Journal of Decisions and Operational Research

نشریه تصمیم‌گیری و تحقیق در عملیات

دوره ۳، شماره (۳)، پاییز ۱۳۹۷

www.journal-dmor.ir

نشریه تصمیم‌گیری و تحقیق در عملیات، دوره ۳، شماره (۳)، پاییز ۱۳۹۷، صفحه: ۱۹۰-۲۰۳

قیمت‌گذاری و تعیین سیاست بهینه در سیستم‌های تولیدی چند مرحله‌ای با مدت زمان تدارک احتمالی، تقاضا متغیر، کمبود جزئی و نرخ خرابی قطعات

هیبت اله صادقی* ، انور محمودی

گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه کردستان، سنندج، کردستان، ایران.

چکیده

در این مقاله، سیستم‌های تولیدی چندمرحله‌ای با در نظر گرفتن سیاست سفارش‌دهی POQ[1] ، مدت زمان تدارک احتمالی و تقاضای وابسته به قیمت، مورد بررسی قرار گرفته است. فرض می‌شود که مدت زمان تدارک در هر مرحله از تولید، احتمالی بوده و دارای توزیع مشخصی است. در حین تولید در هر مرحله ممکن است قطعه تولیدی در آن مرحله در مدت زمان بیشتر از آنچه که در نظر گرفته شده تولید شود و باعث تاخیر در تولید در آن مرحله شویم؛ به همین علت ممکن است در تحویل محصول نهایی به مشتری دچار تاخیر (کمبود) شویم . در این حالت فرض شده است درصدی از کمبود حالت، پس‌افت بوده و درصد باقی مانده نیز، فروش ازدست‌رفته خواهد شد. هدف از ارائه این مقاله تعیین قیمت فروش بهینه، تعیین مقدار بهینه مدت زمان تدارک و فاصله زمانی بین سفارشات بر اساس سیاست سفارش‌دهی POQ و کمبود جزئی است به طوری که سود کل سیستم حداکثر گردد.

واژه‌های کلیدی: قیمت‌گذاری، مدت زمان تدارک احتمالی، تقاضای متغیر، کمبود جزئی، سیستم تولیدی چندمرحله‌ای.

دریافت: ۱۳۹۷/۳/۶ اصلاح: ۱۳۹۷/۶/۲۰ پذیرش: ۱۳۹۷/۷/۱۱

۱- مقدمه

امروزه، برنامه‌ریزی احتیاجات مواد (MRP) یک سیستم نظام نگر برای برنامه‌ریزی تولید در سیستم های پیچیده تولیدی چند مرحله‌ای است. مطالعات زیادی در مورد MRP انجام شده است و پیشینه تحقیق فراوانی در این زمینه وجود دارد. مطالعات اولیه انجام شده با MRP قطعی سرو کار داشت که در آن MRP در یک چارچوب قطعی بیان می‌شد. اما در دنیای واقعی، حالات مختلفی از عدم قطعیت بر فرآیندهای تولیدی اثر می‌گذارد که این ما را به سمت توسعه MRP غیر قطعی هدایت می‌کند. وجود عدم قطعیت نسبت به اطلاعات ورودی مورد نیاز یک سیستم MRP، در اغلب موارد، امری گریز ناپذیر است چرا که عمدتا در شرایط واقعی، با انواع وقایع پیش بینی نشده مواجه می‌شویم که باعث به وجود آمدن چنین شرایطی می‌شود. از جمله مواردی که می توان به آن ها اشاره کرد عدم اطمینان نسبت به پیش بینی‌های انجام شده، نیاز بازار و نیز توان تولیدی تأمین کنندگان، عدم

[1] Periodic Order Quantity

*عهده‌دار مکاتبات: h.sadeghi@uok.ac.ir

قطعیت در سفارش مشتریان، عدم قطعیت زمان تحویل محصول نهایی به مشتریان به خاطر خرابی‌های احتمالی ماشین‌آلات و غیره که این عدم قطعیت‌ها می‌تواند به صورت فازی و یا احتمالی باشد.

دیدگاه‌های مختلفی برای مقابله با عدم قطعیت در سیستم‌های برنامه‌ریزی احتیاجات مواد بیان شده است. مرسی و ما (۱۹۹۱) روش‌های مقابله با غیر قطعی بودن MRP را به طور کامل شرح داده اند. این روش‌ها را می‌توان به صورت زیر دسته‌بندی نمود:

- *ذخیره‌های ایمنی*[1].
- *زمان‌های تدارک ایمنی*[2] *(مدت زمان تدارک برنامه‌ریزی شده).*
- *خرید تأمینی و تولید مازاد بر برنامه‌ریزی*[3].
- *عامل‌های (فاکتورهای) عملکرد*[4].

مسئله MRP تحت شرایط عدم قطعیت مدت‌زمان تدارک، اغلب از طریق شبیه‌سازی موردمطالعه قرار گرفته است. گوپتا و برنن (۱۹۹۵) نشان دادند که عدم قطعیت مدت زمان تدارک، تأثیر شگرفی بر هزینه کل موجودی‌ها دارد و تحلیل‌های آماری انجام شده توسط براگس(۱۹۹۹) برای روش‌های شبیه‌سازی نشان می‌دهد که مدت زمان تدارک اساسا بر موجودی‌ها تاثیر می‌گذارد. در پیشینه تحقیق، محاسبه مدت زمان تدارک برنامه‌ریزی شده مورد مطالعه قرار گرفته است؛ به عنوان مثال ملدیک و پایپر (۱۹۸۵) یک روش پیش‌بینی برای مدت زمان تدارک بیان کردند که برای حالتی که تقاضا تصادفی است بیان شده است. ویمیرلوو (۱۹۸۶) با استفاده از شبیه‌سازی نشان داد که خطا در پیش‌بینی باعث افزایش موجودی و یا کاهش سطح سرویس می‌شود. مولیندر (۱۹۹۷) همین مسئله را شبیه‌سازی نمود و به جای پیش‌بینی، از شبیه‌سازی تبرید برای تعیین مقدار مناسب ذخیره ایمنی و مدت زمان تدارک ایمنی استفاده کرد و نتایج او نشان می‌دهد که مدت زمان تدارک بالا باعث افزایش موجودی و مقدار کم مدت زمان تدارک باعث کمبود و تاخیر می‌شود. ویبارک و ویلیام (۱۹۷۶) اثبات کردند که استفاده از مدت زمان تدارک ایمنی خیلی موثرتر از ذخیره ایمنی است. کیم و همکاران (۲۰۰۴) یک مدل برای تقاضای ثابت و مدت زمان تدارک با توزیع ارلنگی برای مسائل تک محصولی تک دوره‌ای پیشنهاد دادند و راه حل تقریبی برای آن به دست آوردند. آنها نرخ تنزیل را که رفتار مدل کنترل موجودی تک آیتمی برای حالتی که در آن هم تقاضا و هم مدت زمان تدارک تصادفی هستند تخمین زدند که قابل محاسبه است.

مدل‌های تک دوره‌ای، وابستگی بین ذخیره‌ها را در دوره‌های مختلف متوالی موردتوجه قرار نمی‌دهد. برای بررسی این وابستگی، نیاز به مدل چند دوره است. به طور کلی، مدل‌های تحلیلی برای مسائل کنترل موجودی چند دوره‌ای تحت عدم قطعیت مدت زمان تدارک، خیلی پیچیده است. این به علت دوگانگی در سفارشات است؛ سفارشات ممکن است به صورت تناوب یکسانی که در نظر گرفته شده‌اند، دریافت نشود (هدلی و ویتین، ۱۹۶۲ ؛ کاپلان، ۱۹۷۰؛ زیپکین، ۱۹۸۶). با این حال، مشکل اساسی دیگری که وجود دارد وابستگی مدت زمان تدارک متوالی به متغیرهای تصادفی است (لی و نامیس، ۱۹۹۳).

لولی و دولوی (۲۰۱۳) به بررسی مدل کنترل موجودی تک آیتمی با تقاضای ثابت و مدت زمان تدارک غیر قطعی تحت سیاست سفارش‌دهی دوره ثابت (POQ) و وجود سطح سرویس پرداختند که هدف آن‌ها از این مدل، حداقل کردن مجموع هزینه‌های راه‌اندازی، هزینه نگهداری برای ارضاء محدودیت سطح سرویس است. هناین و همکاران (۲۰۰۸) مدلی برای سیستم‌های تولیدی مرحله‌ای با مدت زمان تدارک احتمالی پیشنهاد داده اند. هدف اصلی در این مسئله، تعیین مقدار بهینه مدت‌زمان تدارک بر اساس سیاست (Lot for Lot) است به نحوی که هزینه کل(مجموع هزینه نگهداری و کمبود) حداقل گردد. در این مدل چندمرحله‌ای، به بررسی مدل چند مرحله‌ای که در هر مرحله، تنها یک قطعه وجود دارد پرداخته شده است

[1] Safety Stocks
[2] Safety Lead Times
[3] Hedging and Over Planning
[4] Yield Factors

و ثابت نمودند که این مسئله مورد بررسی مانند مسئله فروشنده دوره‌گرد است و بر اساس آن مقدار بهینه مدت زمان تدارک برنامه‌ریزی‌شده را تعیین نمودند.

صادقی و همکاران (۲۰۱۳) سیستم‌های تولیدی چندمرحله‌ای با در نظر گرفتن سیاست سفارش‌دهی POQ و مدت زمان تدارک احتمالی موردبررسی قرار دادند. مدت زمان تدارک در هر مرحله از تولید، احتمالی بوده و دارای توزیع مشخصی است؛ همچنین فرض کرده‌اند که مقدار تقاضا در هر دوره، مقدار ثابت و مشخصی است و مقدار تقاضای تمام دوره‌ها با هم برابر است. صادقی و همکاران (۲۰۱۵) مجددا مسئله قبلی (صادقی و همکاران، ۲۰۱۳) را با در نظر گرفتن کمبود جزئی، خرابی قطعات و رضایت‌مندی مشتری مورد بررسی قرار دادند و فرض کردند که میزان تقاضا در هر دوره سفارش‌دهی ثابت و برابر D واحد است.

براساس پیشینه تحقیق بررسی شده، در تحقیقات قبلی، تقاضا به صورت قطعی و ثابت فرض شده است، در حالی که در واقعیت تقاضا می‌تواند متغیر باشد؛ بنابراین هدف از ارائه این مقاله، بررسی سیستم‌های تولیدی چندمرحله‌ای با در نظر گرفتن سیاست سفارش‌دهی POQ، مدت زمان تدارک احتمالی و تقاضای وابسته به قیمت است. در حین تولید در هر مرحله، ممکن است قطعه تولیدی در آن مرحله در مدت زمان بیشتر از آنچه که در نظر گرفته شده است تولید شود و باعث تاخیر در تولید در آن مرحله شویم، به همین علت ممکن است در تحویل محصول نهایی به مشتری دچار تاخیر (کمبود) شویم. در این حالت فرض شده است درصدی از کمبود حالت پس افت یافته و درصد باقی مانده نیز فروش از دست رفته خواهد شد. هدف اصلی، تعیین مقدار بهینه مدت‌زمان تدارک و فاصله زمانی بین سفارشات بر اساس سیاست سفارش‌دهی(POQ) و کمبود جزئی است به طوری که متوسط سود حاصل، حداکثر گردد.

۲- ارائه مدل

تامین کننده محصولی را درنظر بگیرید که محصولات را از بخش تولید دریافت کرده و به خرده‌فروش ارسال می‌کند، تقاضا برای محصول نهایی از سوی خرده فروش به صورت دوره ای و متغیر فرض شده است. تامین کننده براساس تقاضای دریافتی از خرده فروش، سفارشات خود را به تولیدکننده محصول ارسال می‌کند اما با توجه احتمال خرابی ماشین آلات تولیدی، مدت زمان تدارک نیز غیر قطعی است. سیستم تولیدی به صورت خط تولید بوده و شامل چندین مرحله است (شکل ۲). مدت زمان تدارک هر مرحله از تولید احتمالی بوده که برای تمام مراحل تولیدی، توزیع آن‌ها مشخص، یکسان و مستقل در نظر گرفته می شود. سیاست سفارش دهی تامین‌کننده به صورت دوره ثابت (POQ) است؛ به عبارت دیگر تامین‌کننده برای نیاز چند دوره آینده خود سفارش صادر می‌کند. هدف، تعیین مقدار مدت زمان تدارک بهینه، قیمت فروش هر واحد محصول و تعداد دوره های سفارش همزمان است به گونه‌ای که سود موردانتظار کل سیستم حداکثر گردد.

سایر فرضیات و پارامترهای مدل به صورت زیر هستند.

<u>مفروضات مدل</u>

- *تقاضا در هر دوره متغیر بوده و وابسته به قیمت است که از رابطه $D(v) = \alpha \times e^{-\lambda v}$ پیروی می‌کند.*
- *مدت زمان تدارک، احتمالی است.*
- *کمبود موجودی مجاز بوده و به صورت جزئی است.*
- *قطعات در هر مرحله دارای خرابی هست.*

جدول ۱- دسته بندی کلی از پیشینه تحقیق.

نویسنده	سال انتشار	نوع هزینه	سیستم سفارش دهی	روش حل	نوع مدل
دبوت و واسنهاو (۱۹۸۳)	۱۹۸۳	هزینه نگهداری، هزینه سفارش	دسته به دسته	تعیین تابع هدف و سپس با مشتق گیری مقدار بهینه مدت زمان تدارک را تعیین می کند	تک دوره‌ای-تک سطحی
یانگ (۱۹۸۷a)	۱۹۸۷	نگهداری، هزینه دیر کرد	دسته به دسته	تعیین تابع هدف و سپس با مشتق‌گیری مقدار بهینه مدت زمان تدارک را تعیین می‌کند	تک دوره‌ای-تک سطحی-تک قطعه‌ای
یانگ (۱۹۸۷b)	۱۹۸۷	نگهداری، هزینه آماده سازی و هزینه کمبود	دسته به دسته	تعیین تابع هدف و سپس با مشتق‌گیری مقدار بهینه مدت زمان تدارک را تعیین می‌کند	تک دوره‌ای-دو سطحی
چو و همکاران (۱۹۹۳)	۱۹۹۳	نگهداری، کمبود پس‌افت	---	بهینه‌سازی	تک دوره‌ای-تک سطحی- چند قطعه‌ای
گروپ استروم و تنگ (۱۹۹۹)	۱۹۹۹	نگهداری، کمبود پس‌افت	دسته به دسته	استفاده از تابع لاگرانژ و روابط کورش کان تاکر، با مشتق‌گیری از آن جواب بهینه تعیین شده است	تک سطحی
هگدوس و هاپ (۲۰۰۱)	۲۰۰۱	هزینه موجودی و سطح سرویس	دسته به دسته	بهینه‌سازی(حداقل کردن هزینه موجودی بر اساس سطح سرویس مورد نظر)	تک سطحی- چند قطعه‌ای
دویوی و اولد لولی (۲۰۰۲)	۲۰۰۲	نگهداری و کمبود	دسته به دسته	مدلهای مارکوی برای برنامه‌ریزی پویا	تک سطحی- چند قطعه‌ای
الهافسی (۲۰۰۲)	۲۰۰۲	نگهداری، هزینه آماده سازی و هزینه کمبود	دسته به دسته	نشان داده که تابع هزینه غیر خطی بوده سپس از با استفاده از روش هیورستیکی مسئله را حل کرده است	تک دوره‌ای-تک قطعه‌ای - چند سطحی
اولد لولی و دویوی (۲۰۰۲)	۲۰۰۲	نگهداری و کمبود	دسته به دسته	تعیین تابع هدف و سپس با مشتق گیری جواب بهینه را تعیین نمودند	تک سطحی- چند قطعه‌ای
گروپ استروم و تنگ (۲۰۰۳)	۲۰۰۳	نگهداری و کمبود	دسته به دسته	استفاده از تبدیل لاپلاس برای تعیین مقدار بهینه مدت زمان تدارک	تک سطحی- دو قطعه‌ای
هناین و همکاران (۲۰۰۸)	۲۰۰۸	نگهداری و کمبود	دسته به دسته	بررسی مسئله در حالت گسسته	تک سطحی چند مرحله‌ای(سیستمهای متوالی)
چاون و همکاران (۲۰۰۹)	۲۰۰۹	نگهداری، کمبود پس‌افت	---	تعیین جواب بهینه استفاده از روش متاسیورستیک (SA)	تک دوره‌ای-چند سطحی
هناین و همکاران (۲۰۱۰)	۲۰۱۰	نگهداری، کمبود پس‌افت ، هزینه ثابت راه اندازی	POQ	تعیین تابع هدف، که با حل آن حدود بالا و پایینی برای تابع هدف تعیین کرده سپس بر اساس الگوریتم شاخه و حد سعی در تعیین جواب بهینه دارند	تک سطحی-چند قطعه‌ای
لولی و دویوی (۲۰۱۳)	۲۰۱۳	حداقل کردن هزینه‌های راه‌اندازی، هزینه نگهداری برای ارضاء محدودیت سطح سرویس	POQ	با فرض نرمال بودن توزیع قطعات، جواب بهینه را تعیین کرده‌اند	تک سطحی
صادقی و همکاران (۲۰۱۳)	2013	حداقل کردن هزینه‌های راه‌اندازی، هزینه نگهداری و کمبود	POQ	تعیین تابع هدف و سپس با مشتق گیری جواب بهینه را تعیین نمودند	تک سطحی- چند دوره ای
صادقی و همکاران (۲۰۱۵)	2015	حداقل کردن هزینه‌های خرید مواد اولیه، هزینه نگهداری و هزینه کمبود و حداکثر کردن رضایت‌مندی مشتری	POQ	مدل سازی و سپس تعیین جواب بهینه	تک سطحی - چند پریودی
بوردین و همکاران (۲۰۱۷)	2017	حداقل کردن هزینه های نگهداری، کمبود پس‌افت	POQ	مدل سازی و سپس تعیین جواب بهینه	تک سطحی - چند پریودی
جانسون و همکاران (۲۰۱۹)	۲۰۱۹	حداقل کردن هزینه های نگهداری، کمبود پس‌افت	POQ	مدل سازی بر اساس روش مدلهای تک پریودی احتمالی و سپس تعیین جواب بهینه	تک سطحی - چند پریودی

نشریه تصمیم‌گیری و تحقیق در عملیات، دوره ۳ ، شماره (۳)، پاییز ۱۳۹۷ ، صفحه: ۱۹۰-۲۰۳

پارامترهای مدل

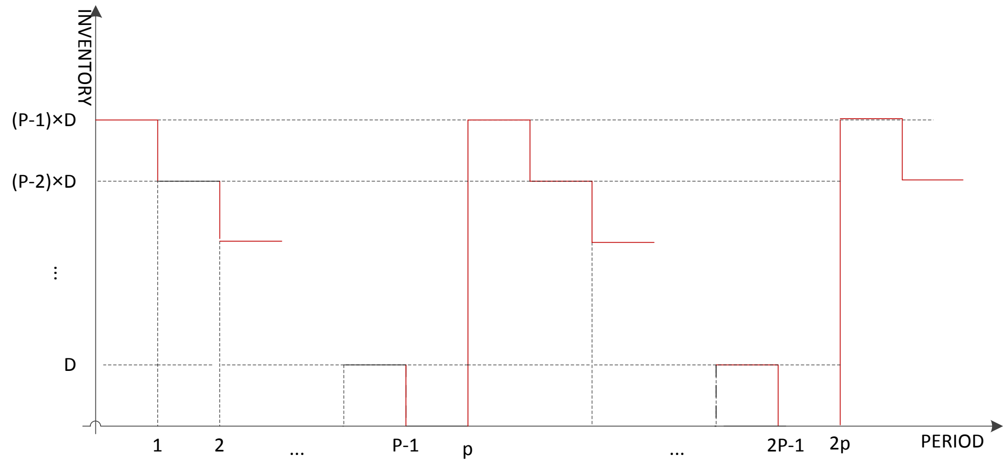
- V: *قیمت فروش هر واحد محصول (متغیر تصمیم).*
- C: *هزینه خرید هر واحد مواد اولیه مورد نیاز.*
- C_i: *هزینه تولید (مونتاژ) هر واحد قطعه iام.*
- $D(v)$: *مقدار تقاضا برای محصول نهایی در هر دوره بر اساس قیمت واحد محصول.*
- n: *تعداد مراحل تولیدی سیستم.*
- h: *هزینه نگهداری هر واحد محصول نهایی در هر دوره.*
- $\hat{\pi}$: *هزینه هر واحد کمبود پس افت در هر دوره.*
- π: *هزینه هر واحد کمبود پس افت در هر دوره.*
- B: *حداکثر مقدار کمبود پس افت.*
- β: *درصدی از کمبود که به صورت پس افت است.*
- l_i: *مدت زمان تدارک واقعی در مرحله iام.*
- L: *مدت زمان تدارک احتمالی کل* ($L=\sum_{i=1}^{m} l_i$).
- $f(l)$: *تابع چگالی مدت زمان تدارک.*
- x_i: *مدت زمان تدارک برنامه‌ریزی شده در مرحله iام.*
- X: *مدت زمان تدارک برنامه‌ریزی‌شده* ($X=\sum_{i=1}^{m} x_i$) *(متغیر تصمیم).*
- P: *دوره ثابت سفارش (فاصله بین هر بار سفارش) (متغیر تصمیم).*
- Q: *مقدار هر بار سفارش.*
- α_i: *درصد خرابی در مرحله iام.*

۲-۱ مدل سازی

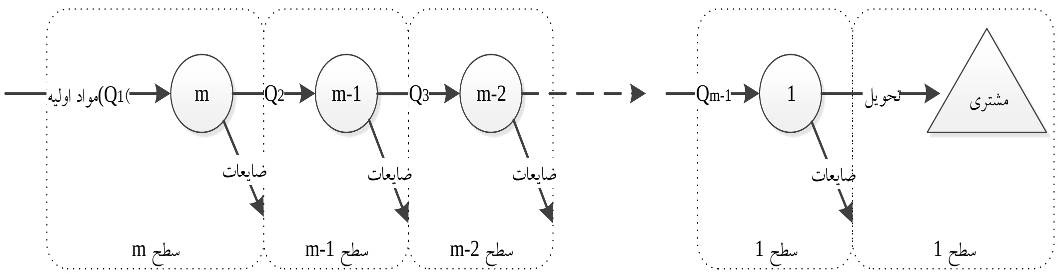
مدت زمان تدارک در هر مرحله از تولید، احتمالی بوده و دارای توزیع مشخصی است؛ همچنین فرض کرده‌اند که مقدار تقاضا در هر دوره، مقدار ثابت و مشخصی است و مقدار تقاضای تمام دوره‌ها با هم برابر است.

همانطور که بیان شد مدت زمان تدارک غیر قطعی است؛ بنابراین فرض می‌کنیم مقدار برنامه‌ریزی شده آن در مدل x است. نحوه سفارش‌دهی به این صورت است که هر بار که سفارش می‌دهیم به اندازه نیاز p دوره (p=1,2,…) سفارش می‌دهیم، پس مقدار هر بار سفارش برابر با $P\times D(v)$ است که در ابتدای دوره‌های $kP+1$ در اختیار ما قرار می‌گیرد ($k=0,1,2,\dots$) و در دوره‌های $kP+r$ ($r=1,2,\dots,P$) هیچ‌گونه سفارشی نداریم (شکل ۱). در این مسئله مدت زمان تدارک برنامه‌ریزی‌شده را باید طوری تعیین کنیم که سود خالص کل حداکثر گردد.

نشریه تصمیم‌گیری و تحقیق در عملیات، دوره ۳، شماره (۳)، پاییز ۱۳۹۷، صفحه: ۱۹۰-۲۰۳



شکل ۱- حالت (ب). مدت زمان تدارک برنامه‌ریزی شده با مقدار واقعی برابر است.



شکل ۲- مراحل تولید محصول.

هزینه‌های موجود در این سیستم شامل هزینه نگهداری محصول نهایی، هزینه کمبود محصول نهایی، هزینه تولید و مونتاژ در هر مرحله و هزینه خرید مواد اولیه است؛ هدف اصلی مدل، تعیین مقدار بهینه سفارش‌دهی و دوره‌های سفارش است به نحوی که تفاضل بین درآمد حاصل از فروش و مجموع هزینه‌های موجود در سیستم حداکثر شود.

قضیه ۱: می‌توان نشان داد تابع سود مسائل برنامه‌ریزی اقلام چند مرحله‌ای با مدت زمان تدارک احتمالی به صورت زیر است.

$$\begin{aligned}
&\hat{\Psi}(x,v,p)= \\
&(v-C)\times\alpha\times e^{-\lambda v}-\alpha\times e^{-\lambda v}\times\sum_{i=1}^{m}\frac{C_i}{\prod_{j=i}^{m}(1-\alpha_j)}-\frac{A}{p}-\frac{(p-1)}{2}h\alpha\times e^{-\lambda v}-h\alpha\times e^{-\lambda v}\times E[x-l] \\
&-\alpha\times e^{-\lambda v}\times\left(h+\hat{\pi}\times\beta+\left(\pi+v-\sum_{i=1}^{m}\frac{C_i}{\prod_{j=i}^{m}(1-\alpha_j)}-C\right)\times(1-\beta)\right)\int_{l>x}\frac{(l-x)(l-x+1)}{2p}f(l)dl
\end{aligned} \qquad (۱)$$

اثبات: برای تعیین تابع سود، ابتدا هزینه های سیستم را بدست آورده سپس از درآمد حاصل از فروش محصول کم می‌کنیم.

هزینه‌های سیستم

- *هزینه‌های نگهداری و کمبود محصول نهایی: برای محاسبه هزینه‌های نگهداری و کمبود محصول نهایی، بستگی به مقدار مدت زمان تدارک برنامه‌ریزی شده و مدت زمان تدارک واقعی سه حالت مختلف رخ می‌دهد. این سه حالت عبارتند از:*
  - *حالت اول: مدت زمان تدارک برنامه‌ریزی‌شده با مقدار مدت زمان تدارک واقعی برابر باشد (شکل ۲). هزینه این حالت برابر است با:*

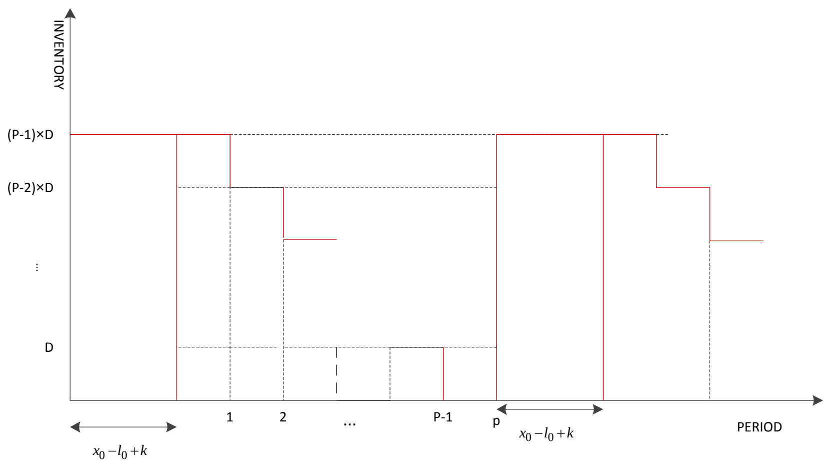
$$\vartheta_1(x,v,p)=\left[A+(p-1)hD(v)+(p-2)hD(v)+\ldots+2hD(v)+hD(v)\right]\times f(l=x)$$
$$=\left[A+\frac{p(p-1)}{2}hD(v)\right]\times f(l=x)=\left[A+\frac{p(p-1)}{2}h\times\alpha\times e^{-\lambda v}\right]\times f(l=x). \quad (۲)$$

- *حالت دوم: مدت زمان تدارک برنامه‌ریزی شده از مقدار مدت زمان تدارک واقعی بزرگتر باشد (شکل۳). در این حالت محصولات تولید شده قبل از موعد تحویل به مشتری آماده می‌شود؛ بنابراین باید تا زمان تحویل کل محصولات تولیدی در انبار نگهداری شود که در این حالت چون محصولات تولیدی قبل از موقع مقرر آماده شده است هزینه کمبود نداریم. هزینه نگهداری محصول نهایی در این حالت به صورت زیر است.*

$$\vartheta_2(x,v,p)=\left[A+\frac{p(p-1)}{2}h\times\alpha\times e^{-\lambda v}+hp\times\alpha\times e^{-\lambda v}(x-l)\right]\times P(l<x) \quad (۳)$$

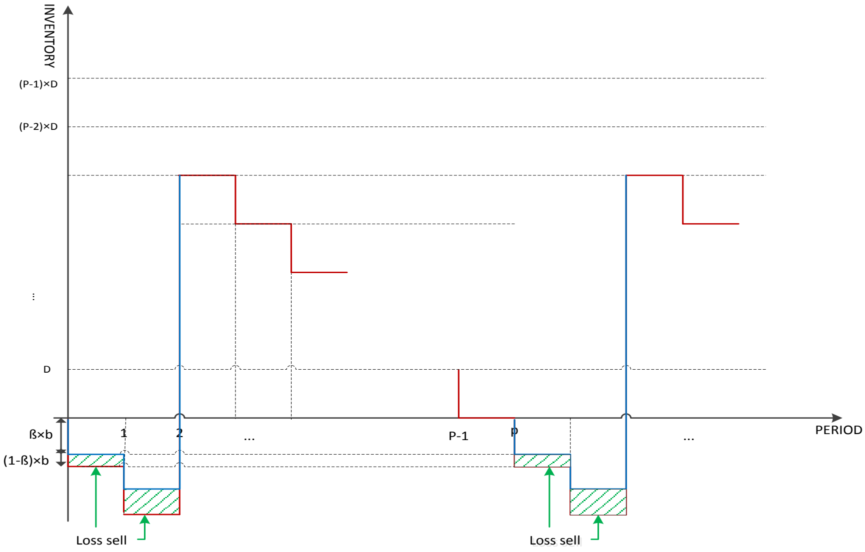
- *حالت سوم: مدت زمان تدارک برنامه‌ریزی شده از مقدار مدت زمان تدارک واقعی کمتر باشد (شکل ۴). در این حالت در تولید محصولات تاخیر ایجاد شده و تولید کننده نمی‌تواند محصولات سفارش داده شده را به موقع بدست مشتری برساند؛ بنابراین سیستم دچار کمبود می‌شود. در حالت کمبود، تمام مشتریان منتظر نمانده و برای تامین محصولات مورد نیاز خود به تامین‌کننده‌ای دیگر مراجعه می‌کنند.*

$$\vartheta_3(x,v,p)=\left[\begin{array}{l} A+\frac{(p-(l-x))(p-1-(l-x))}{2}h\times\alpha\times e^{-\lambda v} \\ +\hat{\pi}\times\beta\times\alpha\times e^{-\lambda v}\times\frac{(l-x)(l-x+1)}{2} \\ +\pi\times(1-\beta)\times\alpha\times e^{-\lambda v}\times\frac{(l-x)(l-x+1)}{2} \end{array}\right]\times P(l>x) \quad (٤)$$



شکل ۳- حالت (ب). مدت زمان تدارک برنامه‌ریزی شده از مدت زمان تدارک واقعی بزرگتر است.

نشریه تصمیم‌گیری و تحقیق در عملیات، دوره ۳، شماره (۳)، پاییز ۱۳۹۷، صفحه: ۱۹۰-۲۰۳



شکل ۴- حالت (ج). مدت زمان تدارک برنامه‌ریزی شده کمتر از مدت زمان تدارک واقعی است.

هزینه تولید و مونتاژ در هر مرحله

در این قسمت ابتدا بر اساس سه حالت بیان شده در بالا مقدار مواد اولیه مورد نیاز را مشخص می‌کنیم. برای این منظور به بررسی میزان تقاضاهای برآورد شده براساس سه حالت بیان شده می پردازیم. درحالت اول و دوم که در قسمت هزینه‌های نگهداری و کمبود محصول نهایی بیان شده است مشخص است که کمبود رخ نمی دهد؛ بنابراین کل تقاضا پاسخ داده می‌شود ولی در حالت سوم که تاخیر رخ داده است مقداری از کمبود به صورت فروش از دست رفته است، بنابراین در این حالت کل تقاضا پاسخ داده نمی‌شود و به میزان کمبود به صورت فروش از دست رفته از کل تقاضا برآورد نمی‌شود.؛ بنابراین با در نظر گرفتن احتمالات هر کدام از این حالات میزان هر بار سفارش از رابطه (۵) تعیین می‌شود.

$$Q = P \times D(v) \times P(L \le x) + P \times \left(D(v) - (1-\beta) \times D(v) \times \frac{(l-x)(l-x+1)}{2P} \right) P(l > x)$$
$$\Rightarrow Q = P \times D(v) - P \times D(v) \times \left((1-\beta) \times \frac{(l-x)(l-x+1)}{2P} \right) P(l > x) \qquad (۵)$$

در هر مرحله از تولید به ازاء هر قطعه تولیدشده، هزینه C_i به سیستم تحمیل می‌شود که مقدار آن به ازاء کل قطعات تولیدشده در آن مرحله برابر با $C_i \times Q_i = C_i \times \frac{Q}{\prod_{j=i}^{m}(1-\alpha_j)}$ است که برای کل مراحل تولید برابر است با

$$\vartheta_4(x,v,p) = \sum_{i=1}^{m} C_i \times Q_i = \sum_{i=1}^{m} C_i \times \frac{Q}{\prod_{j=i}^{m}(1-\alpha_j)} =$$
$$\left(P \times D(v) - \left((1-\beta) \times D(v) \times \frac{(l-x)(l-x+1)}{2} \right) P(l > x) \right) \times \sum_{i=1}^{m} \frac{C_i}{\prod_{j=i}^{m}(1-\alpha_j)}. \qquad (۶)$$

برای ساده سازی روابط به جای $\sum_{i=1}^{m} \frac{C_i}{\prod_{j=i}^{m}(1-\alpha_j)}$ از ϖ استفاده می‌شود.

هزینه خرید مواد اولیه

میزان مواد اولیه موردنیاز برای برآورد تقاضا مطابق رابطه (۵) است و هزینه خرید هر واحد از این مواد، برابر مقدار ثابت C فرض شده است در این صورت هزینه خرید مواد اولیه به صورت زیر است.

$$\vartheta_5(x,v,p)C\times Q = C\times P\times D(v) - C\times D(v)\times\left((1-\beta)\times\frac{(l-x)(l-x+1)}{2}\right)P(l>x) \quad (۷)$$

بر اساس روابط (۲)، (۳)، (۴)، (۶) و (۷) هزینه کل به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\begin{aligned}\vartheta(x,v,p) &= \vartheta_1(x,v,p)+\vartheta_2(x,v,p)+\vartheta_3(x,v,p)+\vartheta_4(x,v,p)+\vartheta_5(x,v,p)\\ &= C\times P\times\alpha\times e^{-\lambda v}+p\times\alpha\times e^{-\lambda v}\times\varpi+A+\frac{p(p-1)}{2}h\times\alpha\times e^{-\lambda v}\\ &\left(hp\times\alpha\times e^{-\lambda v}(x-l)\right)\times P(l<x)-\frac{h\times\alpha\times e^{-\lambda v}(l-x)(2p-1)}{2}\times P(l>x)\\ &+\left(\hat{\pi}\times\beta\times\alpha\times e^{-\lambda v}\frac{(l-x)(l-x+1)}{2}\right)\times P(l>x)\\ &+\left(\pi\times(1-\beta)\times\alpha\times e^{-\lambda v}\frac{(l-x)(l-x+1)}{2}\right)\times P(l>x)\\ &-\left((1-\beta)\times\alpha\times e^{-\lambda v}\times\frac{(l-x)(l-x+1)}{2}\right)P(l>x)\times(\varpi+C)\end{aligned} \quad (۸)$$

محاسبه درآمد

درآمد نیز بر اساس سه حالت بیان شده در بخش قبلی محاسبه می‌شود. اگر حالت اول و دوم رخ دهد کمبود وجود نداشته و به تمام تقاضاها پاسخ داده می‌شود؛ بنابراین مقدار درآمد حاصل از فروش بر اساس رابطه (۹) تعیین می‌شود.

$$v\times P\times D(v) = v\times P\times\alpha\times e^{-\lambda v} \quad (۹)$$

اگر حالت سوم رخ دهد کمبود رخ داده و درصدی از تقاضای فروش از دست رفته است؛ بنابراین مقدار درآمد حاصل از فروش بر اساس رابطه (۱۰) تعیین می‌شود.

$$v\times P\times D(v) - P\times(1-\beta)\times\alpha\times e^{-\lambda v}\frac{(l-x)(l-x+1)}{2\times p} \quad (۱۰)$$

بنابراین مقدار متوسط درآمد را می توان به صورت زیر محاسبه کرد.

$$\mathrm{E}[R] = v\times P\times D(v) - v\times P\times(1-\beta)\times\alpha\times e^{-\lambda v}\frac{(l-x)(l-x+1)}{2\times p}P(l>x) \quad (۱۱)$$

در این صورت سود حاصل از تفاضل درآمد با هزینه تعیین می‌شود. مقدار متوسط سود هر دوره برابر است با

$$\widehat{\Psi}(x,v,p)=\frac{\Psi(x,v,p)}{p}=$$
$$(v-C)\times\alpha\times e^{-\lambda v}-\alpha\times e^{-\lambda v}\times\sum_{i=1}^{m}\frac{C_i}{\prod_{j=i}^{m}(1-\alpha_j)}-\frac{A}{p}-\frac{(p-1)}{2}h\alpha\times e^{-\lambda v}-h\alpha\times e^{-\lambda v}\times E[x-l] \quad (۱۲)$$
$$-\alpha\times e^{-\lambda v}\times\left(h+\hat{\pi}\times\beta+\left(\pi+v-\varpi-C\right)\times(1-\beta)\right)\int_{l>x}\frac{(l-x)(l-x+1)}{2p}f(l)dl.$$

قضیه ۲. تابع سود $\widehat{\Psi}(x,v,p)$ مقعر است.

اثبات: تابع $\widehat{\Psi}(x,v,p)$ مقعر است اگر و تنها اگر روابط (۱۳)، (١٤) و (١٥) برقرار باشد.

$$\frac{\partial^2\widehat{\Psi}(x,v,p)}{\partial x^2}\le 0 \quad (۱۳)$$

$$\frac{\partial^2\widehat{\Psi}(x,v,p)}{\partial v^2}\le 0 \quad (۱۴)$$

$$\frac{\partial^2\widehat{\Psi}(x,v,p)}{\partial x^2}\times\frac{\partial^2\widehat{\Psi}(x,v,p)}{\partial v^2}-\frac{\partial^2\widehat{\Psi}(x,v,p)}{\partial v\,\partial x}\times\frac{\partial^2\widehat{\Psi}(x,v,p)}{\partial x\,\partial v}\ge 0 \quad (۱۵)$$

ابتدا مشتق‌های تابع سود را برحسب متغیرهای تصمیم و همچنین مشتق‌های دوم را محاسبه کرده و به بررسی شرط‌های بیان شده در روابط (۱۳)، (۱۴) و (۱۵) می‌پردازیم.

$$\frac{\partial\widehat{\Psi}(x,v,p)}{\partial x}=-h\alpha\times e^{-\lambda v}$$
$$+(\hat{\pi}\times\beta+\left(\pi+v-\varpi-C\right)\times(1-\beta)+h)\times\alpha\times e^{-\lambda v}\times\frac{1}{2p}\int_{l>x}\left(1+2l-2x\right)\times f(l)dl \quad (۱۶)$$

$$\frac{\partial^2\widehat{\Psi}(x,v,p)}{\partial x^2}=-(\hat{\pi}\times\beta+\left(\pi+v-\varpi-C\right)\times(1-\beta)+h)\times\alpha\times e^{-\lambda v}\times\frac{1}{p}\int_{l>x}f(l)dl \quad (۱۷)$$

$$\frac{\partial^2\widehat{\Psi}(x,v,p)}{\partial x\,\partial v}=-\lambda h\alpha\times e^{-\lambda v}-$$
$$\left(\lambda\left(\hat{\pi}\times\beta+\left(\pi+v-\varpi-C\right)\times(1-\beta)+h\right)-(1-\beta)\right)\times\alpha\times e^{-\lambda v}\times\frac{1}{2p}\int_{l>x}\left(1+2l-2x\right)\times f(l)dl \quad (۱۸)$$

$$\frac{\partial\widehat{\Psi}(x,v,p)}{\partial v}=$$
$$\alpha\times e^{-\lambda v}\left(\begin{array}{l}1-\lambda\times(v-C)+\lambda\times\varpi+\lambda\frac{(p-1)}{2}h+\lambda h\times E[x-l]\\+\frac{\lambda(h+\hat{\pi}\times\beta+\left(\pi+v-\varpi-C\right)\times(1-\beta))-(1-\beta)}{2p}\int_{l>x}(l-x)(l-x+1)f(l)dl\end{array}\right) \quad (۱۹)$$

$$\frac{\partial^2\widehat{\Psi}(x,v,p)}{\partial v^2}=$$
$$-\lambda\times\alpha\times e^{-\lambda v}\left(\begin{array}{l}1-\lambda\times(v-C)+\lambda\times\varpi+\lambda\frac{(p-1)}{2}h+\lambda h\times E[x-l]\\+\frac{\lambda(h+\hat{\pi}\times\beta+\left(\pi+v-\varpi-C\right)\times(1-\beta))-(1-\beta)}{2p}\int_{l>x}(l-x)(l-x+1)f(l)dl\end{array}\right) \quad (۲۰)$$
$$-\lambda\times\alpha\times e^{-\lambda v}+\frac{\lambda\times(1-\beta)}{2p}\alpha\times e^{-\lambda v}\int_{l>x}(l-x)(l-x+1)f(l)dl$$

نشریه تصمیم‌گیری و تحقیق در عملیات، دوره ۳، شماره (۳)، پاییز ۱۳۹۷، صفحه: ۱۹۰-۲۰۳

$$\frac{\partial^2 \widehat{\Psi}(x,v,p)}{\partial v\,\partial x}= \alpha\times e^{-\lambda v}\left(\lambda\times h-\frac{\lambda\times\left[h+\hat{\pi}\times\beta\left(\pi+v-\varpi-C\right)\times(1-\beta)\right]-(1-\beta)}{2p}\times\int_{l>x}\left(1+2l-2x\right)f\,(l)dl\right) \tag{۲۱}$$

همان‌طور که مشخص است $\frac{\partial^2 \widehat{\Psi}(x,v,p)}{\partial x^2}$ **و** $\frac{\partial^2 \widehat{\Psi}(x,v,p)}{\partial x^2}$ **کمتر و مساوی صفر است و همچنین مقدار**

$\frac{\partial^2 \widehat{\Psi}(x,v,p)}{\partial x^2}\times\frac{\partial^2 \widehat{\Psi}(x,v,p)}{\partial v^2}-\frac{\partial^2 \widehat{\Psi}(x,v,p)}{\partial v\,\partial x}\times\frac{\partial^2 \widehat{\Psi}(x,v,p)}{\partial x\,\partial v}$ با فرض اینکه $\frac{hp}{(\hat{\pi}\times\beta+\left(\pi+v-\varpi-C\right)\times(1-\beta)+h)}\le 1$ بزرگتر و مساوی صفر خواهد بود؛ بنابراین تابع $\widehat{\Psi}(x,v,p)$ مقعر است.

۲-۲ مجموع متغیرهای تصادفی مستقل

برای حل مدل ابتدا باید توزیع $l=\sum_{i=1}^{m} l_i$ را تعیین کنیم. همان طور که در بالا اشاره شد مدت زمان تدارک مراحل دارای توزیع‌های یکسان با پارامترهای متفاوت و مستقل از هم است؛ در این صورت می‌توان توزیع متغیر تصادفی l را براحتی بر اساس مفاهیم تابع مولد گشتاور تعیین کرد.

تعریف ۱: اگر $l_1,l_2,...,l_m$ متغیرهای تصادفی مستقل از هم باشند (لازم نیست توزیع یکسانی داشته باشند) و $l=\sum_{i=1}^{m} a_i l_i$ باشد که در آن a_i ثابت هست. آنگاه تابع چگالی احتمال l برابر کانولوشن توابع چگالی احتمال l_i ها خواهد بود و تابع مولد گشتاور آن به صورت زیر خواهد بود.

$$M_l(t)=M_{l_1}(a_1 t)M_{l_2}(a_2 t)...M_{l_m}(a_m t) \tag{۲۲}$$

تعریف ۲: تابع چگالی احتمال m متغیر مستقل $l_1,l_2,...,l_m$ که هر یک دارای یک تابع چگالی احتمال هستند، کانولوشن آن‌ها به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$f_{l_1+l_2+...+l_m}(x)=(f_{l_1} * f_{l_1} *....f_{l_1})(x) \tag{۲۳}$$

۳-۲ محاسبه مقدار بهینه پارامترهای مجهول

با توجه به مقعر بودن تابع سود می‌توان با استفاده از مفاهیم مقعر بودن مقادیر بهینه قیمت فروش، تعداد دوره‌های سفارش همزمان و مدت زمان تدارک برنامه‌ریزی شده را به دست آورد. سپس به p مقادیر...،۱،۲،۳ را اختصاص می‌دهیم و مقدار تابع هدف را به ازاء هر p محاسبه می‌کنیم و این کار را تا زمانی انجام می‌دهیم تا تابع سود دیگر افزایش پیدا نکند.

از تابع سود کل نسبت به مدت زمان تدارک برنامه‌ریزی شده (x) مشتق گرفته و برابر صفر قرار می‌دهیم؛ بر اساس آن مقدار مدت زمان تدارک بهینه تعیین می‌شود.

از تابع سود کل نسبت به قیمت فروش (v) مشتق گرفته و برابر صفر قرار می‌دهیم؛ بر اساس آن مقدار قیمت فروش بهینه تعیین می‌شود.

$$\frac{\partial\hat{\Psi}(x,v,p)}{\partial x}=0\Rightarrow -h\alpha\times e^{-\lambda v}+$$

$$(\hat{\pi}\times\beta+\left(\pi+v-\varpi-C\right)\times(1-\beta)+h)\times\alpha\times e^{-\lambda v}\times\frac{1}{2p}\int_{l>x}\left(1+2l-2x\right)\times f(l)dl=0 \qquad (۲۴)$$

$$\Rightarrow \int_{l>x}\left(0.5+l-x\right)\times f(l)dl=\frac{hp}{(\hat{\pi}\times\beta+\left(\pi+v-\varpi-C\right)\times(1-\beta)+h)}$$

$$\frac{\partial\hat{\Psi}(x,v,p)}{\partial v}=$$

$$\alpha\times e^{-\lambda v}\begin{pmatrix}1-\lambda\times(v-C)+\lambda\times\varpi+\lambda\dfrac{(p-1)}{2}h+\lambda h\times E[x-l]\\ +\dfrac{\lambda(h+\hat{\pi}\times\beta+\left(\pi+v-\varpi-C\right)\times(1-\beta))-(1-\beta)}{2p}\displaystyle\int_{l>x}(l-x)(l-x+1)f(l)dl\end{pmatrix} \qquad (۲۵)$$

$$v=\varpi+\frac{(p-1)}{2}h+h\times E[x-l]$$

$$+\left(h+\hat{\pi}\times\beta+\left(\pi+v-\varpi-C-1\right)\times(1-\beta)\right)\int_{l>x}\frac{(l-x)(l-x+1)}{2p}f(l)dl+\frac{1}{\lambda}+C$$

بنابراین برای حل مسئله به تعداد دوره‌ی سفارش همزمان (p) مقادیر...۱،۲،۳، را اختصاص می‌دهیم و به ازای هر P مشخص از رابطه (۱۵) مقدار مدت زمان تدارک برنامه‌ریزی شده را تعیین می‌کنیم، سپس براساس رابطه (۱۶) مقدار قیمت فروش هر واحد را تعیین می‌کنیم، سپس مقدار سود بهینه را بر اساس رابطه (۲) تعیین می‌کنیم و این کار را تا زمانی انجام می‌دهیم تا تابع سود دیگر افزایش پیدا نکند.

مثال عددی: فرض کنید برای تولید یک واحد محصول ۵ مرحله مختلف لازم باشد. مدت زمان تدارک در هر مرحله دارای توزیع نمایی که مقدار پارامترهای آن مطابق جدول زیر است. هزینه نگهداری هر واحد محصول نهایی برابر ۲۰ واحد پولی و هزینه کمبود هر واحد محصول نهایی در حالت پس افت برابر ۱۰۰ و در حالت فروش از دست رفته برابر ۳۰ است. اگر هزینه ثابت راه‌اندازی برابر ۱۰۰ باشد و تقاضا برای محصول نهایی وابسته به زمان بوده و دارای رابطه $100\times e^{-0.01\times v}$ باشد، همچنین در صورت مواجه با کمبود، ۲۰ درصد از مشتریان ترجیح می‌دهند از خرید خود انصراف دهند.

مقادیر سایر اطلاعات مطابق جدول زیر است.

جدول ۲- داده های ورودی مثال بیان شده.

درصد ضایعات	هزینه تولید	میانگین توزیع	سطح
%۵	۵	۱۰	۱
%۲	۶	۱۵	۲
%۱	۲	۱۲	۳
%۳	۹	۵	۴
%۰	۱۲	۶	۵

قدم اول: تعیین تابع چگالی $l=\sum_{i=1}^{m}l_i$.

طبق تعریف ۲، تابع چگالی l ، دارای توزیع نمایی با پارامتر $\sum_{i=1}^{m}\lambda_i=0.75$ است.

قدم دوم: طبق روابط (۲۴) و (۲۵) مقدار مدت‌زمان تدارک و مقدار قیمت فروش هر واحد را به ازای تعداد دوره‌های همزمان تعیین می‌کنیم.

نشریه تصمیم‌گیری و تحقیق در عملیات، دوره ۳ ، شماره (۳)، پاییز ۱۳۹۷ ، صفحه: ۱۹۰-۲۰۳

$$\int_{l>x}\left(0.5+l-x\right)\times f\,(l)dl=\frac{20p}{93.93416+0.2v}$$

$$1.83\times e^{-0.75x}=\frac{20p}{93.93416+0.2v}$$

$$\Rightarrow x=\frac{1}{-0.75}Ln\left(\frac{1}{1.83}\times\frac{20p}{93.93416+0.2v}\right)$$

$$v=160.32919+\frac{(p-1)}{2}20+20\times(x-1.33)+\left(93.734162+0.2v\right)\frac{2.44e^{-0.75x}}{p}$$

جدول ٣- محاسبه سود نهایی و تعیین مقدار متغیرها.

P	١	٢	٣	۴	۵
مدت زمان تدارک (X)	٢/٨٣٩۴٩	٣/٧٧٨۴۵	۴/٠٣٨٣۶	٣/٨٧٨۵۵	٣/۴٢١۶
قیمت فروش (V)	٢٣١/٣	٢٢٢/۴	٢٢١/۵۶	٢٢٣/٩۶	٢٢٨/١٢
میزان درآمد	٢۴٠٨/٣۵٩	٢۴٩١/۵۵٨	٢۴٩٩/٣٣۴	٢۴٧۶/٩۵٩	٢۴٣٧/٣٧۴
میزان هزینه	١۵۴٧/۶٣۵	١۴٨٩/٢١۵	١۴٧١/١١٠	١۴۶۶/۶٠۴	١۴۶۶/٠٧٠
سود بهینه	٨۶٠/٧٢۴	١٠٠٢/٣۴٣	١٠٢٨/٢٢۴	١٠١٠/٣۵۵	٩٧١/٣٠۴

براساس نتایج بدست آمده برای مثال بیان شده، جواب بهینه نهایی به این صورت است که در هر بار تولید، نیاز ٣ دوره با هم تولید می‌شود؛ مدت زمان تدارک برنامه‌ریزی شده برابر با ٠٣٨٣٦ / ٤ واحد زمانی و بر این اساس قیمت نهایی فروش محصول برابر با ٢٢١/٥٤ خواهد شد که با این قیمت فروش، سود نهایی برابر با ١٠٢٨/٢٢٤ واحد پولی خواهد شد.

٣- نتیجه‌گیری

تحقیقات انجام شده در زمینه قیمت‌گذاری ومدت زمان تدارک احتمالی در سیستم‌های تولیدی تامین اقلام، بسیار ناچیز و منوط به حالات خاص و ساده ای از مدل است. به همین منظور در این مقاله به مدل‌سازی، تعیین مقدار مدت زمان تدارک، دوره سفارش و قیمت تمام شده‌ی محصول نهایی برای برنامه‌ریزی احتیاجات مواد با مدت زمان تدارک غیر قطعی پرداختیم که عدم قطعیت به صورت احتمالی در نظر گرفته شد. مدل موردبررسی در این مقاله، سیستم‌های تولیدی چندمرحله‌ای با مدت زمان تدارک احتمالی بوده است. هدف در این مدل‌ها و الگوریتم ها به حداقل رساندن مجموع هزینه‌های نگهداری برای اجزاء، هزینه کمبود برای محصول پایانی، هزینه نگهداری برای محصول پایانی و هزینه راه‌اندازی است؛ هدف اصلی در این مقاله با توجه به بحث قیمت‌گذاری به صورت حداکثر کردن سود کل بیان شد. در مقایسه با مدل های ارائه شده، این تابع هزینه کامل‌تر بود و نتایج مناسب‌تری ارائه گردید. در این مقاله، فرض شد که توزیع‌های احتمالی مراحل تولید، یکسان و مستقل از هم هستند که بر اساس آن نیاز است که ابتدا مجموع n توزیع یکسان مستقل را محاسبه کنیم . مساله مورد بررسی در حالت توزیع پیوسته مدل سازی گردید و بر اساس آن، مقادیر بهینه فاصله بین دو سفارش متوالی و مدت زمان تدارک برنامه‌ریزی شده کل قیمت فروش واحد محصول بدست آمد..

منابع

Murthy, D. N. P., & Ma, L. (1991). MRP with uncertainty: a review and some extensions. *International journal of production economics*, *25*(1-3), 51-64.

Gupta, S. M., & Brennan, L. (1995). MRP systems under supply and process uncertainty in an integrated shop floor control environment. *The international journal of production research*, *33*(1), 205-220.

Bragg, D. J. (1999). The effects of partial order release and component reservation on inventory and customer service performance in an MRP environment. *International journal of production research*, *37*(3), 523-538.

Melnyk, S. A., & Piper, C. J. (1985). Leadtime errors in MRP: the lot-sizing effect. *International journal of production research*, *23*(2), 253-264.

Wemmerlöv, U. (1986). A time-phased order-point system in environments with and without demand uncertainty: a comparative analysis of non-monetary performance variables. *International journal of production research*, *24*(2), 343-358.

Molinder, A. (1997). Joint optimization of lot-sizes, safety stocks and safety lead times in an MRP system. *International journal of production research*, *35*(4), 983-994.
Whybark, D. C., & Williams, J. G. (1976). Material requirements planning under uncertainty. *Decision sciences*, *7*(4), 595-606.
Kim, J. G., Sun, D., He, X. J., & Hayya, J. C. (2004). The (s, Q) inventory model with Erlang lead time and deterministic demand. *Naval research logistics (NRL)*, *51*(6), 906-923.
Hadley, G., & Whitin, T. M. (1962). Analysis of inventory systems. Prentice-Hall.
Kaplan, R. S. (1970). A dynamic inventory model with stochastic lead times. *Management science*, *16*(7), 491-507.
Zipkin, P. (1986). Stochastic leadtimes in continuous-time inventory models. *Naval research logistics quarterly*, *33*(4), 763-774.
Lee, H. L., & Nahmias, S. (1993). Single-product, single-location models. *Handbooks in operations research and management science*, *4*, 3-55.
Louly, M. A., & Dolgui, A. (2013). Optimal MRP parameters for a single item inventory with random replenishment lead time, POQ policy and service level constraint. *International journal of production economics*, *143*(1), 35-40.
Hnaien, F., Dolgui, A., & Louly, M. A. O. (2008). Planned lead time optimization in material requirement planning environment for multilevel production systems. *Journal of systems science and systems engineering*, *17*(2), 132.
Sadeghi, H., Makui, A., & Heydari, H. (2013). Determining the periodicity and planned lead time in serial-production systems with dependent demand and uncertain lead time. *Uncertain supply chain management*, *1*(2), 87-98.
Sadeghi, H., Makui, A., & Heydari, M. (2015). Multi-objective optimization for inventory control in serial-production systems with dependent demand and uncertainty of lead times. *MAGNT research report, 3*(4), 247-254.
De Bodt, M. A., & Van Wassenhove, L. N. (1983). Cost increases due to demand uncertainty in MRP lot sizing. *Decision sciences*, *14*(3), 345-362.
Yano, C. A. (1987a). Setting planned leadtimes in serial production systems with tardiness costs. *Management science*, *33*(1), 95-106.
Yano, C. A. (1987b). Stochastic leadtimes in two-level assembly systems. *IIE transactions*, *19*(4), 371-378.
Chu, C., Proth, J. M., & Xie, X. (1993). Supply management in assembly systems. *Naval research logistics (NRL)*, *40*(7), 933-949.
Grubbström, R. W., & Tang, O. (1999). Further developments on safety stocks in an MRP system applying Laplace transforms and input–output analysis. *International journal of production economics*, *60*, 381-387.
Hegedus, M. G., & Hopp, W. J. (2001). Due date setting with supply constraints in systems using MRP. *Computers & industrial engineering*, *39*(3-4), 293-305.
Dolgui, A., & Ould-Louly, M. A. (2002). A model for supply planning under lead time uncertainty. *International journal of production economics*, *78*(2), 145-152.
Elhafsi, M. (2002). Optimal leadtimes planning in serial production systems with earliness and tardiness costs. *IIE transactions*, *34*(3), 233-243.
Ould-Louly, M. A., & Dolgui, A. (2002). A polynomial algorithm for the MPS parameterization under uncertainty. *IFAC proceedings volumes*, *35*(1), 19-24.
Tang, O., & Grubbström, R. W. (2003). The detailed coordination problem in a two-level assembly system with stochastic lead times. *International journal of production economics*, *81*, 415-429.
Chauhan, S. S., Dolgui, A., & Proth, J. M. (2009). A continuous model for supply planning of assembly systems with stochastic component procurement times. *International journal of production economics*, *120*(2), 411-417.
Hnaien, F., Delorme, X., & Dolgui, A. (2010). Multi-objective optimization for inventory control in two-level assembly systems under uncertainty of lead times. *Computers & operations research*, *37*(11), 1835-1843.
Louly, M. A., & Dolgui, A. (2013). Optimal MRP parameters for a single item inventory with random replenishment lead time, POQ policy and service level constraint. *International journal of production economics*, *143*(1), 35-40.
Borodin, V., Hnaien, F., & Dolgui, A. (2017). Random lead times in replenishment planning for single-level assembly systems: The value of information. *IFAC-PapersOnLine*, *50*(1), 1205-1210.
Jansen, S., Atan, Z., Adan, I., & de Kok, T. (2019). Setting optimal planned leadtimes in configure-to-order assembly systems. *European journal of operational research*, *273*(2), 585-595.

نشریه تصمیم‌گیری و تحقیق در عملیات، دوره ۳، شماره (۳)، پاییز ۱۳۹۷، صفحه: ۲۰۳-۱۹۰