقاطع DMU_j می‌باشد که با وزن‌های DMU_k بدست آمده است و کارایی غیرارزیابی DMU_j را نسبت به وزن‌های بهینه DMU_k را منعکس می‌کند. با بدست آوردن همه کارایی‌های متقاطع DMU_j آن‌ها را در سطر i ام جدول ۲ که معروف به جدول کارایی متقاطع^۲ می‌باشد قرار می‌دهیم و مقدار کارایی‌های خودارزیابی هر واحد را هم در قطر جدول کارایی متقاطع قرار می‌دهیم.

جدول ۲- جدول کارایی متقاطع n واحد تصمیم گیرنده.

	DMU_1	DMU_2	...	DMU_n
DMU_1	θ_{11}	θ_{12}	...	θ_{1n}
DMU_2	θ_{21}	θ_{22}	...	θ_{2n}
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
DMU_n	θ_{n1}	θ_{n2}	...	θ_{nn}

با تکمیل اعضای جدول کارایی متقاطع، میانگین هر سطر که از آن به عنوان مقدار کارایی کل^۳ هر واحد نیز نامبرده می‌شود، را بدست آورده، مقدار بدست آمده معیاری برای رتبه بندی خواهد شد.

اکثراً محققین برای تجمیع از میانگین استفاده می‌کنند و استفاده از عملگر OWA برای تجمیع متداول نبوده است، برای اولین بار وانگ و چین در سال ۲۰۱۱ از وزن‌های عملگر OWA برای تجمیع در کارایی متقاطع استفاده کردند که فقط در فرایند تجمیع ماتریس کارایی متقاطع، از وزن‌های عملگر OWA استفاده می‌کند و به ثابت کردن اعضای ماتریس کارایی متقاطع بر حسب درجه خوش‌بینی مدیر توجهی ندارد.

^۱ Self-evaluation

^۲ Cross-efficiency matrix

^۳ Overall efficiency score





این بخش از مقاله به بحث درباره رتبه‌بندی کارایی متقاطع در عملگر OWA برای رتبه‌بندی گزینه‌ها در مسئله تصمیم‌گیری چند معیاره می‌پردازد. در واقع با در نظر گرفتن نحوه نگرش‌های خوش بینانه-بدبینانه مدیر در تثبیت عناصر و فرآیند تجمیع ماتریس کارایی متقاطع می‌باشد. به منظور در نظر گرفتن ترجیحات ذهنی مدیر در فرآیند تجمیع از وزن‌های OWA برای تجمیع کارایی‌ها استفاده می‌نماید (توحیدی و همکاران، ۲۰۱۶) روش پیشنهادی با جزییات طی مراحل زیر توضیح داده شده است:

مرحله اول- در ابتدا مدل (۵) را برای تمام واحدهای تصمیم‌گیرنده حل کرده و مقدار کارایی آن‌ها را بدست آورده می‌شود.

$$\begin{aligned} \theta_{kk} &: \max U^T Y_k, \\ \text{s.t. } U^T Y_j &\leq 1, j = 1, \dots, n, \\ U &\geq 1\xi. \end{aligned} \quad (5)$$

مرحله دوم- در این مرحله با استفاده از مقدار کارایی بدست آمده از مرحله قبل و با استفاده از حل دو مدل زیر ماکزیمم و مینیمم مقداری که هرکدام از خانه‌های ماتریس کارایی متقاطع می‌تواند داشته باشد بدست می‌آید.

$$\begin{aligned} \theta_{jk}^L &= \min_U \left\{ U^T Y_j \mid U^T Y_t \leq 1, t = 1, \dots, n, U^T Y_k = \theta_{kk}, U_{s \times 1} \geq 1\xi \right\}, \\ \theta_{jk}^U &= \max_U \left\{ U^T Y_j \mid U^T Y_t \leq 1, t = 1, \dots, n, U^T Y_k = \theta_{kk}, U_{s \times 1} \geq 1\xi \right\}. \end{aligned} \quad (6)$$

θ_{jk}^L ماکزیمم مقدار و θ_{jk}^U مینیمم مقدار کارایی a_j را با استفاده از وزن‌های بهینه a_k را نشان می‌دهد.

مرحله سوم- برای در نظر گرفتن نحوه نگرش مدیر نسبت به کارایی گزینه‌ها درایه‌های مانریس کارایی متقاطع به جز مولفه‌های قطر اصلی با مقدار زیر جایگزین می‌شود.

$$\theta_{jk}(\alpha) = \alpha \theta_{jk}^U + (1 - \alpha) \theta_{jk}^L; \alpha \in [0, 1]. \quad (7)$$

در فرمول (۶)، α درجه خوش بینی مدیر را نشان می‌دهد. $\alpha > 0.5$ بیانگر این موضوع می‌باشد که مدیر خوشبین و ریسک‌پذیر است و علاقه‌مند است که کارایی‌های غیرارزیابی را در جدول کارایی متقاطع با مقدار بیشتر جایگزین نماید. همچنین $\alpha < 0.5$ بیانگر این مطلب است که مدیر بدبین و ریسک‌گریز بوده و علاقه‌مند است کارایی‌های غیرارزیابی را با مقدار کم در جدول کارایی متقاطع جایگزین نماید. $\alpha = 0.5$ بیانگر مدیر خنثی است.

جدول ۳ ماتریس کارایی متقاطع بر حسب نوع نگرش مدیر را نشان می‌دهد.

جدول ۳- ماتریس کارایی متقاطع n گزینه بر حسب درجه خوشبینی مدیر.

	a_1	a_2	\dots	a_n
a_1	θ_{11}	θ_{12}	\dots	θ_{1n}
a_2	θ_{21}	θ_{22}	\dots	θ_{2n}
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
a_n	θ_{n1}	θ_{n2}	\dots	θ_{nn}

مرحله چهارم- بعد از بدست آوردن ماتریس کارایی متقاطع (جدول ۳) بر حسب نوع نگرش مدیر، درایه‌های هر سطر را به ترتیب نزولی مرتب کرده و بر حسب درجه خوش بینی مدیر وزن‌های مدل‌های OWA را بدست آورده و از آن‌ها برای فرآیند تجمیع ماتریس جدول ۳ استفاده می‌شود.



به این ترتیب اگر مدیر خوش‌بین باشد مقدار کارایی که به گزینه تحت بررسی داده‌اند توسط مدیر در نمره کل با ضریب بزرگ‌تری اثرگذار خواهند شد اما اگر مدیر بدبین باشد نقش این کارایی‌ها در نمره کل کمتر خواهد بود. ملاحظه می‌شود با در نظر گرفتن مراحل فوق، می‌توان ترجیحات ذهنی مدیر را هم در تثبیت اعضای ماتریس کارایی متقاطع و هم در فرآیند تجمیع کارایی متقاطع لحاظ نمود.

۴- مثال عددی

۴-۱- اطلاعات پایه‌ای

یک مسابقه در نظر دارد بهترین خودرو داخلی را انتخاب کند. ۵ خودرو واجد شرایط به عنوان گزینه‌ها برای این موقعیت رقابت می‌کنند. این انتخاب شامل ۴ معیار است. نتیجه این اطلاعات در جدول ۴ لیست شده است.

جدول ۴- ماتریس عملکرد.

	ایمنی c_1	مدل c_2	مصرف c_3	قیمت c_4
a^1	متوسط	۸۸	بسیار زیاد	۲۲۰۰
a^2	زیاد	۹۱	متوسط	۲۷۰۰
a^3	خیلی زیاد	۹۵	کم	۳۰۰۰
a^4	کم	۹۸	زیاد	۲۵۰۰
a^5	متوسط	۹۰	متوسط	۲۴۰۰

فرض اینست که معیار ایمنی سود و معیار مصرف هزینه است. داده‌های کیفی را با توجه به نوع معیار بوسیله جدول ۵ و ۶ به داده‌های کمی تبدیل می‌کنیم.

جدول ۵- شاخص‌های با جنبه مثبت.

۰	۱	۳	۵	۷	۹	۱۰
-	خیلی کم	کم	متوسط	زیاد	خیلی زیاد	-

جدول ۶- شاخص‌های با جنبه منفی.

۰	۱	۳	۵	۷	۹	۱۰
-	خیلی زیاد	زیاد	متوسط	کم	خیلی کم	-

جدول ۷- ماتریس عملکرد.

	c_1	c_2	c_3	c_4
a^1	۵	۸۸	۱	۲۲۰۰
a^2	۷	۹۱	۵	۲۷۰۰
a^3	۹	۹۵	۷	۳۰۰۰
a^4	۳	۹۸	۳	۲۵۰۰
a^5	۵	۹۰	۵	۲۴۰۰

با اجرای گام اول و دوم برای داده‌های جدول ۷، کارایی متقاطع بازه‌ای بدست می‌آید. برای رتبه‌بندی، $\alpha = 0.1, \alpha = 0.3, \alpha = 0.5, \alpha = 0.7, \alpha = 0.9$ گزینه‌ها تحت نگرش‌های مختلف مدیر در نظر گرفته می‌شود.

که مربوط به تصمیم‌گیرنده‌های بدبین، خشی و خوش‌بین می‌باشند. برای ذکر جزئیات بیشتر جدول متناظر ۸ برای جای‌گذاری در فرمول (۶) بدست آمده و جدول ۹ مقادیر محاسبه شده را نشان می‌دهد.

جدول ۸- کارایی متقاطع ۵ گزینه برای $\alpha = 0.9$.

	a^1	a^2	a^3	a^4	a^5
a^1	۰/۹۰۸۷	۰/۹۰۸۷	۰/۸۳۱۹	۰/۹۰۶۰	۰/۸۸۲۷
a^2	۰/۹۴۷۳	۰/۹۴۷۴	۰/۹۲۴۱	۰/۹۴۵۱	۰/۹۴۲۵
a^3	۰/۹۹۹	۱	۱	۰/۹۹۶۷	۱
a^4	۰/۹۹۹	۱	۰/۹۳۳۲	۱	۰/۹۹۹
a^5	۰/۹۲۷۳	۰/۹۲۷۳	۰/۸۹۵۴	۰/۹۳۱۴	۰/۹۳۳۳

بعد از مرتب کردن اعضای هر سطر ماتریس کارایی متقاطع بدست آمده به صورت نزولی، بردارهای وزنی جدول ۹ برای فرآیند تجمیع به کار برده می‌شوند.

جدول ۹- وزن های OWA به ازای درجه‌های خوش‌بینی متفاوت مدیر.

$\alpha = 0.9$	$\alpha = 0.7$	$\alpha = 0.5$	$\alpha = 0.3$	$\alpha = 0.1$	وزن OWA
۰/۶۳۳	۰/۳۶	۰/۲	۰/۰۴	۰	W_1
۰/۳۳	۰/۲۸	۰/۲	۰/۱۲	۰	W_2
۰/۰۳۳	۰/۲۰	۰/۲	۰/۲	۰/۰۳۳	W_3
۰	۰/۱۲	۰/۲	۰/۲۸	۰/۳۳	W_4
۰	۰/۰۴	۰/۲	۰/۳۶	۰/۶۳۳	W_5

جدول ۱۰ رتبه‌های تخصیص داده شده به ۵ گزینه تحت درجه‌های خوش‌بینی ذکر شده‌ی مدیر را نشان می‌دهد. جدول ۱۰ نشان می‌دهد که تحت درجات متفاوت خوش‌بینی مدیر همه واحدها رتبه مجزا بدست آوردند و بهترین رتبه به گزینه a^3 اختصاص داده شده است.

جدول ۱۰- رتبه گزینه‌ها تحت نگرش‌های متفاوت مدیر.

$\alpha = 0.9$	$\alpha = 0.7$	$\alpha = 0.5$	$\alpha = 0.3$	$\alpha = 0.1$	گزینه‌ها
۵	۵	۵	۵	۵	a^1
۳	۳	۴	۲	۲	a^2
۱	۱	۱	۱	۱	a^3
۲	۲	۲	۴	۴	a^4
۴	۴	۳	۳	۳	a^5

۵- نتیجه‌گیری

مسئله تصمیم‌گیری چندمعیاره بعنوان یکی از شاخه‌های شناخته شده تحقیق در عملیات است که مسائل را تحت تعدادی از معیارهای تصمیم بررسی می‌کند. برای انتخاب بهینه و تصمیم‌گیری صحیح، تکنیک‌های مختلفی از جمله OWA مطرح شده است. تحلیل پوششی داده‌ها تکنیک غیر پارامتری است که بصورت گسترده برای ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیرنده بکار گرفته شده است. در این مقاله به یکی از روش‌های رتبه‌بندی در تحلیل پوششی داده‌ها به نام کارایی متقاطع می‌پردازد و سعی می‌کند ریسک‌پذیری و ریسک‌گریزی تصمیم‌گیرنده را در تثبیت اعضای ماتریس کارایی متقاطع و نیز در فرآیند تجمیع کارایی متقاطع لحاظ نماید.

- Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European journal of operational research*, 2(6), 429-444.
- Chen, Y., Kilgour, D.M., & Hipel, K. W., (2006). Multiple criteria classification with an application in water resources planning, *Computers and operations research*, pp:3301-332.
- Hwang, C. L., Yoon, K., (1981). Multiple attribute decision making, *Berlin: Springer-Verlage*.
- Sexton, T. R., Silkman, R. H., & Hogan, A. J. (1986). Data envelopment analysis: Critique and extensions. *New directions for program evaluation*, 1986(32), 73-105.
- Tohidi, G., Khodadadi, M. Cross-efficiency evaluation based on a interval method. *International journal of data envelopment analysis*, 4(2016), 1023-1030.
- Wang, Y. M., Chin, K. S., & Jiang, P. (2011). Weight determination in the cross-efficiency evaluation. *Computers & industrial engineering*, 61(3), 497-502.
- Wang, Y. M., & Parkan, C. (2005). A minimax disparity approach for obtaining OWA operator weights. *Information sciences*, 175(1-2), 20-29.
- Yager, R. R. (1988). On ordered weighted averaging aggregation operators in multicriteria decisionmaking. *IEEE transactions on systems, man, and cybernetics*, 18(1), 183-190.

