

Paper Type: Original Article



# A Multi-Objective Mathematical Model for the Multi-Warehouse Order Picking System Using Benders Decomposition Algorithm

Fatemeh Nikkhoo<sup>1</sup>, Ali Hosseinzadeh Kashan<sup>1,\*</sup> , Bakhtiar Ostadi<sup>1</sup>, Ehsan Nikbakhsh<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Department of Industrial Engineering, Faculty of Industrial and Systems Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran; fatemeh.nikkhoo@modares.ac.ir; a.kashan@modares.ac.ir; bostadi@modares.ac.ir; nikbakhsh@modares.ac.ir.

### Citation:



Nikkhoo, F., Hosseinzadeh Kashan, A., Ostadi, B., & Nikbakhsh, E. (2023). A multi-objective mathematical model for the multi-warehouse order picking system using Benders decomposition algorithm. *Journal of decisions and operations research*, 8(4), 1050-1071.

Received: 03/05/2023

Reviewed: 05/06/2023

Revised: 09/07/2023

Accepted: 21/08/2023

## Abstract

**Purpose:** The order-picking problem is important as one of the warehouse's logistics activities. This problem is defined as collecting orders from different warehouse locations to respond to customers' orders quickly. This paper aims to provide a multi-objective mathematical programming model for integrating the decisions of batching, routing, and scheduling of selectors with the packaging problem in a multi-warehouse environment. The objective functions include depreciation of the delivery times and total order picking costs.

**Methodology:** In this research, first, by reviewing the literature in the field of order picking, the research gaps of the problem have been identified. Then, taking into account the main constraints of the problem, a multi-objective mathematical model has been formulated for the multi-warehouse order-picking problem. The classic Benders decomposition algorithm and the accelerated Benders decomposition algorithm have been used to solve the problem. The data related to the warehouses of a company producing sanitary products in Iran was used as a case study to validate the applicability of the proposed model, and its results were reported in the article.

**Findings:** The proposed model's results indicate that CPLEX can solve these problems up to small sizes in an acceptable time. Also, the numerical results show the performance of the Benders decomposition algorithm and the accelerated Benders algorithm as suitable alternatives for solving the model in large-sized problems. The calculation results obtained from the implementation of the solution methods for the proposed model showed that in terms of the number of iterations and the calculation time, the accelerated Benders algorithm had better results than the classic Benders algorithm.

**Originality/Value:** In this research, the order-picking problem with the integrity of operational decisions has been formulated as a multi-objective mathematical model for a multi-warehouse environment for the first time. Also, in this article regarding the solution method, exact solution approaches have been used for the first time considering the structure of the problem. The computation results show that the proposed algorithms are efficient and suitable methods for problem-solving.

**Keywords:** Order batching, Picker routing, Multi-warehouse, Order picking, Benders decomposition.



Corresponding Author: a.kashan@modares.ac.ir



Licensee. **Journal of Decisions and Operations Research**. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0>).



## ارایه مدل ریاضی چندهدفه برای مساله برداشت سفارش چندانباره و حل آن با استفاده از الگوریتم تجزیه بندرز

فاطمه نیکخوا، علی حسین‌زاده کاشان<sup>۱\*</sup>، بختیار استادی<sup>۱</sup>، احسان نیک‌بخش<sup>۱</sup>

گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی صنایع و سیستم‌ها، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران.

### چکیده

**هدف:** مساله برداشت سفارش به‌عنوان یکی از فعالیت‌های لجستیکی انبار از اهمیت به‌سزایی برخوردار است. این مساله، جمع‌آوری سفارش‌ها از مکان‌های مختلف انبار برای پاسخ به سفارش مشتریان در کمترین زمان ممکن تعریف شده است. هدف از این تحقیق، ارایه یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی چندهدفه برای یکپارچه‌سازی تصمیمات دسته‌بندی، مسیریابی، زمان‌بندی برداشت‌کنندگان و ترکیب آن با مساله بسته‌بندی در محیط چندانباره است. تابع هدف مدل ریاضی پیشنهادی شامل کمینه‌سازی زمان تحویل دسته‌ها و کمینه‌سازی مجموع هزینه‌های برداشت سفارش می‌باشد.

**روش‌شناسی پژوهش:** در این پژوهش، ابتدا با مرور ادبیات در حوزه برداشت سفارش شکاف‌های تحقیقاتی مساله شناسایی شده است. سپس، با در نظر گرفتن محدودیت‌های اصلی مساله، یک مدل ریاضی چندهدفه برای مساله برداشت سفارش چندانباره فرموله شده است. برای حل مساله از الگوریتم بندرز کلاسیک و الگوریتم بندرز تسریع شده استفاده شده است. به جهت اعتبارسنجی و کاربردپذیری مدل پیشنهادی، از داده‌های مربوط به انبارهای یک شرکت تولیدکننده محصولات بهداشتی در ایران به‌عنوان مطالعه موردی استفاده شده و نتایج آن در مقاله گزارش شده است.

**یافته‌ها:** نتایج اجرای مدل پیشنهادی نشان داد که سیپلکس قادر است مساله برداشت سفارش ارایه شده را تا ابعادی کوچک در یک زمان قابل قبول حل کند. هم‌چنین، نتایج عددی نشان‌دهنده عملکرد الگوریتم تجزیه بندرز و الگوریتم بندرز تسریع شده به‌عنوان گزینه‌هایی مناسب برای حل مدل در مسایل با ابعاد بزرگ است. نتایج محاسباتی حاصل از اجرای روش‌های حل برای مدل پیشنهادی نشان داد که از منظر تعداد تکرارها و زمان محاسباتی، الگوریتم بندرز تسریع شده نسبت به الگوریتم بندرز کلاسیک نتایج بهتری داشته است.

**اصالت/ارزش‌افزوده علمی:** در این تحقیق، برای نخستین بار مساله برداشت سفارش با ملاحظات یکپارچگی تصمیمات عملیاتی در قالب یک مدل ریاضی چندهدفه برای محیط چندانباره فرموله شده است. هم‌چنین در خصوص روش حل نیز، با در نظر گرفتن ساختار مساله، در این مقاله برای نخستین بار از رویکردهای حل دقیق استفاده شده است. نتایج مستخرج از محاسبات صورت‌گرفته حاکی از آن است که الگوریتم‌های مورد استفاده روشی کارا و مناسب برای حل مسایل بوده است.

کلیدواژه‌ها: برداشت سفارش، چندانباره، دسته‌بندی سفارش‌ها، مسیریابی برداشت‌کنندگان، الگوریتم تجزیه بندرز.

### ۱- مقدمه

در دنیای امروز یکی از پایه‌های اساسی زنجیره‌های تامین مفهوم مدیریت انبار است. در شبکه زنجیره‌تامین محصولات از جمله مواد خام، کالاهای نیمه‌کاره و کالاهای نهایی به جهت انتقال از نقاط مبدأ به نقاط مصرف و یا انتقال از یک کارخانه در یک شهر به کارخانه‌ای در شهری دیگر به‌صورت فیزیکی حمل‌ونقل می‌شوند. این کالاها در طول مسیر حمل‌ونقل و یا پس از رسیدن به نقطه مقصد برای یک دوره زمانی معین ذخیره یا نگهداری می‌شوند. انبار در شبکه زنجیره‌تامین یک تسهیل برای انبارش کالا بوده که در نهایت آن کالاهای ذخیره شده

\* نویسنده مسئول





جهت مصرف به سطوح پایین تر زنجیره منتقل می شوند. با رشد روزافزون تنوع محصولات و اهمیت کوتاه شدن زمان پاسخگویی به تقاضای مشتریان کارایی و کارآمدی شبکه توزیع تا حد زیادی به عملکرد انبارها وابسته می باشد. از این رو استفاده از ابزارهای پیشرفته برای کنترل و برنامه ریزی انبار در چنین محیط پیچیده ای بسیار ضروری به نظر می رسد. سیر مقالات در سال های اخیر نیز خود گواهی بر این مدعا بوده و نشان می دهد که محققان بسیاری مفهوم مدیریت انبار را از جنبه های مختلفی مورد بررسی قرار داده اند.

فعالیت های بسیاری در انبار انجام می شود، در این میان برداشت سفارش به عنوان یکی از فعالیت های اصلی انبار، فرآیند بازیابی اقلام از مکان های انبارش مشخص برای پاسخ به سفارش مشتری تعریف شده است. این فرآیند در مقایسه با سایر فعالیت ها پرزحمت ترین و زمان برترین فرآیند است. به طوری که برخی از محققان تخمین زده اند، برداشت سفارش به تهابی تا ۵۵% مجموع هزینه های عملیاتی انبارداری را به خود اختصاص داده است. علاوه بر این، با توجه به مقاله تامپکین و همکاران [1]، مجموع زمان برداشت در یک تور به ۱۰% راه اندازی، ۵۰% سفر، ۲۰% جست و جو، ۱۵% برداشت و ۵% سایر فعالیت ها قابل تقسیم است. به علت اهمیت مساله برداشت سفارش، مدیران انبار در تلاش هستند تا از طریق بهینه سازی سیستم برداشت رضایت مشتریان را بهبود دهند. در این راستا، کاهش زمان انجام عملیات برداشت سفارش و نهایتا کاهش هزینه های انبارداری ضروری است. در سیستم های برداشت سفارش، سفارش های مشتریان قبل از تخصیص<sup>۱</sup> به برداشت کننده قابلیت دسته بندی<sup>۲</sup> دارند. در مرحله دسته بندی، از آنجایی که همه سفارش های یک دسته باید توسط یک برداشت کننده انجام شود، باید ظرفیت برداشت کنندگان در نظر گرفته شود. پس از عملیات دسته بندی، دسته ها به برداشت کننده اختصاص داده شده و سپس مسیریابی<sup>۳</sup> برداشت کننده ها انجام می شود. در این مرحله، هر برداشت کننده برای برداشت سفارش ها توری را تشکیل می دهد و پس از طی کردن مسیر بین راهروها و با در نظر گرفتن توقف در هر یک از محل های انبارش اقلام را جمع آوری می کند. مساله مسیریابی برداشت کننده مشخص کردن ترتیب مکان هایی است که برداشت کننده باید مورد بازدید قرار دهد به گونه ای که کل مسافت پیموده شده حداقل شود [2].

در این مقاله، برای نخستین بار، سیستم برداشت سفارش با در نظر گرفتن چندین انبار با استفاده از رویکرد مدل سازی ریاضی مورد بررسی قرار گرفته است. در سیستم برداشت سفارش چندانباره پیشنهادی، تصمیمات دسته بندی، تخصیص، مسیریابی، زمان بندی برداشت کنندگان و هم چنین مساله بسته بندی<sup>۴</sup> در قالب یک مساله ترکیبی و به صورت هم زمان بهینه سازی شده است. مدل ریاضی پیشنهادی مساله به صورت چندهدفه است که شامل توابع هدف کمینه سازی زمان تحویل دسته ها و کمینه سازی مجموع هزینه های مربوطه است. برای حل مدل چندهدفه از روش تقویت یافته لای و هوآنگ [3] استفاده شده است. هم چنین در این مقاله، برای نخستین بار از الگوریتم تجزیه بندرز به عنوان روشی دقیق برای حل مساله استفاده شده است. از دیگر نوآوری های این تحقیق، پیاده سازی رویکرد پیشنهادی برای یک مطالعه موردی واقعی در یکی از شرکت های تولیدی است و نهایتا ارایه چند تحلیل حساسیت بر روی پارامترهای اصلی مساله و تجزیه و تحلیل نتایج بر جذابیت های مساله افزوده است.

محتوای این مقاله در ۶ بخش سامان دهی شده است. در بخش ۱ مقدمه تحقیق، اهمیت مساله و نوآوری های تحقیق بیان شد. در بخش ۲ به مرور ادبیات در حوزه مسایل برداشت سفارش و مقالات مهم و جدید مرتبط با آن پرداخته شده است. در بخش ۳ مساله برداشت سفارش چندانباره به طور کامل تبیین و مفروضات و مدل ریاضی آن ارایه شده است. در بخش ۴، روش حل مساله به طور کامل تشریح شده است، در بخش ۵ به نتایج عددی و تحلیل روش حل و هم چنین چند تحلیل حساسیت پرداخته شده است و نهایتا در بخش ۶، جمع بندی و نتیجه گیری تحقیق آورده شده است.

## ۲- پیشینه پژوهش

مساله برداشت سفارش شامل تصمیم های طراحی چیدمان، تخصیص محل انبارش، دسته بندی سفارش ها و مسیریابی برداشت کنندگان است [4]. این مسایل تصمیم گیری، در سال های اخیر، به منظور کاهش هزینه های عملیاتی و افزایش سطح خدمت رسانی به مشتریان به صورت یکپارچه مورد بررسی قرار گرفته است. در ادامه به مرور انواع مختلف مسایل یکپارچه پرداخته شده است.

<sup>1</sup> Assigning

<sup>2</sup> Batching

<sup>3</sup> Routing

<sup>4</sup> Bin packing problem



تخصیص مکان انبار و مسیریابی از جمله تصمیمات مهمی است که به صورت ترکیبی مورد توجه محققان بسیاری قرار گرفته است. چن و چن [5] به منظور افزایش بهره‌وری سیستم برداشت سفارش، سیاست‌های تخصیص انبار مانند تصادفی و ذخیره بر اساس گروه‌بندی را با روش‌های مسیریابی مانند S شکل، بازگشتی و یا ترکیبی به صورت هم‌زمان مورد بررسی قرار دادند. نتایج مدل شبیه‌سازی آن‌ها با استفاده از نرم‌افزار ارنا نشان داد که انتخاب فاکتورهای مختلف کارایی‌های متفاوتی برای سیستم برداشت سفارش دارد. شکیر و همکاران [6] اثر پارامترهای مختلف انبار را بر روی زمان سفر تحلیل کردند. آن‌ها به منظور تخمین زمان سفر طراحی‌های مختلف انبار را با ترکیب تصمیمات تخصیص و مسیریابی با استفاده از مدل‌سازی عامل بنیان<sup>۱</sup> شبیه‌سازی کردند. دیجکسترا و رودبرگن [7] با هدف کاهش زمان سفر برداشت کنندگان و با در نظر گرفتن انبار چندراهرویی و چندکالایی از چهار روش مسیریابی ابتکاری به نام‌های بازگشتی، S شکل، بزرگ‌ترین شکاف و مسیریابی میانی استفاده کردند. در تحقیق آن‌ها، نتایج پیاده‌سازی الگوریتم برنامه‌ریزی پویا نشان داد روش‌های بزرگ‌ترین شکاف و مسیریابی میانی نتایج قابل‌قبولی نسبت به سایر روش‌ها دارند. کوادر و کاستیلو [8] طراحی سیستم‌های برداشت سفارش چند راهرویی را با ملاحظات تخصیص انبارش و مسیریابی برداشت کنندگان بررسی کردند. در تحقیق آن‌ها، مدل شبیه‌سازی پیشامد گسسته برای مقایسه مدل‌های برداشت سفارش تک راهرویی و چند راهرویی پیشنهاد شده است. نتایج اجرای شبیه‌سازی نشان داد که مدل‌های چند راهرویی در مقایسه با مدل‌های تک راهرویی کارایی بهتری دارد. ژانگ و همکاران [9] مسیریابی و تخصیص مکان انبارش را با توجه به الگوی همبستگی تقاضا مدل‌سازی کردند. در مدل ریاضی عدد صحیح پیشنهادی آن‌ها، با هدف کاهش مسافت طی شده از استراتژی مسیریابی S شکل استفاده شده و برای حل آن الگوریتم شبیه‌سازی تبرید توسعه داده شده است.

دسته‌بندی سفارش‌ها و مسیریابی تصمیمات مهم و عملیاتی هستند که در ادبیات تحقیق مورد بررسی قرار گرفته‌اند. متیوسیاک و همکاران [10] جهت حل مساله یکپارچه دسته‌بندی و مسیریابی از روش شبیه‌سازی تبرید استفاده کردند. نوآوری مدل ترکیبی آن‌ها ارایه روشی برای حل دسته‌بندی سفارش با در نظر گرفتن محدودیت اولویت برای توره‌های برداشت سفارش است. چنگ و همکاران [11] برای حل مساله ترکیبی دسته‌بندی سفارش‌ها و مسیریابی برداشت‌کننده‌ها از رویکرد ترکیبی بهینه‌سازی ازدحام ذرات<sup>۲</sup> و بهینه‌سازی کلونی مورچگان<sup>۳</sup> استفاده کرده‌اند. در مطالعه آن‌ها مقادیر بهینه متغیرهای تصمیم اندازه سفارش در هر دسته و مسیر سفر برداشت‌کننده با هدف کاهش مسافت سفر تعیین شده است. اونسان [12] مساله دسته‌بندی سفارش‌ها را با در نظر گرفتن سیاست‌های مسیریابی گذری، بازگشتی و نقاط میانی انجام داد. وی برای نخستین بار مدل برنامه‌ریزی ریاضی خطی عدد صحیح مختلط برای ترکیب مسایل مذکور ارایه داده و برای حل مدل ریاضی پیشنهادی از الگوریتم جست‌وجوی محلی تکراری استفاده کرده است. لین و همکاران [13] الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات را توسعه داده و از آن برای حل هم‌زمان مساله دسته‌بندی سفارش‌ها و مسیریابی برداشت‌کننده‌ها استفاده کردند. آن‌ها در قالب یک مطالعه موردی نشان دادند که الگوریتم PSO توسعه‌یافته نسبت به الگوریتم PSO سنتی کارایی بهتری داشته و برای محیط‌های عملی مناسب می‌باشد. وله و همکاران [14] مساله ترکیبی دسته‌بندی سفارش‌ها و مسیریابی برداشت‌کننده‌ها را باهدف کاهش هزینه در قالب مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح فرموله کرده و برای حل آن از الگوریتم شاخه و برش استفاده کردند. آرت و همکاران [15] یک مدل مسیریابی خوشه‌ای برای مساله دسته‌بندی سفارش و مسیریابی برداشت‌کننده ارایه کردند. در تحقیق آن‌ها، عملکرد معیار دسته‌بندی مبتنی بر هاسدورف<sup>۴</sup> در انبارهای مستطیلی با راهروهای موازی بررسی شده است. کوهن و همکاران [16] مساله یکپارچه‌سازی دسته‌بندی و مسیریابی برداشت‌کننده را برای صنعت خرده‌فروشی مواد غذایی پیاده‌سازی کردند. برای حل مدل ریاضی، آن‌ها یک الگوریتم ابتکاری مبتنی بر الگوریتم جست‌وجوی همبستگی توسعه دادند و نشان دادند که رویکرد پیشنهادی آن‌ها می‌تواند برای صنایع دیگر مانند خودروسازی نیز پیاده‌سازی شود. واگنر و مونچ [17] با در نظر گرفتن وسایل نقلیه ناهمگن مساله دسته‌بندی سفارش‌ها را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها برای حل مدل از الگوریتم جست‌وجوی همسایگی متغیر استفاده کردند. نتیجه به‌کارگیری این الگوریتم برای چندین مثال عددی نشان داد که روشی سریع برای حل مساله طراحی شده است.

برخی از نویسندگان اثر یکپارچه‌سازی تصمیمات تخصیص مکان انبار، دسته‌بندی و مسیریابی را بر روی کارایی سیستم برداشت سفارش تحلیل کرده‌اند. چن و همکاران [18] چارچوب جدیدی برای ارزیابی سیستم برداشت سفارش با ترکیب تصمیمات تخصیص مکان، دسته‌بندی و مسیریابی ارایه دادند. آن‌ها با استفاده از روش تحلیل پوششی داده‌ها و شبیه‌سازی مونت‌کارلو با در نظر گرفتن شاخص‌هایی

<sup>1</sup> Agent-Based Modelling (ABM)

<sup>2</sup> Particle Swarm Optimization (PSO)

<sup>3</sup> Ant Colony Optimization (ACO)

<sup>4</sup> Hausdorff



نظیر سطح سرویس و هزینه‌های عملیاتی مدلی جامع برای ارزیابی و انتخاب ترکیب ایده‌آل سیاست‌های برداشت سفارش به مدیران انبار معرفی کردند. هسیه و هوانگ [19] باهدف بهبود عملکرد مراکز توزیع، تاثیر یکپارچه‌سازی استراتژی‌های تخصیص انبار، دسته‌بندی سفارش‌ها و مسیریابی برداشت‌کننده‌ها را بر روی کارایی کلی سیستم‌های برداشت سفارش بررسی کردند. آن‌ها در تحقیق خود برای دسته‌بندی چهار نوع سفارش از شبکه عصبی خودسازمانده<sup>۱</sup> و الگوریتم خوشه‌بندی *K-means* استفاده کرده و نشان دادند که برای سفارش‌های با ابعاد بزرگ استراتژی‌های انبارش ناحیه‌ای و تصادفی نسبت به سایر استراتژی‌ها اهمیت بیشتری دارد. انه و ازترک [20] با استفاده از مدل‌سازی ریاضی دومرحله‌ای و بهینه‌سازی تکاملی تصادفی مساله برداشت سفارش ترکیبی را مطالعه کردند. آن‌ها در مرحله اول مساله تخصیص مکان انبار با بهره‌گیری از سیاست ذخیره‌سازی بر اساس گروه‌بندی را در قالب یک مدل ریاضی عدد صحیح فرموله کردند. سپس در مرحله دوم با هدف کاهش هزینه سفر مساله مسیریابی و دسته‌بندی را برای سیستم برداشت سفارش صنعت خودرو پیاده‌سازی کردند. هن و واچر [21] از الگوریتم فرا ابتکاری جستجوی ممنوعه برای حل مساله دسته‌بندی سفارش‌ها در یک سیستم برداشت دستی استفاده کردند. در تحقیق آن‌ها، دو استراتژی مسیریابی *s*، شکل و بزرگ‌ترین شکاف برای مسیرها در نظر گرفته شده است. چاکلسون و همکاران [22] از روش طراحی آزمایشات و شبیه‌سازی برای ارزیابی سیستم برداشت سفارش استفاده کردند. نتایج پیاده‌سازی رویکرد ترکیبی آن‌ها برای یک شرکت خرده‌فروشی در اسپانیا نشان داد که یکپارچگی استراتژی‌های تخصیص مکان انبار، مسیریابی و دسته‌بندی زمان کل برداشت سفارش‌ها را به‌طور قابل ملاحظه‌ای کاهش داده است. اسپولز و واچر [23] در قالب یک مساله ترکیبی بهینه‌سازی ریاضی استراتژی تصادفی تخصیص انبار و تصمیمات دسته‌بندی و مسیریابی برداشت‌کننده را بررسی کردند. آن‌ها با استفاده از الگوریتم جست‌وجوی محلی<sup>۲</sup> مدل پیشنهادی خود را برای انبارهای چندبلوکی اجرا کرده و خروجی مدل را برای ابعاد مختلف آنالیز کردند. ون گیلز و همکاران [24] برای افزایش کارایی عملیات برداشت سفارش، مسایل برنامه‌ریزی برداشت سفارش از جمله دسته‌بندی سفارش‌ها، مسیریابی و زمان‌بندی برداشت‌کننده‌ها را به صورت یکپارچه در نظر گرفتند. تابع هدف این مقاله افزایش سطح رضایت مشتری می‌باشد. در این مساله برنامه‌ریزی یکپارچه جدید برای نزدیک شدن به واقعیت زمان تحویل سفارش‌ها، دسترسی محدود برداشت‌کننده‌ها لحاظ شده است. برای حل کارا و موثر مساله الگوریتم جست‌وجوی محلی تکراری به کار گرفته شده است. نتایج نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی می‌تواند مساله را در یک زمان حل قابل قبولی حل کند و منجر به بهبود عملکرد مطالعه موردی مورد نظر در حدود ۱۶/۹٪ شده است. کوبلر و همکاران [25] روش تعاملی جدیدی برای حل مساله یکپارچه تخصیص مکان انبارش پویا، دسته‌بندی سفارش‌ها و مسیریابی برداشت‌کنندگان معرفی کردند. نتایج اجرای الگوریتم *PSO* برای چندین آزمایش عددی نشان داد که رویکرد پیشنهادی به‌طور قابل ملاحظه‌ای سبب کاهش زمان سفر شده است. رزمی و همکاران [26] مساله سیستم‌های برداشت سفارش را با یکپارچه‌سازی موضوعات دسته‌بندی سفارش، تخصیص دسته و مسیریابی برداشت‌کننده در انبارهایی با قفسه‌های مختلط بررسی کردند. آن‌ها از روشی مبتنی بر خوشه‌بندی برای دسته‌بندی سفارش‌ها و تخصیص آن‌ها به برداشت‌کنندگان استفاده کردند. ون-هسدن و همکاران [27] با معیارهای متنوعی مساله عدم تعادل در سیستم برداشت سفارش را تحلیل کردند. در مقاله آن‌ها، مفهوم عدم تعادل میان برداشت‌کنندگان، نواحی برداشت و دوره‌های زمانی تعریف شده است. نتایج اجرای مدل پیشنهادی آن‌ها برای چندین آزمایش عددی نشان داد که مشخصات چیدمان انبار و پارامترهای مربوط به سفارش‌ها مشتری تاثیر محدودی بر شاخص تعادل دارد. از سوی دیگر، عواملی مانند تخصیص حجم کار و برنامه حمل‌ونقل تاثیر قابل توجهی بر بهبود تعادل حجم کار داشتند. فرهادی سرتنگی و همکاران [28] یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح چند دوره‌ای برای مسیریابی چند سفره برداشت‌کنندگان با فرض وجود قابلیت بازسازی انبار و دسترسی محدود به برداشت‌کنندگان ارائه دادند. در تحقیق آن‌ها تصمیمات دسته‌بندی سفارش‌ها و مسیریابی برداشت‌کنندگان به صورت یکپارچه مدل‌سازی شده است. در این تحقیق برای حل مسایل با ابعاد بزرگ از الگوریتم قهرمانی در لیگ‌های ورزشی به‌عنوان یک الگوریتم ابتکاری استفاده شده است.

دهن و همکاران [29] مدل یکپارچه دسته‌بندی، مسیریابی و زمان‌بندی سیستم برداشت سفارش را با در نظر گرفتن رسیدن پویا سفارش‌ها موردبررسی قرار دادند. آن‌ها برای حل مدل یک الگوریتم جدید جست‌وجوی همسایگی بزرگ توسعه دادند. در تحقیق آن‌ها به‌منظور تست کاربردپذیری مدل تحت تنظیمات مختلف طراحی آزمایشات مبتنی بر داده‌های دنیای واقعی ارائه شده است. نتایج به‌کارگیری *ANOVA* نشان داد که در تنظیمات آنالیز سیستم برداشت سفارش، دسته‌بندی سفارش‌ها در چندین کامیون موجب بهبود سطح سرویس‌دهی به مشتریان می‌شود. سایلام و همکاران [30] در قالب یک مدل ریاضی تک‌هدفه اثر ترکیب ناحیه‌بندی و مسیریابی کارا را

<sup>1</sup> Self-Organization Map Batching (SOMB)

<sup>2</sup> Iterated local search



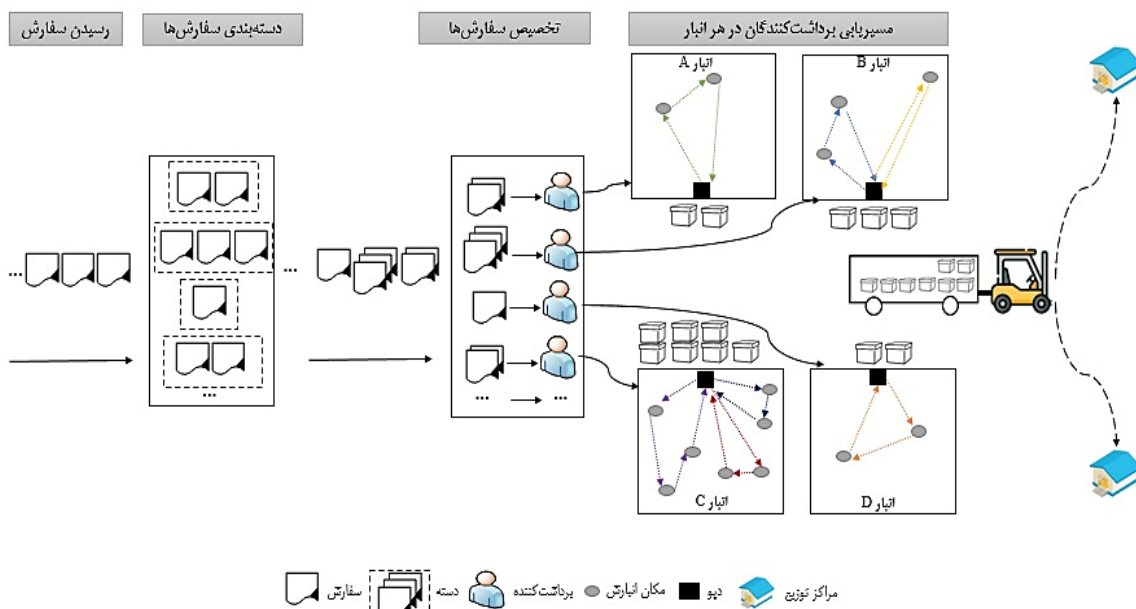
برای مساله برداشت سفارش بررسی کردند. در مدل پیشنهادی آن‌ها، مسیریابی برداشت‌کننده در یک محیط ناحیه‌بندی مساله رخ داده و سفارش‌های هر مشتری می‌تواند به‌طور هم‌زمان در چند منطقه ذخیره شوند. در این تحقیق، تابع هدف مدل کمینه‌سازی بیشترین زمان تکمیل فعالیت‌های برداشت در هر منطقه لحاظ شده است. نیکخو و همکاران [31] یک چارچوب دو مرحله‌ای مبتنی بر تصمیم‌گیری چند شاخصه و تصمیم‌گیری چندهدفه برای یکپارچه‌سازی تصمیمات عملیاتی در محیط برداشت سفارش معرفی کردند. در مرحله اول تحقیق آن‌ها، با استفاده از روش کوپراس فازی برداشت‌کنندگان مختلف در حضور چندین معیار رتبه‌بندی شدند. سپس در مرحله دوم یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی سه هدفه برای مساله برداشت سفارش معرفی شده است. آن‌ها در تحقیق خود برای حل مدل در ابعاد کوچک از روش محدودیت اسپیلون و در ابعاد بزرگ از الگوریتم *NSGA-II* استفاده کرده‌اند.

در این بخش با توجه به مرور ادبیات موضوع برداشت سفارش، بسیاری از محققان به یکپارچه‌سازی سطوح تصمیمات انبار تاکید فراوانی داشته‌اند. با این حال بررسی مقالات نشان داد که این حوزه همچنان می‌تواند به‌عنوان یکی از حوزه‌های ناب و پرکاربرد سیستم‌های برداشت سفارش مورد توجه قرار بگیرد. در مقالات مطالعه شده تمامی محققان تنها برای یک انبار، برنامه‌ریزی و بهینه‌سازی تصمیمات را انجام داده‌اند. حال آن‌که در شرایط واقعی و در بسیاری از صنایع پرکاربرد سفارش مشتریان در چندین انبار پاسخ داده می‌شود و مدیریت انبار لازم است فرآیند تصمیم‌گیری را میان چندین انبار با مشخصات متفاوت انجام بدهد. از این رو، فقدان یک مدل ریاضی جامع با در نظر گرفتن چندین انبار یکی از شکاف‌های اصلی تحقیق حاضر است. هم‌چنین، مساله زمان‌بندی و برنامه‌ریزی برداشت‌کنندگان در سیستم برداشت سفارش از دیگر مسایل مهمی است که علی‌رغم اهمیت فراوان آن در تعداد اندکی از مقالات به صورت هم‌زمان دیده شده است. از دیگر شکاف‌های تحقیقاتی شناسایی شده، عدم به‌کارگیری تکنیک‌های دقیق برای حل مسایل مربوط به برداشت سفارش است و اکثر محققان از روش‌های ابتکاری و فراابتکاری استفاده کرده‌اند؛ بنابراین، با توجه به شکاف‌های بیان شده مدل‌سازی مساله برداشت سفارش برای چندین انبار و حل آن برای یک مطالعه موردی واقعی با استفاده از روش‌های تجزیه‌بند از نوآوری‌های است که در این پژوهش انجام شده است.

### ۳- تعریف مساله و مدل ریاضی

مساله برداشت سفارش به‌عنوان جزئی جدایی‌ناپذیر از زمان تحویل کالاها بوده و کاهش زمان انجام آن سبب بهبود سیستم سرویس‌دهی به مشتریان می‌شود. مساله مذکور در حضور سفارش‌ها با حجم و تنوع بالا و هم‌چنین در حضور چندین برداشت‌کننده از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. در بیشتر پژوهش‌های مربوط به سیستم برداشت سفارش، یک انبار با تعداد بلوک‌ها و راهروهایی با طول و عرض مشخص برای برنامه‌ریزی فرآیند برداشت سفارش در نظر گرفته شده است. مساله‌ای که در تحقیق حاضر بدان پرداخته شده مساله بهینه‌سازی برداشت سفارش با در نظر گرفتن چندین انبار است. در این مساله، چند انبار با جانمایی مشخص وجود دارد. سفارش‌ها در سلول‌های مختلف هر انبار ذخیره شده است. هر انبار برداشت‌کننده مربوط به خودش را دارد و هر یک از آن‌ها جهت برداشت سفارش‌ها و قرار دادن آن‌ها در بارانداز، مسیرها و تورهای مختلفی را در هر انبار طی می‌کنند. مساله اصلی پیش‌رو، مدل‌سازی ریاضی برای یکپارچه‌سازی تصمیمات دسته‌بندی سفارش‌ها، تخصیص دسته‌ها به برداشت‌کنندگان، مسیریابی، زمان‌بندی برداشت‌کنندگان و بسته‌بندی دسته‌ها در سیستم برداشت سفارش چندانباره است. در این مساله سفارش‌های رسیده به بارانداز هر انبار دارای ارقام متنوعی بوده و ابتدا دسته‌بندی شده و سپس به برداشت‌کننده آن انبار تخصیص می‌یابند. عملیات برداشت هر برداشت‌کننده با توجه به دسته‌های تخصیص داده شده به هر یک از آن‌ها از بارانداز شروع می‌شود. هر دسته شامل یک یا چند سفارش بوده که در مکان‌های مختلف انبار ذخیره شده است. شکست سفارش مجاز نبوده و هر برداشت‌کننده مسئول برداشت تمامی سفارش‌های دسته مربوط به خودش است. عملیات برداشت پس از دسته‌بندی سفارش‌ها و تخصیص دسته به برداشت‌کنندگان شروع می‌شود. هر برداشت‌کننده با توجه به سفارش‌های دسته خود به مکان‌هایی که محل انبارش ارقام مربوط به سفارش‌های همان دسته در انبار مربوطه هستند سفر می‌کند. در سیستم مورد مطالعه، پس از اتمام عملیات برداشت سفارش فرآیند بسته‌بندی دسته‌ها نیز به‌منظور آغاز عملیات حمل‌ونقل به سمت مراکز توزیع در نظر گرفته شده است. به بیان دیگر، پس از اتمام عملیات برداشت سفارش در هر انبار، کامیون‌ها به‌منظور ارسال دسته‌ها بارگیری می‌شوند. تعداد کامیون‌ها مشخص است و هر کامیون دارای ظرفیت معین برای بارگیری است. مساله به دنبال دسته‌بندی سفارش‌ها، مسیریابی برداشت‌کنندگان و تخصیص

دسته‌های برداشت شده به کامیون‌های مختلف است به نحوی که به‌طور هم‌زمان تحویل دسته‌ها و هزینه‌های برداشت سفارش حداقل شود. شکل ۱ فضای شماتیک محیط سیستم برداشت سفارش چندانباره مورد مطالعه را نشان می‌دهد.



شکل ۱- سیستم برداشت سفارش چندانباره پیشنهادی.  
Figure 1- The proposed multi-warehouse order picking system.

فرضیات مدل‌سازی مساله برداشت سفارش چندانباره عبارت است از:

۱. هر سفارش فقط به یک دسته تخصیص می‌یابد.
۲. یک دسته فقط به یک برداشت‌کننده تخصیص می‌یابد.
۳. برداشت‌کننده در هر تور فقط یک دسته را برداشت می‌کند.
۴. امکان شکست سفارش‌ها وجود ندارد. در واقع هر سفارش به یک دسته و به یک برداشت‌کننده در هر انبار تخصیص می‌یابد.
۵. پس از تخصیص دسته به برداشت‌کنندگان در هر انبار، هر برداشت‌کننده ابتدا دسته اول خود که شامل چندین سفارش است را در یک تور انجام می‌دهد و سپس به بارانداز برمی‌گردد و برای برداشت دسته دوم، تور دوم خود را مجدداً از بارانداز آغاز می‌کند و به همین ترتیب تا برداشت همه سفارش‌های دسته‌ها ادامه می‌یابد. مساله چندمسیره<sup>۱</sup> است.
۶. نود آغازین و پایانی مسیر هر برداشت‌کننده بارانداز هر انبار است.
۷. مکان انبارش سفارش‌ها در هر انبار مشخص است.
۸. مساله از نوع تک دوره‌ای است.
۹. تعداد برداشت‌کنندگان در دسترس مشخص است.

### ۳-۱- نمادگذاری

مجموعه‌ها، پارامترها و متغیرهای تصمیم مدل ریاضی به صورت زیر تعریف شده‌اند:

$$\begin{array}{l|l} \text{مجموعه‌ها} & \\ \hline \text{مجموعه دسته‌ها } b \in \{1, 2, \dots, B\} & b \\ \text{مجموعه سفارش‌ها } o \in \{1, 2, \dots, O\} & o \end{array}$$

<sup>۱</sup> Multi rout





$i, j, k$	مجموعه مکان‌های انبارش (شامل بارانداز) $\{1, 2, \dots, N\} \cup \{1\}$ .
$r$	مجموعه برداشت‌کنندگان $\{1, 2, \dots, R\}$ .
$h$	مجموعه انبارها $\{1, 2, \dots, H\}$ .
$p$	مجموعه کامیون‌ها $\{1, 2, \dots, P\}$ .
$g$	مجموعه گروه‌ها $\{1, 2, \dots, G\}$ .

### پارامترها

$C_{order}$	تعداد سفارش‌های مجاز در هر دسته.
$Cap_p$	ظرفیت کامیون $p$ th.
$d_{hij}$	فاصله بین مکان انبارش $i$ و $j$ در انبار $h$ .
$C_{hoi}$	معادل یک است اگر سفارش $o$ در مکان انبارش در انبار $h$ ذخیره شود، در غیر این صورت صفر می‌باشد.
$c_{ijbrh}^1$	هزینه حمل برداشت‌کننده $r$ برای دسته $b$ th از مکان انبارش $i$ به مکان انبارش $j$ در انبار $h$ .
$c_{bgp}^2$	هزینه بارگیری دسته $b$ th در گروه $g$ در کامیون $p$ th.
$c_p^3$	هزینه انتخاب کامیون $p$ th.
$tQ$	زمان رفت و برگشت کامیون از انبارها به مقصد.
$tl$	زمان بارگیری هر گروه از دسته‌ها.
$M$	عدد بزرگ.

### متغیرهای تصمیم

$PT_{roibh}$	زمان برداشت سفارش $o$ توسط برداشت‌کننده $r$ در دسته $b$ در مکان انبارش $i$ در انبار $h$ .
$Tbr_{brh}$	زمان اتمام برداشت دسته $b$ توسط برداشت‌کننده $r$ در انبار $h$ .
$MS_{rh}$	زمان اتمام کار برداشت‌کننده $r$ در انبار $h$ .
$MSH_h$	زمان اتمام عملیات برداشت در انبار $h$ .
$C_{max}$	زمان اتمام عملیات برداشت در تمام انبارها.
$ST_{gp}$	زمان شروع عملیات بسته‌بندی دسته گروه $g$ برای کامیون $p$ .
$dt_b$	زمان تحویل دسته $b$ th.
$X_{obrh}$	معادل یک است اگر سفارش $o$ به دسته $b$ و برداشت‌کننده $r$ در انبار $h$ تخصیص یابد، در غیر این صورت صفر می‌باشد.
$y_{ijbrh}$	معادل یک است اگر مکان انبارش $i$ قبل از مکان انبارش $j$ برای دسته $b$ و توسط برداشت‌کننده $r$ در انبار $h$ ملاقات شود، در غیر این صورت صفر می‌باشد.
$XP_{bgp}$	معادل یک است اگر دسته $b$ th به گروه $g$ در کامیون $p$ تخصیص یابد، در غیر این صورت صفر می‌باشد.
$YP_p$	معادل یک است اگر کامیون $p$ انتخاب شود، در غیر این صورت صفر می‌باشد.

### ۳-۲- مدل ریاضی

مدل ریاضی برداشت سفارش چندانباره به صورت زیر است:

$$\text{MIN } Z_1 = \sum_b dt_b, \quad (1)$$

$$\text{MIN } Z_2 = \sum_i \sum_j \sum_b \sum_r \sum_h c_{ijbrh}^1 d_{hij} y_{ijbrh} + \sum_b \sum_p \sum_g c_{bgp}^2 XP_{bgp} + \sum_p c_p^3 YP_p, \quad (2)$$

s.t.





$$\sum_{b=1}^B \sum_{r=1}^R X_{obr h} = 1, \text{ for all } o, h, \quad (3)$$

$$\sum_{o=1}^O X_{obr h} \leq C_{order}, \text{ for all } b, r, h, \quad (4)$$

$$X_{obr h} C_{hoi} \leq M \sum_{i=1, i \neq j}^N y_{ijbr h}, \text{ for all } b, o, j, r, h, \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^N y_{ijbr h} = \sum_{k=1}^N y_{jkbr h}, \text{ for all } b, j, r, h, \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^N y_{ijbr h} \leq 1, \text{ for all } b, j, r, h, \quad (7)$$

$$PT_{roj bh} \geq d_{h1j} - M(1 - y_{1jbr h}), \text{ for all } b, o, j, r, h, \quad (8)$$

$$PT_{roj bh} \geq PT_{roib h} + d_{hij} - M(1 - y_{ijbr h}), \text{ for all } b, o, i, j, r, h, \quad (9)$$

$$Tbr_{br h} \geq PT_{roib h} + d_{hil} y_{iibr h}, \text{ for all } b, o, i, r, h, \quad (10)$$

$$MS_{rh} \geq \sum_{b=1}^B Tbr_{br h}, \text{ for all } r, h, \quad (11)$$

$$MSH_h \geq MS_{rh}, \text{ for all } r, h, \quad (12)$$

$$C_{max} \geq MSH_h, \text{ for all } h, \quad (13)$$

$$\sum_p \sum_g XP_{bgp} = 1, \text{ for all } b, \quad (14)$$

$$\sum_b XP_{bgp} \leq Cap_p y_p, \text{ for all } p, g, \quad (15)$$

$$\sum_{p=1} XP_{bgp} \geq 1 - M(1 - X_{obr h}), \text{ for all } b, o, r, h, g, \quad (16)$$

$$ST_{gp} \geq Tbr_{br h} - M(1 - XP_{bgp}), \text{ for all } b, p, h, r, g, \quad (17)$$

$$ST_{gp} \geq ST_{g-1, p} + tQ, \text{ for all } g, p, \quad (18)$$

$$dt_b \geq ST_{gp} + tl + \frac{tQ}{2} - M(1 - XP_{bgp}), \text{ for all } g, b, p, \quad (19)$$

$$X_{obr h}, y_{ijbr h}, XP_{bgp}, y_p \in \{0, 1\}, \text{ for all } o, b, i, j, r, h, p, g, \quad (20)$$

$$PT_{roib h}, Tbr_{br h}, MS_{rh}, MSH_h, C_{max}, ST_{gp}, dt_b \geq 0, \text{ for all } b, i, r, o, h, p. \quad (21)$$

تابع هدف (۱) کمینه‌سازی زمان تحویل سفارش‌ها را نشان می‌دهد. تابع هدف (۲) کمینه‌سازی مجموع هزینه‌های مربوط به عملیات برداشت سفارش شامل هزینه‌های سفر، بارگیری و انتخاب کامیون است. محدودیت (۳) تضمین می‌کند که در هر انبار هر سفارش تنها در یک دسته قرار گرفته و فقط به یک برداشت‌کننده تخصیص می‌یابد. محدودیت (۴) مربوط به ظرفیت برداشت‌کننده است، بدین‌صورت که تعداد سفارش‌های یک دسته در هر انبار نمی‌تواند از یک مقدار مشخصی بیشتر شود. محدودیت (۵) تضمین می‌کند که اگر سفارشی در یک دسته متعلق به برداشت‌کننده‌ای مشخص قرار گرفت، مکان آن سفارش باید در مسیریابی همان برداشت‌کننده ملاقات شود. محدودیت (۶) بیان‌کننده تساوی تعداد دفعات ورود و خروج از یک مکان در هر انبار است. محدودیت (۷) بیان می‌کند که در هر انبار تعداد دفعات ملاقات برداشت‌کننده به یک مکان در یک تور حداکثر برابر با یک است. محدودیت (۸) و محدودیت (۹) مربوط به زمان‌بندی عملیات برداشت سفارش توسط برداشت‌کنندگان هر انبار است. با این توضیح که محدودیت (۸) زمانی را که برداشت‌کننده از دیو شروع به حرکت کرده و به اولین مکان می‌رسد را حساب می‌کند و محدودیت (۹) فاصله زمانی حرکت بین هر دو مکان متوالی بازدید شده را در هر انبار نمایش می‌دهد. محدودیت (۱۰) زمان اتمام عملیات برداشت سفارش برداشت‌کننده را در یک دسته مشخصی نشان می‌دهد. محدودیت (۱۱) بیان می‌کند زمان اتمام کار هر برداشت‌کننده در هر انبار برابر با آخرین زمان برداشت دسته‌های خودش است. محدودیت (۱۲) زمان اتمام برداشت سفارش در هر انبار را مشخص می‌کند. محدودیت (۱۳) بیان می‌کند بزرگ‌ترین زمان اتمام برداشت سفارش در هر انبار همان زمان اتمام نهایی عملیات برداشت کل سیستم



است. **محدودیت (۱۴)** نشان می‌دهد هر دسته به یک گروه از دسته‌ها و به یک کامیون تخصیص می‌یابد. **محدودیت (۱۵)** ظرفیت هر گروه برای عملیات بسته‌بندی دسته‌ها را نشان می‌دهد. **محدودیت (۱۶)** تضمین می‌کند گروه دسته‌هایی که در انبارها تشکیل شده‌اند مجاز به بسته‌بندی هستند. **محدودیت (۱۷)** بیان می‌کند زمان شروع فرآیند بسته‌بندی دسته‌ها پس از اتمام عملیات برداشت است. **محدودیت (۱۸)** فاصله زمانی بین دو شروع حرکت متوالی کامیون را نشان می‌دهد. **محدودیت (۱۹)** زمان اتمام فرآیند بسته‌بندی را تعیین می‌کند و نهایتاً در **محدودیت (۲۰)** و **محدودیت (۲۱)** دامنه‌ی متغیرهای تصمیم مساله آورده شده است.

#### ۴- روش حل

برای حل مدل پیشنهادی، ابتدا لازم است یک روش چندهدفه در نظر گرفته شود. در ادبیات مسایل بهینه‌سازی چندهدفه روش‌های متنوعی برای غلبه بر چندین تابع هدف وجود دارد. در این مقاله، از روش تقویت یافته لای و هوآنگ [3] برای تبدیل مدل چندهدفه پیشنهادی به یک مدل تک‌هدفه استفاده شده است. در ادامه نیز روش تجزیه بندرز کلاسیک و روش تجزیه بندرز تسریع شده مبتنی بر برش بهینه پارتو برای حل مساله استفاده شده است.

#### ۴-۱- روش حل مدل ریاضی چندهدفه

از آنجاکه مدل پیشنهادی مساله به صورت چندهدفه است، ابتدا باید مدل ریاضی، با استفاده از روش‌های موجود تک‌هدفه شده و سپس مدل با روش حل در نظر گرفته شده حل شود. روش‌های مختلفی برای تبدیل توابع چندهدفه به تک‌هدفه وجود دارد. در این مقاله، از رویکرد برنامه‌ریزی چندهدفه فازی استفاده شده است. مزیت عمده رویکردهای برنامه‌ریزی چندهدفه فازی نسبت به سایر روش‌ها، استفاده از توابع عضویت فازی در بیان صریح درجه ارضای هر یک از توابع به ازای هر بردار تصمیم‌گیری است. روش مورد استفاده در این مقاله، یکی از رویکردهای وزن‌دهی قبل از حل به نام روش تقویت یافته لای و هوآنگ [3] است. این روش با تشکیل یک تابع ادغامی<sup>۱</sup> از توابع عضویت فازی مربوط به توابع هدف، سعی می‌کند جواب کارای مناسبی برای مساله چندهدفه مورد نظر تعیین نماید. گام‌های این روش به صورت زیر است:

**گام ۱-** تعیین جواب ایده‌آل مثبت (*PIS*) و جواب ایده‌آل منفی (*NIS*) برای هر یک از توابع هدف: جواب ایده‌آل مثبت و ایده‌آل منفی با حل مدل‌های تک‌هدفه به صورت زیر محاسبه می‌شود:

با توجه به اینکه مدل‌های ارایه شده مقاله از نوع کمینه‌سازی می‌باشد، جواب ایده‌آل مثبت **تابع هدف (۱)** و **تابع هدف (۲)** به صورت زیر است:

$$Z_m^{PIS} = \min_{m=1,2} \{Z_m(x_m^*)\}, \quad m = 1, 2. \quad (22)$$

**رابطه (۲۲)** نشان می‌دهد چنانچه هر یک از توابع هدف به صورت تک‌هدفه با **محدودیت (۳)** تا **محدودیت (۲۱)** به صورت کمینه سازی حل شود، جواب ایده‌آل مثبت محاسبه خواهد شد. در مقابل، برای تعیین جواب ایده‌آل منفی **تابع هدف (۱)** و **تابع هدف (۲)** به صورت تک‌هدفه و به صورت بیشینه‌سازی حل می‌شود. از این رو، مقدار *NIS* **تابع هدف (۱)** و **تابع هدف (۲)** عبارت است از

$$Z_m^{NIS} = \max_{m=1,2} \{Z_m(x_m^*)\}, \quad m = 1, 2. \quad (23)$$

لازم به ذکر است که با توجه به **رابطه (۲۲)** و **رابطه (۲۳)** مقدار بهینه هر یک از توابع بین ایده‌آل منفی و ایده‌آل مثبت قرار می‌گیرد.

**گام ۲-** تعریف تابع عضویت برای هر یک از توابع هدف با توجه به دامنه تغییرات به دست آمده برای هر یک از توابع هدف به صورت زیر:

$$\mu_1(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } Z_1 < Z_1^{PIS} \\ \frac{Z_1^{NIS} - Z_1}{Z_1^{NIS} - Z_1^{PIS}}, & \text{if } Z_1^{PIS} \leq Z_1 \leq Z_1^{NIS} \\ 0, & \text{if } Z_1 > Z_1^{NIS} \end{cases} \quad (24)$$

<sup>۱</sup> Aggregation function



$$\mu_2(x) = \begin{cases} 1, & \text{if } Z_2 < Z_2^{PIS} \\ \frac{Z_2^{NIS} - Z_2}{Z_2^{NIS} - Z_2^{PIS}}, & \text{if } Z_2^{PIS} \leq Z_2 \leq Z_2^{NIS} \\ 0, & \text{if } Z_2 > Z_2^{NIS} \end{cases} \quad (25)$$

توابع عضویت فوق بیانگر مفهوم ترجیح<sup>۱</sup> تصمیم گیرنده است که با افزایش آن درجه اقبال یا ترجیح راه حل بهینه افزایش می یابد.

**گام ۳-** تبدیل مدل چندهدفه اولیه به یک مدل تک هدفه معادل: همان طور که پیش تر اشاره شد روش تقویت یافته لای و هوانگ [3] از نوع رویکردهای وزن دهی قبل از حل محسوب می شود که با تشکیل یک تابع ادغامی جواب کارایی را برای مساله محاسبه می کند. در ادبیات مدل های چندهدفه از جمله توابع ادغامی کاربردی، عملگر  $max-min$  است. در این صورت، با در نظر گرفتن  $\beta_0$  به عنوان حداقل سطح ارضای توابع هدف، مدل قطعی تک هدفه معادل به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} \text{Max } OF &= \beta_0, \\ \text{s.t.} \\ \mu_k(x) &\geq \beta_0, \text{ for all } k, \\ x &\in F_x, \\ \beta_0 &\in [0, 1]. \end{aligned} \quad (26)$$

نکته بسیار مهم در هنگام استفاده از عملگر  $max-min$  در حل مسایل چندهدفه این است که جواب حاصله از آن اغلب یک جواب کارایی ضعیف است. برای رفع این مشکل، تابع ادغامی دیگری توسط لای و هوانگ [3] معرفی شد که کارایی جواب حاصله را تضمین می کند. عملگر ادغامی مورد استفاده در واقع عملگر تقویت یافته  $max-min$  بوده و مدل کلی آن به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \text{Max } OF &= \beta_0 + \delta \sum_k w_k \mu_k(x), \\ \text{s.t.} \\ \mu_k(x) &\geq \beta_0, \text{ for all } k, \\ x &\in F_x, \\ \beta_0 &\in [0, 1]. \end{aligned} \quad (27)$$

که در آن،  $\mu_k(x)$  بیانگر تابع عضویت برای هدف  $k$ th،  $\beta_0$  حداقل سطح ارضای توابع هدف (که یک متغیر تصمیم است)،  $\delta$  به عنوان پارامتر یک عدد خیلی کوچک و  $w_k$  وزن تابع هدف  $k$ th (به شرط این که مجموع تمام اوزان برابر یک باشد) است. عبارت  $\delta \sum_k w_k \mu_k(x)$  همان جمله تقویت کننده تابع هدف این مدل بوده و باعث می شود در جواب مربوط به عملگر  $max-min$  چنانچه امکان بهبود سطح ارضای هر یک از توابع هدف وجود دارد (مقادیر  $\mu_k(x)$ )، این کار با حفظ حداقل سطح ارضای توابع هدف انجام شده و بدین ترتیب، جواب کارایی ضعیف مربوط به عملگر  $max-min$  تبدیل به یک جواب کارا می شود.

## ۲-۴- الگوریتم تجزیه بندرز<sup>۲</sup>

با توجه به اینکه مساله توسعه داده شده از نوع مسایل بسیار پیچیده و  $NP-hard$  می باشد و پیاده سازی آن زمان حل بسیار بالایی دارد [32]. برای کم کردن پیچیدگی های محاسباتی مدل از روش تجزیه بندرز استفاده شده است. الگوریتم تجزیه بندرز که اولین بار توسط بندرز [33] در سال ۱۹۶۲ معرفی شده است، یکی از معروف ترین الگوریتم های کارا برای حل مسایل عدد صحیح آمیخته در سایز بزرگ می باشد. در الگوریتم بندرز به جای حل کردن مساله عدد صحیح آمیخته پیچیده اصلی، مساله به دو مساله برنامه ریزی عدد صحیح<sup>۳</sup> و مساله برنامه ریزی خطی<sup>۴</sup> تبدیل می شود. این دو مساله به صورت تکراری با استفاده از جواب یکی در دیگری حل می شوند تا زمانی که راه حل بهینه به دست آید. الگوریتم تجزیه بندرز نسبت به سایر روش های حل فواید زیادی دارد: ۱- مبتنی بر مفاهیم ریاضی و جبری قوی می باشد، ۲- همگرایی این الگوریتم و دستیابی به جواب بهینه به صورت تحلیلی اثبات شده است، ۳- تصمیم گیرنده می تواند

<sup>1</sup> Preference concept

<sup>2</sup> Benders Decomposition

Algorithm (BDA)

<sup>3</sup> Master problem

<sup>4</sup> Sub-problem



شکاف بهینگی را در مواقع نیاز به دست آورد و ۴- روش‌های حل کارآمد دیگری را نیز می‌توان در حین حل مسایل تجزیه شده در یک BDA به کار گرفت. این مزایا باعث استفاده از این الگوریتم در زمینه‌های مختلف از جمله مدیریت زنجیره تامین، زمان بندی و ... شده است [34]. برای توسعه BDA در مساله مدنظر، ابتدا زیرمساله دوگان (DSP) و مساله اصلی (MP) فرموله می‌شود.

متغیرهای باینری را فیکس می‌کنیم ( $X_{obr} = \bar{X}_{obr}, y_{ijbr} = \bar{y}_{ijbr}, XP_{bp} = \bar{XP}_{bp}, yp_p = \bar{yp}_p$ ). زیرمساله اولیه بندرز به صورت زیر فرموله می‌شود:

$$\begin{aligned} \text{Max } SP = & \beta_0 + \delta w_1 \left( Z_1^{NIS} - \sum_b dt_b / Z_1^{NIS} - Z_1^{PIS} \right) + \\ & \delta w_2 \left( \frac{Z_2^{NIS} - \sum_i \sum_j \sum_b \sum_r \sum_h c_{ijbr}^1 d_{hij} \bar{y}_{ijbr} - \sum_b \sum_p \sum_g c_{bpg}^2 \bar{XP}_{bpg} - \sum_p c_p^3 \bar{yp}_p}{Z_2^{NIS} - Z_2^{PIS}} \right), \end{aligned} \quad (28)$$

s.t.

$$PT_{rojbh} \geq d_{hij} - M(1 - \bar{y}_{ijbr}), \text{ for all } b, o, j, r, h, \quad (29)$$

$$PT_{rojbh} \geq PT_{roibh} + d_{hij} - M(1 - \bar{y}_{ijbr}), \text{ for all } b, o, i, j, r, h, \quad (30)$$

$$Tbr_{brh} \geq PT_{roibh} + d_{hij} \bar{y}_{ijbr}, \text{ for all } b, o, i, r, h, \quad (31)$$

$$MS_{rh} \geq \sum_{b=1}^B Tbr_{brh}, \text{ for all } r, h, \quad (32)$$

$$MSH_h \geq MS_{rh}, \text{ for all } r, h, \quad (33)$$

$$C_{max} \geq MSH_h, \text{ for all } h, \quad (34)$$

$$ST_{gp} \geq Tbr_{brh} - M(1 - \bar{XP}_{bpg}), \text{ for all } b, p, h, r, g, \quad (35)$$

$$ST_{gp} \geq ST_{g-1,p} + tQ, \text{ for all } g, p, \quad (36)$$

$$dt_b \geq ST_{gp} + tl + \frac{tQ}{2} - M(1 - \bar{XP}_{bpg}), \text{ for all } b, g, p, \quad (37)$$

$$\frac{Z_1^{NIS} - \sum_b dt_b}{Z_1^{NIS} - Z_1^{PIS}} \geq \beta_0, \quad (38)$$

$$PT_{rojbh}, Tbr_{brh}, MS_{rh}, MSH_h, C_{max}, ST_{gp}, dt_b \geq 0, \text{ for all } b, i, r, o, h, p. \quad (39)$$

اگر  $u$  متغیرهای دوگان محدودیت‌های زیرمساله اولیه بندرز باشند، مدل DSP که در هر تکرار حد پایین برای تابع هدف مساله اصلی را ارائه می‌دهد، به صورت زیر فرموله می‌شود:

$$\begin{aligned} \text{Min } DSP = & \delta w_2 \left( \frac{Z_2^{NIS} - \sum_i \sum_j \sum_b \sum_r \sum_h c_{ijbr}^1 d_{hij} \bar{y}_{ijbr} - \sum_b \sum_p \sum_g c_{bpg}^2 \bar{XP}_{bpg} - \sum_p c_p^3 \bar{yp}_p}{Z_2^{NIS} - Z_2^{PIS}} \right) \\ & + \sum_b \sum_o \sum_j \sum_r \sum_h u^1_{rojbh} (d_{hij} - M(1 - \bar{y}_{ijbr})) + \sum_b \sum_o \sum_i \sum_j \sum_r \sum_h u^2_{rojbh} (d_{hij} - M(1 - \bar{y}_{ijbr})) \\ & + \sum_b \sum_o \sum_i \sum_r \sum_h u^3_{boirh} d_{hij} \bar{y}_{ijbr} - \sum_p \sum_b \sum_r \sum_g \sum_h u^7_{pbrhg} M(1 - \bar{XP}_{bpg}) + \sum_p \sum_g u^8_{gp} tQ \\ & + \sum_b \sum_g \sum_p u^9_{bpg} \left( tl + \frac{tQ}{2} - M(1 - \bar{XP}_{bpg}) \right) + u^{10} (Z_1^{NIS} - \beta_0 (Z_1^{NIS} - Z_1^{PIS})), \end{aligned} \quad (40)$$

s.t.

$$u^1_{rojbh} + \sum_i u^2_{boijrh} - \sum_j u^2_{boijrh} - u^3_{rojbh} \geq 0, \text{ for all } b, o, j, r, h, \quad (41)$$

$$\sum_i \sum_o u^3_{roibh} - u^4_{rh} - \sum_g \sum_p u^7_{pbrhg} \geq 0, \text{ for all } b, r, h, \quad (42)$$

$$u^4_{rh} - u^5_{rh} \geq 0, \text{ for all } r, h, \quad (43)$$



$$\sum_r u^5_{rh} - u^6_h \geq 0, \text{ for all } h, \quad (44)$$

$$\sum_h u^6_h \geq 0, \quad (45)$$

$$\sum_r \sum_h \sum_b u^7_{bphrg} + u^8_{gp} - u^8_{g-1,p} - \sum_b u^9_{bgp} \geq 0, \text{ for all } g, p, \quad (46)$$

$$\sum_b \sum_g u^9_{bgp} + u_{10} \geq \frac{-\delta w_1}{Z_1^{NIS} - Z_1^{PIS}}, \text{ for all } p, \quad (47)$$

$$u^1_{rojhh}, u^2_{boijrh}, u^3_{roibh}, u^4_{rh}, u^5_{rh}, u^6_h, u^7_{pbhrg}, u^8_{gp}, u^9_{bgp} \leq 0, u^{10} \geq 0, \text{ for all } b, p, o, j, r, h, g. \quad (48)$$

طبق حل مدل DSP، مساله MP یک حد بالا برای تابع هدف مدل اصلی در هر تکرار ارایه می دهد.

$$\text{Min } MP = \psi + \delta w_2 \left( \frac{Z_2^{NIS} - \sum_o \sum_b \sum_r \sum_h c^1_{obr} X_{obr} - \sum_i \sum_j \sum_b \sum_r \sum_h c^2_{ijbr} d_{hij} y_{ijbr}}{\sum_b \sum_p c^3_{bp} X_{bp} - \sum_p c^4_p y_p} \right) / (Z_2^{NIS} - Z_2^{PIS}), \quad (49)$$

s.t.

$$\sum_{b=1}^B \sum_{r=1}^R X_{obr} = 1, \text{ for all } o, h, \quad (50)$$

$$\sum_{h=1}^H \sum_{o=1}^O X_{obr} \leq C_{order}, \text{ for all } b, r, \quad (51)$$

$$\sum_{o=1}^O \sum_{i=1}^N X_{obr} C_{hoi} \leq C_{unit}, \text{ for all } b, r, h, \quad (52)$$

$$X_{obr} c_{hoj} \leq M \sum_{i=1, i \neq j}^N y_{ijbr}, \text{ for all } b, o, j, r, h, \quad (53)$$

$$\sum_{i=1}^N y_{ijbr} = \sum_{k=1}^N y_{jkbr}, \text{ for all } b, j, r, h, \quad (54)$$

$$\sum_{i=1}^N y_{ijbr} \leq 1, \text{ for all } b, j, r, h, \quad (55)$$

$$\sum_p \sum_g X_{bgp} = 1, \text{ for all } b, \quad (56)$$

$$\sum_b X_{bgp} \leq Cap_p y_p, \text{ for all } p, g, \quad (57)$$

$$\sum_{p=1} X_{bgp} \geq 1 - M(1 - X_{obr}), \text{ for all } b, o, r, h, g, \quad (58)$$

$$\frac{Z_2^{NIS} - \sum_i \sum_j \sum_b \sum_r \sum_h c^1_{ijbr} d_{hij} y_{ijbr} - \sum_b \sum_p \sum_g c^2_{bgp} X_{bgp} - \sum_p c^3_p y_p}{Z_2^{NIS} - Z_2^{PIS}} \geq \beta_0, \quad (59)$$

$$\begin{aligned} \psi \leq & \sum_b \sum_o \sum_j \sum_r \sum_h \hat{u}^1_{rojhh} (d_{hij} - M(1 - y_{ijbr})) + \\ & \sum_b \sum_o \sum_i \sum_j \sum_r \sum_h \hat{u}^2_{boijrh} (d_{hij} - M(1 - y_{ijbr})) + \\ & \sum_b \sum_o \sum_i \sum_r \sum_h \hat{u}^3_{roibh} d_{hij} y_{ijbr} - \sum_p \sum_b \sum_r \sum_g \sum_h \hat{u}^7_{pbhrg} M(1 - X_{bgp}) + \\ & \sum_p \sum_g \hat{u}^8_{gp} tQ + \sum_b \sum_g \sum_p \hat{u}^9_{bgp} \left( tl + \frac{tQ}{2} - M(1 - X_{bgp}) \right) + \\ & \hat{u}^{10} (Z_1^{NIS} - \beta_0 (Z_1^{NIS} - Z_1^{PIS})), \end{aligned} \quad (60)$$



$$\sum_b \sum_o \sum_j \sum_r \sum_h \hat{u}_{rojhb}^1 (d_{h1j} - M(1 - y_{ijbrh})) +$$

$$\sum_b \sum_o \sum_i \sum_j \sum_r \sum_h \hat{u}_{rojhb}^2 (d_{hij} - M(1 - y_{ijbrh})) +$$

$$\sum_b \sum_o \sum_i \sum_r \sum_h \hat{u}_{boirh}^3 d_{hii} y_{iibrh} - \sum_p \sum_b \sum_r \sum_g \sum_h \hat{u}_{bphrg}^7 M(1 - XP_{bgp}) + \quad (61)$$

$$\sum_p \sum_g \hat{u}_{gp}^8 tQ + \sum_b \sum_g \sum_p \hat{u}_{bgp}^9 \left( tl + \frac{tQ}{2} - M(1 - XP_{bgp}) \right)$$

$$+ \hat{u}^{10} (Z_i^{NIS} - \beta_0 (Z_i^{NIS} - Z_i^{PIS})) \geq 0,$$

$$X_{obr h}, y_{ijbr h}, XP_{bgp}, yP_p \in \{0, 1\}, \text{ for all } b, p, o, j, r, h, \quad (62)$$

$$\psi \geq 0. \quad (63)$$

در مساله  $MP$ ، محدودیت (۶۰) و محدودیت (۶۱) برش های شدنی بودن و بهینگی را نشان می دهد. معمولاً در ابتدای الگوریتم بندرز حد بالا و حد پایین را به ترتیب  $+\infty$  و  $-\infty$  در نظر می گیرند. با این حال، در صورت امکان، تعیین فاصله محدودتر در ابتدای الگوریتم مطلوب تر است. با توجه به مدل (۲۷)، حد پایین و بالای تابع هدف ادغامی ۰ و ۱ است؛ بنابراین، حد پایین و حد بالا در ابتدای الگوریتم تجزیه بندرز می تواند در مقادیر ۰ و ۱ تنظیم شود.

### ۳-۴- الگوریتم تجزیه بندرز مبتنی بر برش بهینه پارتو

کارایی الگوریتم بندرز کلاسیک به زمان مورد نیاز برای حل مساله اصلی و تعداد تکرارهای مورد نیاز برای رسیدن به جواب بهینه بستگی دارد. در سال های اخیر محققان بسیاری به دنبال تکنیک هایی بودند که رشد همگرایی روش بندرز را تسریع کنند. در این میان مگناتی و وانگ [35] برش های بهینه پارتو را به عنوان یکی از شتاب دهنده های الگوریتم بندرز معرفی کردند. در الگوریتم بندرز کلاسیک ممکن است مساله  $DSP$  جواب بهینه چندگانه داشته باشد؛ بنابراین، امکان دارد در یک تکرار چندین برش بهینه تولید شود. در این حالت بهتر است که از میان جواب های ممکن برشی انتخاب شود که یک برش قوی تری را تولید کند.

شتاب دهنده برش بهینه پارتو به الگوریتم بندرز رویه ای را اضافه می کند که از میان برش های ایجاد شده از جواب های چندگانه مدل  $DSP$  قوی ترین برش را انتخاب کند. یک برش را برش بهینه پارتو گویند اگر توسط هیچ برش دیگری مغلوب نشود و به عبارت دیگر، هیچ برش قوی تری از این برش نباشد؛ بنابراین، با فرض این که در یک تکرار دلخواه، زیر مساله دوگان چندین جواب بهینه داشته باشد، برش بهینه پارتو با حل مدل ریاضی خطی زیر به دست می آید:

$$\text{Max } u(b - By^0), \quad (64)$$

s.t.

$$uA \leq c, \quad (65)$$

$$u(b - B\bar{y}) = u^*(b - B\bar{y}), \quad (66)$$

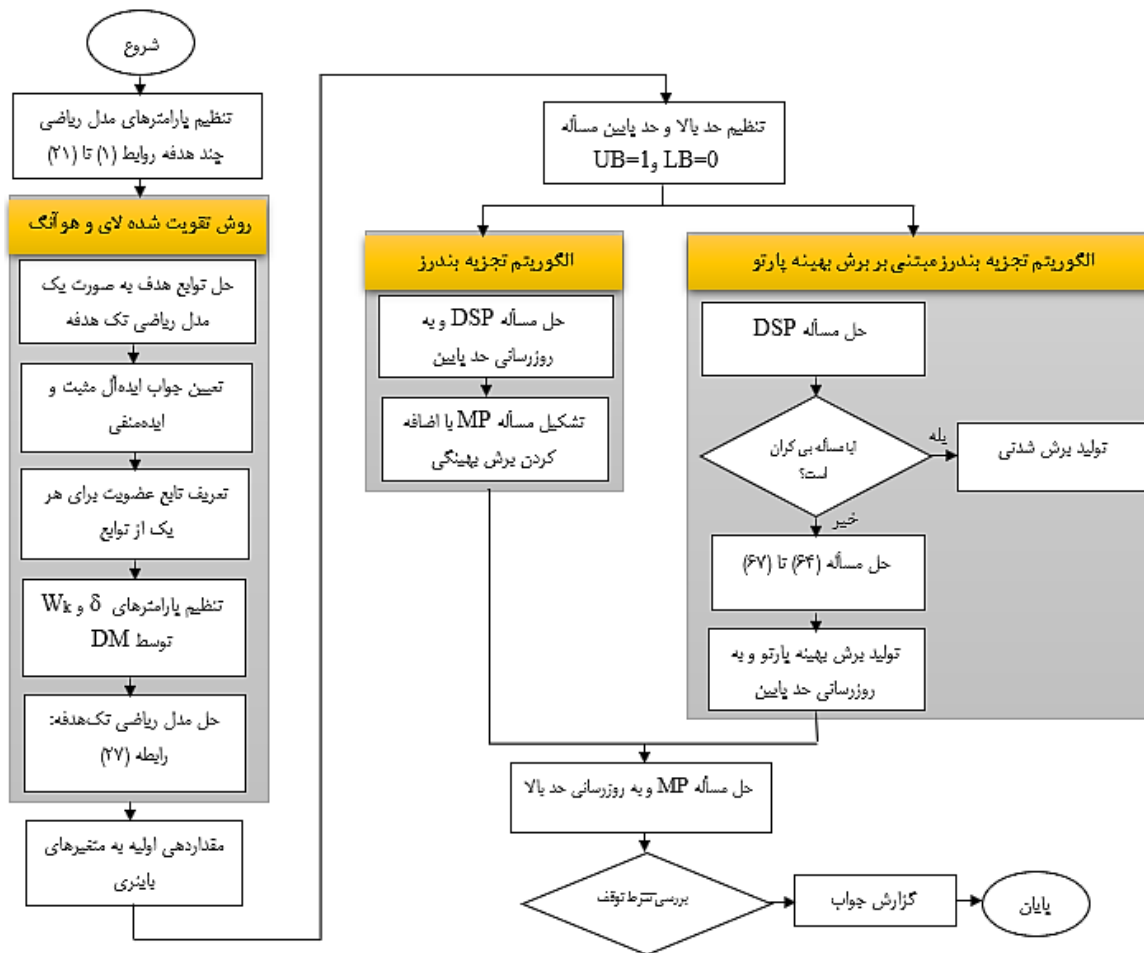
$$u \geq 0. \quad (67)$$

به طوری که  $u^*(b - B\bar{y})$  مقدار بهینه تابع هدف زیر مساله دوگان،  $y^0$  نیز نقطه ای هسته ای از  $\gamma$  است و مقداری بین ۰ و ۱ دارد.

شکل ۲ به منظور درک بهتر گام های روش حل، به صورت فلوجارت رویه حل مدل ارائه شده را نمایش می دهد.



۱۰۶۳



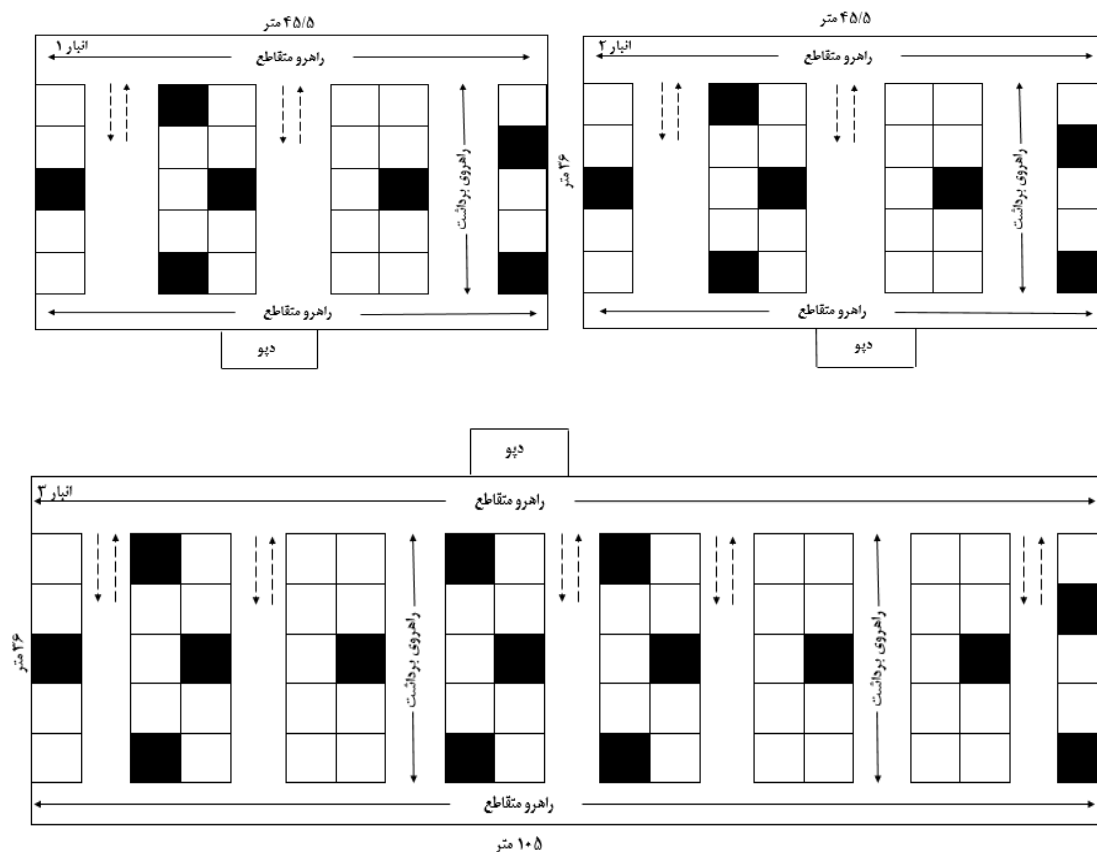
شکل ۲- فلوچارت رویه حل.

Figure 2- Flowchart of the solution procedure.

## ۵- پیاده‌سازی مدل و تحلیل نتایج

### ۵-۱- مطالعه موردی

برای انجام مطالعه موردی، انبار یک شرکت تولیدی معروف در ایران، مورد بررسی قرار گرفته است. این شرکت یک تولیدی فعال در زمینه کالاهای مصرفی با محوریت محصولات بهداشتی می‌باشد. مایع ظرفشویی، پاک‌کننده شیشه، مایع دستشویی، نرم‌کننده، مایع لباسشویی عمومی، مایع لباسشویی تیره‌شوی و مایع سفیدکننده، محصولات اصلی این شرکت هستند. انبارهای مورد مطالعه در شهرستان مامونیه در استان مرکزی واقع شده‌اند. در این مکان، ۳ انبار وجود دارد که در هر کدام کالای خاصی ذخیره شده است. مساحت کل انبارها ۱۰۳۲۴ متر مربع است. هر انبار از تعداد مشخصی راهرو تشکیل شده و در هر راهرو نیز تعداد مشخصی مکان ذخیره‌سازی وجود دارد. همه مکان‌های ذخیره‌سازی به یک اندازه هستند. بر اساس مصاحبه با مدیران انبار، هر یک از اقلام شرکت یک مکان انبارش منحصر به فردی در انبار دارد. علاوه بر این، سفارش‌ها مشخص هستند و در طول فرآیند برداشت تغییر نمی‌کنند. در انبارها پس از دریافت سفارش‌ها، از برداشت‌کننده‌های موجود برای عملیات برداشت استفاده می‌شود و هر برداشت‌کننده ظرفیت خاصی برای برداشت سفارش‌ها در یک سفر دارد. شمای کلی انبارهای مورد مطالعه در شکل ۳ نشان داده شده است.



شکل ۳- شمای کلی انبارهای مورد مطالعه.  
Figure 3- The studied warehouses.

## ۵-۲- نتایج محاسباتی

در این بخش به منظور ارزیابی عملکرد روش بندرز برای مساله برداشت سفارش چندانباره، نتایج به دست آمده از پیاده سازی مدل بر روی مطالعه موردی ارائه شده است. همچنین، چندین مثال عددی برگرفته از مطالعه موردی نیز طراحی شده که هر یک با تخصیص مقادیر مختلف برای پارامترهای مکان انبارش، تعداد سفارش، تعداد دسته، تعداد برداشت کنندگان و تعداد کامیون های در دسترس از یکدیگر متمایز شده است. اطلاعات مربوط به مقادیر و ابعاد هر مساله در جدول ۱ آورده شده است. برای کدنویسی مدل و رویکرد حل از نرم افزار گمز نسخه ۲۴/۱/۳ استفاده شده و تمامی آزمایشات در کامپیوتری با ۴ گیگابایت حافظه و ۵ هسته ای حل شده است.

جدول ۱- ابعاد مسایل نمونه.

Table 1- The size of problems.

شماره نمونه	ابعاد مساله	تعداد مکان انبارش	تعداد سفارش ها	تعداد دسته	تعداد برداشت کننده	تعداد کامیون
1	20	7	10	3	3	1
2	20	10	13	4	3	2
3	25	13	15	5	3	2
4	30	15	18	6	3	2
5	30	18	20	6	3	2
6	40	20	23	7	3	2
7	40	23	25	9	3	2
8	40	25	27	9	4	3
9	45	27	28	10	4	3
10	45	28	30	10	4	3
11	50	30	35	10	4	3
12	50	35	40	12	4	3
13	50	40	45	14	4	4
14	55	45	50	15	4	4
15	60	50	50	15	5	4



Table 1- Continued.

شماره نمونه	ابعاد مساله	تعداد مکان انبارش	تعداد سفارش‌ها	تعداد دسته	تعداد برداشت‌کننده	تعداد کامیون
16		70	55	18	5	4
17		80	61	18	7	4
18		85	65	20	7	5
19		95	70	20	7	5
20		100	75	22	8	5
21		105	80	25	8	6
22		110	84	30	8	6
23	متوسط	120	90	34	9	6
24		120	95	34	10	7
25		130	100	36	10	7
26		135	110	40	12	7
27		135	115	45	12	8
28		140	120	50	15	8
29		145	126	55	18	9
30		150	130	60	20	9
31		155	135	65	20	10
32		160	140	65	20	10
33		165	145	70	24	10
34		170	148	70	24	11
35		170	150	73	24	11
36		175	155	75	26	11
37		180	160	75	26	11
38	بزرگ	185	165	80	30	12
39		190	170	80	30	12
40		200	175	85	30	13
41		210	180	85	32	13
42		220	185	90	32	14
43		230	190	90	35	14
44		240	195	95	35	15
45		250	200	95	40	15

جدول ۲ نتایج اجرای روش بندرز کلاسیک و روش بندرز تسریع شده و حل با سیپلکس را برای مطالعه موردی و سایر مثال‌های آزمایشی در ابعاد کوچک، متوسط و بزرگ نشان داده است. برای حل مدل پیشنهادی با استفاده از روش‌های ذکر شده محدودیت زمانی ۵ ساعت برای زمان حل در نظر گرفته شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود سیپلکس تنها قادر به حل ۵ مثال عددی اول شده است. با توجه به مقادیر به دست آمده برای هر یک از توابع هدف، عملکرد الگوریتم بندرز تسریع شده با برش بهینه پارتو بهتر از الگوریتم بندرز کلاسیک است.

جدول ۲- نتایج حل الگوریتم تجزیه بندرز، الگوریتم تجزیه بندرز تسریع شده و سیپلکس.

Table 2- The classical Benders decomposition algorithm, the accelerated Benders decomposition algorithm and CPLEX solver results.

شماره نمونه	ابعاد مساله	الگوریتم تجزیه بندرز		الگوریتم تجزیه بندرز تسریع شده		سیپلکس	
		Z1	Z2	Z1	Z2	Z1	Z2
1		72.5	1488909	72.5	1488909	72.5	1488909
2		83.8	1651230	83.8	1651230	83.8	1651230
3		93.1	1852124	93.1	1852124	93.1	1852124
4		102.4	1987632	102.4	1987632	102.4	1987632
5		136.7	2394165	136.7	2394165	136.7	2394165
6		NA	NA	165.6	2412365	170.2	2737108
7		NA	NA	208.4	3521478	212.7	3978073
8	کوچک	NA	NA	251.6	4156328	263	4673376
9		NA	NA	260.7	4785214	279.8	4880120
10		NA	NA	281.3	5012362	301.5	5179024
11		NA	NA	305.6	5215632	314.6	5366346
12		NA	NA	327.6	5805952	376.5	6059219
13		NA	NA	398.5	7126325	442.6	7284590
14		NA	NA	445.2	7356214	515.4	7955460
15		NA	NA	610.4	8241632	731.2	9860458



Table 2- Continued.

سیلیکس		الگوریتم تجزیه بندرز تسریع شده		الگوریتم تجزیه بندرز		ابعاد مساله	شماره نمونه
Z1	Z2	Z1	Z2	Z1	Z2		
NA	NA	851.6	10125636	926.5	10874371		16
NA	NA	985.6	11234215	1089.7	11584208		17
NA	NA	1125.4	12125632	1136.4	12723634		18
NA	NA	1204.5	12825362	1312.3	13105144		19
NA	NA	1542.6	13325369	1625.6	13565140		20
NA	NA	1852.7	13751452	2110.4	13974476		21
NA	NA	2251.2	14102365	2650	14402318		22
NA	NA	2714.3	14625324	2944.2	14941948	متوسط	23
NA	NA	3012.5	15214369	3615	15622382		24
NA	NA	3214.5	15825321	3960.5	16425916		25
NA	NA	4259.6	16985421	4650	17712493		26
NA	NA	4852.7	17985652	5485.4	18124780		27
NA	NA	5804	18541239	6011.8	19197701		28
NA	NA	6243	19254789	6453	19579909		29
NA	NA	6725.3	19654328	6840.8	20220735		30
NA	NA	7412.5	20596328	8511.5	21265656		31
NA	NA	8741.6	21452149	9403.5	21951111		32
NA	NA	9525.8	22740362	9661.8	22900660		33
NA	NA	10123.5	23621459	10448.5	24995879		34
NA	NA	10842.4	25002328	11157.2	25931506		35
NA	NA	12012.6	26541265	12637.5	27377824		36
NA	NA	12825.2	27412563	13743.2	27859746		37
NA	NA	14213.7	27952364	14662.6	28388930	بزرگ	38
NA	NA	15251	28714256	16344.7	29698548		39
NA	NA	16415.6	31205956	16622	32030736		40
NA	NA	17125	33256214	17844.6	35032756		41
NA	NA	18245.3	34018412	19823.3	35819036		42
NA	NA	20259.5	36214102	21924.5	37704517		43
NA	NA	22746.3	37854632	24336.4	38148731		44
NA	NA	24129.2	38156328	26584.7	39527628		45

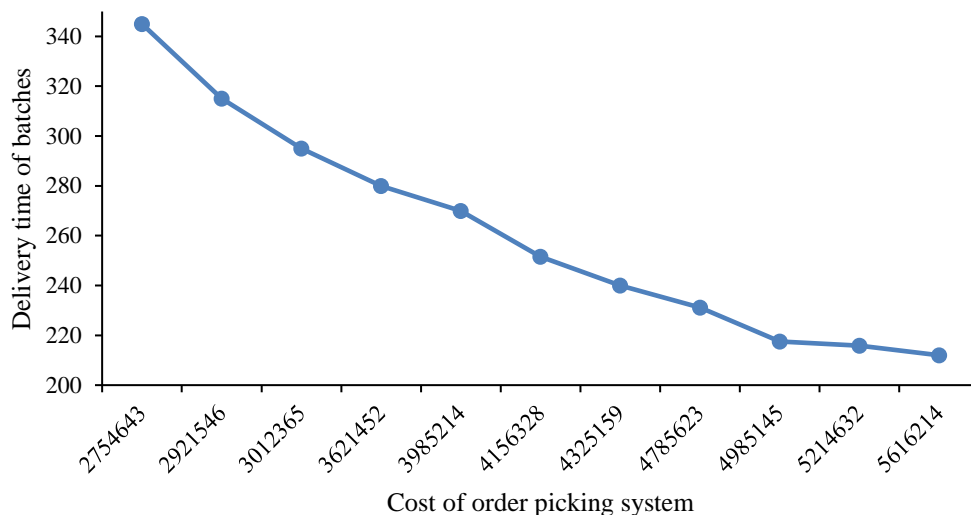


در جدول ۳ نتایج پیاده‌سازی الگوریتم بندرز بر روی مساله ۸ با در نظر گرفتن اوزان متفاوت برای هر یک از توابع هدف گزارش شده است. در ستون دوم جدول، مقدار تابع هدف ادغامی آورده شده است. هم‌چنین در ستون‌های سوم و چهارم نیز مقدار هر یک از توابع مدل اصلی آورده شده است. نتایج نشان می‌دهد با افزایش ضرایب تابع هدف مقدار هر یک از توابع تغییر می‌کند. با توجه به نوع کمیته‌سازی توابع، هر چه میزان اهمیت تابع هدفی بیشتر باشد، مقدار آن نیز بهتر شده است. همان‌طور که در جدول ۳ مشاهده می‌شود، دو تابع هدف با یکدیگر در تضاد هستند؛ زیرا یکی مقادیر مطلوب و دیگری مقادیر نامطلوبی دارد. تضادهای زوجی توابع هدف رفتار متقابل آن‌ها در شکل ۴ به وضوح نشان داده شده است.

جدول ۳- نتایج محاسباتی تحت اوزان مختلف توابع هدف.

Table 3- Computational results under different importance weights of objective functions.

مقادیر تابع هدف		اهمیت وزن توابع هدف ارزش ادغامی	
Z1	Z2		
212	5616214	0.917	(1,0)
215.5	5214632	0.841	(0.9,0.1)
217.5	4985145	0.825	(0.8,0.2)
231.2	4785623	0.868	(0.7,0.3)
240.4	4325159	0.746	(0.6,0.4)
251.6	4156328	0.905	(0.5,0.5)
270.5	3985214	0.876	(0.4,0.6)
280.3	3621452	0.847	(0.3,0.7)
295	3012365	0.789	(0.2,0.8)
315.2	2921546	0.835	(0.1,0.9)
345	2754643	0.862	(0,1)



شکل ۴- عملکرد متقابل توابع هدف.

Figure 4- The reciprocal performance of model objective functions.

همان‌طور که مشاهده می‌کنید جدول ۴، نتایج الگوریتم بندرز کلاسیک و بندرز تسریع شده و سیپلکس را برای همه مسایل نشان می‌دهد. محدودیت زمانی ۵ ساعته برای حل در نظر گرفته شده است. الگوریتم بندرز تسریع شده با برش بهینه پارتو عملکرد بهتری نسبت به الگوریتم بندرز کلاسیک از منظر زمان حل و تعداد تکرارها دارد. برای مثال الگوریتم بندرز با برش بهینه پارتو مساله ۶ را با ۱۱۸ تکرار و ۵۴۱۷/۵۴ ثانیه حل کرده است این در حالی است که الگوریتم بندرز کلاسیک با ۶۳۰ تکرار و در مدت‌زمان ۱۸۰۰۰ ثانیه به همگرایی نرسیده است؛ بنابراین، نتایج نشان داد که الگوریتم بندرز با برش بهینه پارتو نسبت به الگوریتم تجزیه بندرز زمان کمتری برای حل مسایل نیاز دارد.

جدول ۴- نتایج حل الگوریتم بندرز کلاسیک و بندرز تسریع یافته.

Table 4- The results of the classic Benders decomposition algorithm and the accelerated Benders decomposition algorithm

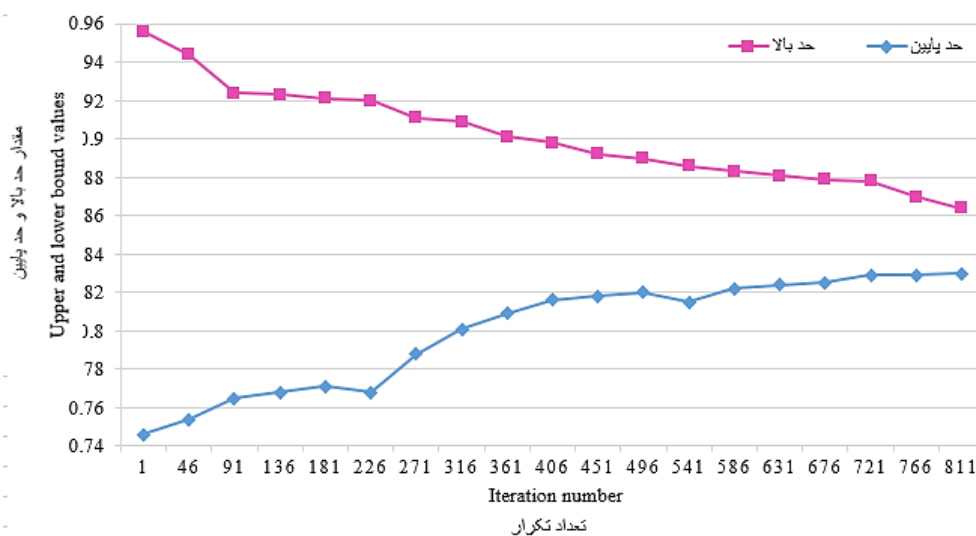
شماره نمونه	سیپلکس الگوریتم بندرز تسریع شده			الگوریتم بندرز کلاسیک			حد بالا	حد پایین	شکاف (%)	تعداد تکرار	زمان حل (s)	شکاف (%)	حد بالا	حد پایین
	زمان حل (s)	تعداد تکرار	شکاف (%)	تعداد تکرار	زمان حل (s)	شکاف (%)								
1	3571.22	165	0	0.916	0.916	0	0.916	0.916	0	804	3856.17	0.916	0.916	0
2	5924.73	138	0	0.904	0.904	0	0.904	0.904	0	751	4216.25	0.904	0.904	0
3	6482.94	142	0	0.873	0.873	0	0.873	0.873	0	769	4531.93	0.873	0.873	0
4	7596.28	168	0	0.892	0.892	0	0.892	0.892	0	729	4585.25	0.892	0.892	0
5	7825.67	189	0	0.859	0.859	0	0.859	0.859	0	831	18000	0.859	0.859	0
6	>18000	118	0	0.854	0.854	0	0.854	0.854	5.31	630	18000	0.854	0.854	0
7	>18000	94	0	0.863	0.863	0	0.863	0.863	6.12	627	18000	0.863	0.863	0
8	>18000	118	0	0.854	0.854	0	0.854	0.854	4.09	811	18000	0.854	0.854	0
9	>18000	282	0	0.911	0.911	0	0.911	0.911	8.99	906	18000	0.911	0.911	0
10	>18000	194	0	0.842	0.842	0	0.842	0.842	6.88	887	18000	0.842	0.842	0
11	>18000	182	0	0.796	0.796	0	0.796	0.796	8.70	841	18000	0.796	0.796	0
12	>18000	191	0	0.801	0.801	0	0.801	0.801	9.14	872	18000	0.801	0.801	0
13	>18000	205	0	0.857	0.857	0	0.857	0.857	6.94	899	18000	0.857	0.857	0
14	>18000	159	0	0.791	0.791	0	0.791	0.791	1.27	925	18000	0.791	0.791	0
15	>18000	109	0	0.866	0.866	0	0.866	0.866	3.69	1025	18000	0.866	0.866	0
16	>18000	183	0	0.884	0.884	0	0.884	0.884	5.05	1256	18000	0.884	0.884	0
17	>18000	208	0	0.913	0.913	0	0.913	0.913	2.55	1423	18000	0.913	0.913	0
18	>18000	251	0	0.892	0.892	0	0.892	0.892	3.56	1270	18000	0.892	0.892	0
19	>18000	239	0	0.781	0.781	0	0.781	0.781	3.95	1384	18000	0.781	0.781	0
20	>18000	208	0	0.832	0.832	0	0.832	0.832	3.05	1126	18000	0.832	0.832	0
21	>18000	174	0	0.834	0.834	0	0.834	0.834	6.16	1085	18000	0.834	0.834	0
22	>18000	218	0	0.811	0.811	0	0.811	0.811	10.01	1026	18000	0.811	0.811	0
23	>18000	283	0	0.842	0.842	0	0.842	0.842	5.42	1356	18000	0.842	0.842	0
24	>18000	219	0	0.867	0.867	0	0.867	0.867	5.05	1289	18000	0.867	0.867	0
25	>18000	341	0	0.850	0.850	0	0.850	0.850	4.88	1405	18000	0.850	0.850	0
26	>18000	320	0	0.763	0.763	0	0.763	0.763	4.37	1326	18000	0.763	0.763	0
27	>18000	365	0	0.762	0.762	0	0.762	0.762	3.09	1009	18000	0.762	0.762	0

Table 4- Continued.

شماره نمونه	سیپلکس الگوریتم بندرز تسریع شده						الگوریتم بندرز کلاسیک				
	زمان حل (s)	زمان حل (s)	تعداد تکرار	شکاف (%)	حد بالا	حد پایین	زمان حل (s)	تعداد تکرار	شکاف (%)	حد بالا	حد پایین
28	>18000	9259.49	371	0	0.735	0.735	18000	1425	3.77	0.743	0.716
29	>18000	9526.18	401	0	0.711	0.711	18000	1409	2.58	0.715	0.697
30	>18000	9763.25	425	0	0.793	0.793	18000	1371	2.56	0.802	0.782
31	>18000	10269.32	448	0	0.830	0.830	18000	1256	1.33	0.836	0.825
32	>18000	10569.21	409	0	0.863	0.863	18000	1352	7.13	0.872	0.814
33	>18000	10454.25	458	0	0.854	0.854	18000	1308	3.61	0.862	0.832
34	>18000	10259.36	410	0	0.871	0.871	18000	1421	2.85	0.867	0.843
35	>18000	10841.78	452	0	0.863	0.863	18000	1453	5.58	0.871	0.825
36	>18000	11056.25	436	0	0.854	0.854	18000	1468	5.75	0.864	0.817
37	>18000	11256.47	359	0	0.824	0.824	18000	1520	4.91	0.834	0.795
38	>18000	11415.36	408	0	0.735	0.735	18000	1502	4.78	0.746	0.712
39	>18000	11795.25	446	0	0.865	0.865	18000	1563	4.79	0.875	0.835
40	>18000	11854.63	509	0	0.884	0.884	18000	1632	4.68	0.894	0.854
41	>18000	12056.71	543	0	0.832	0.832	18000	1654	7.25	0.873	0.814
42	>18000	12095.32	567	0	0.865	0.865	18000	1605	2.58	0.874	0.852
43	>18000	12145.25	579	0	0.877	0.877	18000	1662	1.03	0.883	0.874
44	>18000	12452.32	638	0	0.935	0.935	18000	1641	3.40	0.942	0.911
45	>18000	13015.62	657	0	0.798	0.798	18000	1712	4.15	0.804	0.772
Average	>18000	8430.78	312.84	0	0.841	0.841	16781.99	1205.11	4.30	0.854	0.820

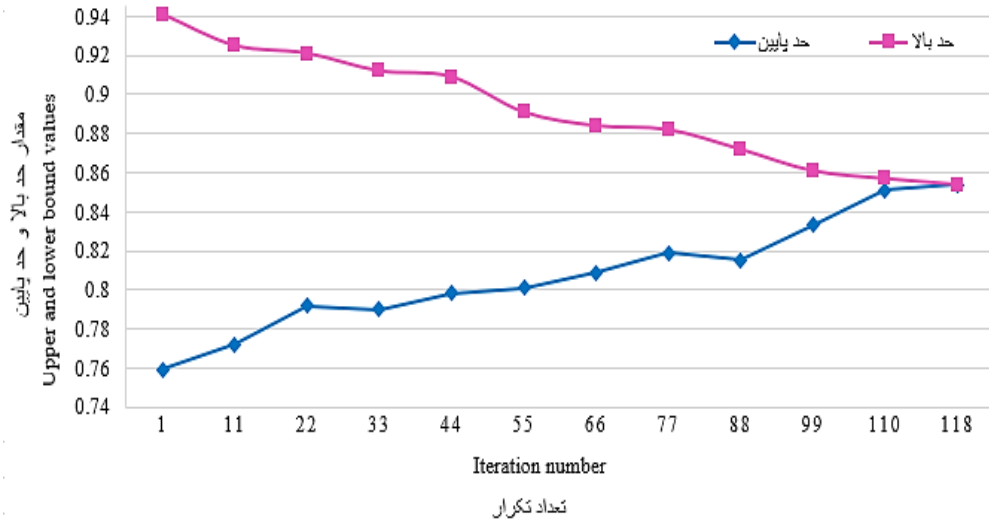
## ۵-۳- تحلیل حساسیت

در این بخش، تحلیل حساسیت مدل نسبت به پارامترهای مختلف انجام شده است. شکل ۵-الف روند همگرایی الگوریتم تجزیه بندرز را برای مساله شماره ۸ نشان می‌دهد. مقدار حد پایین در هر تکرار می‌تواند از مقدار تکرار قبلی بزرگ‌تر یا کوچک‌تر باشد، اما روند کلی آن باید صعودی باشد. این رویه برای حد بالا صادق نیست. به عبارتی دیگر، مقدار حد بالا در هر تکرار می‌تواند مقداری کوچک‌تر از تکرار قبلی بوده و روند کلی آن نزولی است. شکل ۵-ب روند همگرایی الگوریتم برش بهینه پارتورا نمایش می‌دهد. مقایسه شکل ۵-الف و شکل ۵-ب تایید می‌کند که الگوریتم برش بهینه پارتورا برای حل مساله طراحی شده، نسبت به الگوریتم تجزیه بندرز کلاسیک سرعت همگرایی بالاتری دارد. علاوه بر این، در شکل ۵-الف نشان داده شده است که الگوریتم تجزیه بندرز کلاسیک در زمان ۱۸۰۰۰ ثانیه به همگرایی نرسیده و در تکرار ۸۱۱ مقادیر حد پایین و حد بالا به ترتیب مقادیر ۰/۸۳۰ و ۰/۸۶۴ دارند.



الف-



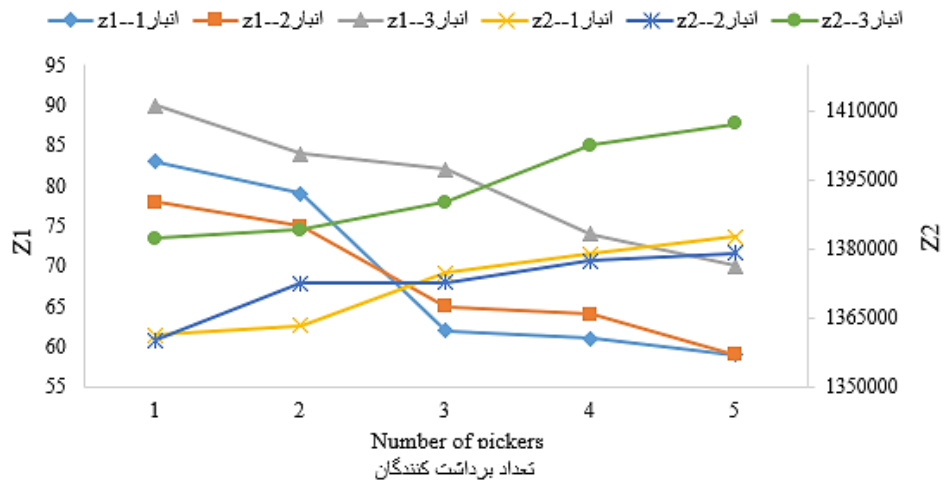


ب-

شکل ۵- روند همگرایی؛ الف) الگوریتم تجزیه بندرز، ب) الگوریتم برش بهینه پارتو.

Figure 5- Convergence process; a. Bandarz decomposition algorithm, b. pareto optimal cut algorithm.

در شکل ۶ اثر تغییرات تعداد برداشت کننده بر توابع هدف برای هر یک از انبارها نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می شود با افزایش تعداد برداشت کننده مقدار تابع هدف اول کاهش پیدا کرده است. دلیل این تغییر این است که هر چه برداشت کننده بیشتری در دسترس باشد فعالیت برداشت سفارش بین آن ها تقسیم شده و حجم کار هر یک کاهش پیدا کرده و برداشت سفارش ها زودتر به اتمام می رسد. شکل ۶ هم چنین نشان داده است که با افزایش تعداد برداشت کننده هزینه های مربوط به برداشت سفارش افزایش یافته است. در واقع با افزایش تعداد برداشت کننده، تعداد سفر برداشت کنندگان به مناطق مختلف انبار زیاد شده که این امر سبب زیاد شدن مجموع هزینه ها می شود.



شکل ۶- اثر تغییرات تعداد برداشت کننده بر توابع هدف.

Figure 6- The effect of changes in the number of pickers on each objective functions.

## ۶- نتیجه گیری

در این مقاله، بهینه سازی عملیات برداشت سفارش در چندین انبار مختلف برای نخستین بار مورد مطالعه قرار گرفته است. در مدل سازی پیشنهادی مساله تصمیمات دسته بندی و تخصیص سفارش ها و مسیریابی برداشت کنندگان با در نظرگیری مساله بارگیری کامیون ها در یک فضای چندانباره به صورت یکپارچه در نظر گرفته شده است. مساله به صورت یک مدل ریاضی عدد صحیح مختلط چندهدفه فرموله شده است. تابع هدف اول کمینه سازی زمان تحویل دسته ها و تابع هدف دوم کمینه سازی مجموع هزینه های برداشت سفارش است. برای مواجهه با مدل چندهدفه پیشنهادی و تبدیل آن به مدل تک هدفه از روش تقویت یافته لای و هوآنگ [3] استفاده شده است.



هم‌چنین به منظور حل مساله در ابعاد مختلف، از الگوریتم تجزیه بندرز کلاسیک و الگوریتم بندرز با برش بهینه پارتو استفاده شده و عملکرد آن‌ها در مثال‌های مختلف با یکدیگر مقایسه شده است. در این مقاله، مدل پیشنهادی و رویکردهای حل استفاده شده با استفاده از داده‌های دریافت شده بر اساس یک مطالعه موردی واقعی اعتبارسنجی شده است.

نتایج اجرای الگوریتم‌های مورد استفاده نشان داد که الگوریتم بندرز با برش بهینه پارتو نسبت به الگوریتم تجزیه بندرز کلاسیک، زمان اجرا و تعداد تکرارهای کمتری را برای حل مسایل نیاز دارد. در ضمن برای نشان دادن کارایی الگوریتم‌های مورد استفاده، زمان اجرای الگوریتم‌های تجزیه مورد استفاده با حل‌کننده سیپلکس نیز مقایسه شده است. در این مقاله با توجه به روش چندهدفه استفاده شده، اثر میزان ضرایب توابع هدف نیز بر خروجی‌های مساله ارزیابی شده است. نتایج نشان داد که هر چه وزن مربوط به تابع هدفی بیشتر باشد نتایج آن نیز بهتر می‌باشد. به کارگیری روش تقویت یافته لای و هوآنگ [3] سبب شد تا قبل از حل مدل، ترجیحات تصمیم‌گیرنده در خصوص اهمیت توابع هدف اخذ شود و تصمیم‌گیرنده می‌تواند از میان جواب‌های کارا جواب نهایی که ارضا کننده باشد را انتخاب نماید. هم‌چنین در این مقاله با استفاده از آنالیز حساسیت اثر پارامترهای اصلی مدل بر خروجی‌های مساله بررسی شد. نتایج این تحلیل نشان داد که تغییرات تعداد برداشت‌کننده بر توابع هدف مساله اثرگذار است.

در پایان برای توسعه مساله در پژوهش‌های آتی پیشنهاد می‌گردد محدودیت‌های بیشتری مانند تداخل برداشت‌کنندگان در هنگام برداشت در نظر گرفته شود. هم‌چنین می‌توان مدل پیشنهادی را با استفاده از الگوریتم‌های فرا ابتکاری حل کرد. در نظر گرفتن فاکتورهای انسانی در مدل ریاضی از جمله موارد دیگری است که پیشنهاد می‌شود. یکپارچه‌سازی مدل با سایر تصمیمات عملیاتی مانند توزیع و حمل و نقل سفارش‌ها به نقاط مشتری می‌تواند از دیگر مسیرهای تحقیقاتی آینده باشد.

## منابع

- [1] Tompkins, J. A., White, J. A., Bozer, Y. A., & Tanchoco, J. M. A. (2010). *Facilities planning*. John Wiley & Sons.
- [2] Wäscher, G. (2004). *Order picking: a survey of planning problems and methods* (pp. 323-347). Springer Berlin Heidelberg.
- [3] Lai, Y. J., Hwang, C. L., Lai, Y. J., & Hwang, C. L. (1994). *Fuzzy multiple objective decision making*. Springer.
- [4] Masae, M., Glock, C. H., & Grosse, E. H. (2020). Order picker routing in warehouses: A systematic literature review. *International journal of production economics*, 224, 107564. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2019.107564>
- [5] Chan, F. T. S., & Chan, H. K. (2011). Improving the productivity of order picking of a manual-pick and multi-level rack distribution warehouse through the implementation of class-based storage. *Expert systems with applications*, 38(3), 2686–2700. DOI:10.1016/j.eswa.2010.08.058
- [6] Shqair, M., Altarazi, S., & Al-Shihabi, S. (2014). A statistical study employing agent-based modeling to estimate the effects of different warehouse parameters on the distance traveled in warehouses. *Simulation modelling practice and theory*, 49, 122–135. DOI:10.1016/j.simpat.2014.08.002
- [7] Dijkstra, A. S., & Roodbergen, K. J. (2017). Exact route-length formulas and a storage location assignment heuristic for picker-to-parts warehouses. *Transportation research part E: logistics and transportation review*, 102, 38–59. DOI:10.1016/j.tre.2017.04.003
- [8] Quader, S., & Castillo-Villar, K. K. (2018). Design of an enhanced multi-aisle order-picking system considering storage assignments and routing heuristics. *Robotics and computer-integrated manufacturing*, 50, 13–29. DOI:10.1016/j.rcim.2015.12.009
- [9] Zhang, R. Q., Wang, M., & Pan, X. (2019). New model of the storage location assignment problem considering demand correlation pattern. *Computers and industrial engineering*, 129, 210–219. DOI:10.1016/j.cie.2019.01.027
- [10] Matusiak, M., De Koster, R., Kroon, L., & Saarinen, J. (2014). A fast simulated annealing method for batching precedence-constrained customer orders in a warehouse. *European journal of operational research*, 236(3), 968–977. DOI:10.1016/j.ejor.2013.06.001
- [11] Cheng, C. Y., Chen, Y. Y., Chen, T. L., & Jung-Woon Yoo, J. (2015). Using a hybrid approach based on the particle swarm optimization and ant colony optimization to solve a joint order batching and picker routing problem. *International journal of production economics*, 170, 805–814. DOI:10.1016/j.ijpe.2015.03.021
- [12] Öncan, T. (2015). MILP formulations and an iterated local search algorithm with tabu thresholding for the order batching problem. *European journal of operational research*, 243(1), 142–155. DOI:10.1016/j.ejor.2014.11.025
- [13] Lin, C. C., Kang, J. R., Hou, C. C., & Cheng, C. Y. (2016). Joint order batching and picker Manhattan routing problem. *Computers and industrial engineering*, 95, 164–174. DOI:10.1016/j.cie.2016.03.009
- [14] Valle, C. A., Beasley, J. E., & da Cunha, A. S. (2017). Optimally solving the joint order batching and picker routing problem. *European journal of operational research*, 262(3), 817–834. DOI:10.1016/j.ejor.2017.03.069
- [15] Aerts, B., Cornelissens, T., & Sörensen, K. (2021). The joint order batching and picker routing problem: Modelled and solved as a clustered vehicle routing problem. *Computers and operations research*, 129, 105168. DOI:10.1016/j.cor.2020.105168



- [16] Kuhn, H., Schubert, D., & Holzapfel, A. (2021). Integrated order batching and vehicle routing operations in grocery retail – a general adaptive large neighborhood search algorithm. *European journal of operational research*, 294(3), 1003–1021. DOI:10.1016/j.ejor.2020.03.075
- [17] Wagner, S., & Mönch, L. (2023). A variable neighborhood search approach to solve the order batching problem with heterogeneous pick devices. *European journal of operational research*, 304(2), 461–475. DOI:10.1016/j.ejor.2022.03.056
- [18] Chen, C. M., Gong, Y., De Koster, R. B. M., & Van Nunen, J. A. E. E. (2010). A flexible evaluative framework for order picking systems. *Production and operations management*, 19(1), 70–82. DOI:10.1111/j.1937-5956.2009.01047.x
- [19] Hsieh, L. F., & Huang, Y. C. (2011). New batch construction heuristics to optimise the performance of order picking systems. *International journal of production economics*, 131(2), 618–630. DOI:10.1016/j.ijpe.2011.02.006
- [20] Ene, S., & Öztürk, N. (2012). Storage location assignment and order picking optimization in the automotive industry. *International journal of advanced manufacturing technology*, 60(5–8), 787–797. DOI:10.1007/s00170-011-3593-y
- [21] Henn, S., & Wäscher, G. (2012). Tabu search heuristics for the order batching problem in manual order picking systems. *European journal of operational research*, 222(3), 484–494. DOI:10.1016/j.ejor.2012.05.049
- [22] Chackelson, C., Errasti, A., Ciprés, D., & Lahoz, F. (2013). Evaluating order picking performance trade-offs by configuring main operating strategies in a retail distributor: a design of experiments approach. *International journal of production research*, 51(20), 6097–6109.
- [23] Scholz, A., & Wäscher, G. (2017). Order batching and picker routing in manual order picking systems: the benefits of integrated routing. *Central european journal of operations research*, 25(2), 491–520. DOI:10.1007/s10100-017-0467-x
- [24] van Gils, T., Caris, A., Ramaekers, K., & Braekers, K. (2019). Formulating and solving the integrated batching, routing, and picker scheduling problem in a real-life spare parts warehouse. *European journal of operational research*, 277(3), 814–830. DOI:10.1016/j.ejor.2019.03.012
- [25] Kübler, P., Glock, C. H., & Bauernhansl, T. (2020). A new iterative method for solving the joint dynamic storage location assignment, order batching and picker routing problem in manual picker-to-parts warehouses. *Computers and industrial engineering*, 147, 106645. DOI:10.1016/j.cie.2020.106645
- [26] Rasmi, S. A. B., Wang, Y., & Charkhgard, H. (2022). Wave order picking under the mixed-shelves storage strategy: A solution method and advantages. *Computers and operations research*, 137, 105556. DOI:10.1016/j.cor.2021.105556
- [27] Vanheusden, S., van Gils, T., Braekers, K., Ramaekers, K., & Caris, A. (2022). Analysing the effectiveness of workload balancing measures in order picking operations. *International journal of production research*, 60(7), 2126–2150. DOI:10.1080/00207543.2021.1884307
- [28] Farhadi Sartangi, M., Kashan, A. H., Haleh, H., & Kazemi, A. (2022). Optimization of a multi-period order picking and multi-trip order-picker routing to minimize total tardiness. *Journal of decisions and operations research*, 7(1), 91–110. (In Persian). [https://www.journal-dmor.ir/article\\_138384\\_en.html](https://www.journal-dmor.ir/article_138384_en.html)
- [29] D'Haen, R., Braekers, K., & Ramaekers, K. (2023). Integrated scheduling of order picking operations under dynamic order arrivals. *International journal of production research*, 61(10), 3205–3226. DOI:10.1080/00207543.2022.2078747
- [30] Saylam, S., Çelik, M., & Süral, H. (2023). The min–max order picking problem in synchronised dynamic zone-picking systems. *International journal of production research*, 61(7), 2086–2104. DOI:10.1080/00207543.2022.2058433
- [31] Nikkhoo, F., Kashan, A. H., Ostadi, B., & Nikbakhsh, E. (2023). An integrated approach based on madm and modm for order picking system considering human factors. *International journal of information technology and decision making*, 1–48. DOI:10.1142/S0219622023500657
- [32] Chen, T. L., Cheng, C. Y., Chen, Y. Y., & Chan, L. K. (2015). An efficient hybrid algorithm for integrated order batching, sequencing and routing problem. *International journal of production economics*, 159, 158–167. DOI:10.1016/j.ijpe.2014.09.029
- [33] Benders, J. F. (2005). Partitioning procedures for solving mixed-variables programming problems. *Computational management science*, 2(1), 3–19.
- [34] Pishvaei, M. S., Razmi, J., & Torabi, S. A. (2014). An accelerated Benders decomposition algorithm for sustainable supply chain network design under uncertainty: A case study of medical needle and syringe supply chain. *Transportation research part E: logistics and transportation review*, 67, 14–38.
- [35] Magnanti, T. L., & Wong, R. T. (1981). Accelerating benders decomposition: algorithmic enhancement and model selection criteria. *Operations research*, 29(3), 464–484. DOI:10.1287/opre.29.3.464