E-ISSN: 2676-6159 | P-ISSN: 2538-5079

Journal of Decisions and Operations Research

www.journal-dmor.ir

J. Decis. Oper. Res. Vol. 7, No. 2 (2022) 355-372.

Paper Type: Original Article

Presenting COPRAS Multi-Criteria Group Decision Making Method Using Interval and Punctual Type 2 Fuzzy Sets

Masoomeh Azizi Nafteh, Mahmoud Shahrokhi*

Department of Industrial Engineering, University of Kurdistan, Sanandaj, Iran; azizi.m2019000@gmail.com; shahrokhi292@yahoo.com.

Citation:

Azizi Nafteh, M. & Shahrokhi, M. (2022). Presenting COPRAS multi-criteria group decision making method using interval and punctual type 2 fuzzy sets. *Journal of decisions and operations research, 7*(2), 355-372.

Received: 02/09/2021 Reviewed: 11/11/2021 Revised: 19/12/2021 Accepted: 07/01/2022

Abstract

Purpose: Provide a way to consider the validity of the opinions of each expert in the COPRAS multi-criteria group decision-making process using the concepts of type 2 interval and punctual fuzzy sets.

Methodology: The proposed method uses general (punctual) type 2 fuzzy numbers to express the values of the experts' options, as the confidence degree noted by the secondary membership degrees. The analyst uses the resulting decision matrix and calculates the overall confidence level using the criteria' alternatives scores. The proposed approach obtains a balanced weight matrix by multiplying the scores of each criterion and its weight. The model calculates the credibility of the superiority of each alternative, finds the final alternative utility, and finally selects the optimal solution.

Findings: The numerical example results show that the proposed method improves the Coopers fuzzy multi-criteria group decision problem using punctual type 2 fuzzy sets.

Originality/Value: The use of punctual type 2 fuzzy sets to express the validity of each expert's opinion from the researcher's point of view, in addition to flexibility, also increases the quality of the response.

Keywords: Multi-criteria decision-making, Fuzzy COPRAS, Type 2 fuzzy set.

Corresponding Author: shahrokhi292@yahoo.com
https://dorl.net/dor/20.1001.1.25385097.1401.7.2.9.6
Licensee. **Journal of Decisions and Operations Research**. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (http://creativecommons.org/licenses/by/4.0).

Journal of Decisions and Operations Research

تصمیم‌گیری و تحقیق در عملیات

دوره ۷، شماره (۲)، (۱۴۰۱)، ۳۷۲-۳۵۵

www.journal-dmor.ir

نوع مقاله: پژوهشی

ارائه روش تصمیم‌گیری گروهی چندمعیاره COPRAS با استفاده از مجموعه‌های فازی نوع ۲ فاصله‌ای و نقطه‌ای

معصومه عزیزی نفطه، محمود شهرخی

گروه مهندسی صنایع، دانشگاه کردستان، سنندج، ایران.

چکیده

هدف: ارائه روشی برای در نظر گرفتن اعتبار نظرات هر یک از خبرگان در فرآیند تصمیم‌گیری گروهی چندمعیاره *COPRAS* با استفاده از مفاهیم مجموعه‌های فازی نوع ۲ فاصله‌ای و نقطه‌ای.

روش‌شناسی پژوهش: در این پژوهش روش نوینی برای غیرفازی‌سازی اعداد فازی نوع ۲ نقطه‌ای ارائه شده و از آن برای تخمین میزان اعتبار هریک از تصمیم‌گیرندگان استفاده می‌شود. مقادیر امتیازات گزینه‌ها نیز به‌صورت اعداد فازی نوع ۲ بیان می‌شوند که میزان اطمینان به هریک از نظرات کارشناسان با درجه عضویت ثانویه بیان می‌گردد. از این جدول به‌عنوان ماتریس تصمیم برای تصمیم‌گیری استفاده می‌شود. برای این کار نخست میزان اطمینان کلی در هر یک از معیارها از جمع‌بندی اطمینان امتیازات مربوطه محاسبه می‌شود. با تأثیر این اطمینان امتیازات هر معیار بر میزان وزن آن، ماتریس وزنی متعادل شده به دست می‌آید. در ادامه امکان برتری هر گزینه بر گزینه دیگر و سپس مطلوبیت نهائی تک‌تک گزینه‌ها محاسبه می‌شود.

یافته‌ها: نتایج مثال عددی نشان می‌دهد که روش پیشنهادی مسئله تصمیم‌گیری گروهی چندمعیاره فازی با روش کوپراس را با استفاده از مجموعه‌های فازی نوع ۲ نقطه‌ای بهبود می‌دهد.

اصالت/ارزش افزوده علمی: استفاده از مجموعه‌های فازی نوع ۲ نقطه‌ای برای بیان اعتبار نظر هر یک از کارشناسان از دیدگاه پژوهشگر علاوه بر انعطاف‌پذیری بر کیفیت پاسخ نیز می‌افزاید.

کلیدواژه‌ها: تصمیم‌گیری چندمعیاره، کوپراس فازی، مجموعه فازی نوع دو.

۱- مقدمه

کوپراس[1] یک روش تصمیم‌گیری چندمعیاره (*MCDM*[2]) است که اولین بار توسط زاوادسکاس و همکاران[3] (۱۹۹۶) معرفی شد. این روش یک راه‌حل بهینه را با توجه به راه‌حل ایده آل مثبت و راه‌حل ایده آل منفی تعیین می‌کند. نسخه اولیه کوپراس برای تصمیم‌گیری در شرایط قطعی توسعه یافته بود ولی ازآنجاکه غیرقطعی بودن پارامترها یک ویژگی اجتناب‌ناپذیر در تصمیم‌گیری است، بعدها این روش برای استفاده از شرایط عدم قطعیت نیز بهبود داده شد. یکی از راه‌های در نظر گرفتن این عدم قطعیت‌ها بیان آن‌ها در قالب اعداد فازی است که عموماً با

[1] The COmplex PRoportional ASsessment
[2] Multiple-Criteria Decision-Making
[3] Zavadskas et al.

* نویسنده مسئول

shahrokhi292@yahoo.com

https://dorl.net/dor/20.1001.1.25385097.1401.7.2.9.6

استفاده از اعداد فازی معمولی و نوع ۲ فاصله‌ای انجام گرفته است. نظریه مجموعه‌های فازی ارائه شده توسط زاده (۱۹٦۵) توانست با همان فرم اولیه خود افق جدیدی را برای رویارویی با ابهام و عدم قطعیت در مفاهیم و مسائل واقعی ارائه کند و به‌طور موفق از عهده عدم اطمینان‌های ناشی از ابهام یا تعلقات جزئی یک مجموعه برآید. ولی این نظریه نمی‌توانست همه حالات عدم اطمینان در مسائل واقعی به‌ویژه در تصمیم‌گیری‌های گروهی را پوشش دهد. برای رفع این نقیصه، زاده[1] (۱۹۷۵) مجموعه‌های فازی نوع ۲ را به‌عنوان تعمیم مجموعه‌های فازی نوع ۱ پیشنهاد داد. در مجموعه‌های فازی نوع ۲، به هر درجه عضویت در مجموعه‌های فازی معمولی، یک درجه عضویت ثانویه در بازه [۰، ۱] تخصیص داده می‌شود تا درجات بیشتری از آزادی و انعطاف‌پذیری را فراهم کنند. ازاین‌رو، مجموعه‌های فازی نوع ۲ در مقایسه با مجموعه‌های نوع ۱، در مدل‌سازی عدم اطمینان دقیق‌تر بوده و علاوه بر انعکاس بهتر نظر تصمیم‌گیرندگان، آزادی عمل بیشتری را نیز برای آن‌ها ایجاد می‌کند. باوجودآنکه استفاده از مجموعه‌های فازی نوع ۲ موجب افزایش حجم محاسبات می‌گردد (مندل و همکاران[2]، ۲۰۰٦)، ولی ازآنجاکه این مجموعه‌ها به‌خوبی منعکس‌کننده میزان ادراك اعضای گروه تصمیم‌گیرنده از متغیرهای زبانی هستند، استفاده از آن‌ها برای تبدیل متغیرهای زبانی به داده‌ها ارجحیت می‌یابد. اعداد فازی نوع ۲ توانائی بسیاری برای مقابله با عدم قطعیت، به‌ویژه هنگام پیش‌بینی یک پارامتر به‌صورت گروهی (جفال و تائو[3]، ۲۰۱۱) در یک سیستم متغیر و پویا دارد (کانت و دالوی[4]، ۲۰۱۷). در این پژوهش نخست روش *COPRAS* به‌منظور در نظر گرفتن میزان اعتبار هریک از تصمیم‌گیرندگان بهبود داده می‌شود و سپس با ارائه یک روش جدید برای دیفازی کردن اعداد فازی نوع ۲ فاصله‌ای از آن برای تخمین اعتبار کارشناسان استفاده می‌شود. در ادامه مقاله نخست خلاصه‌ای از ادبیات و پیشینه پژوهش ارائه شده و سپس مدل اصلاح شده پیشنهادی از روش تصمیم‌گیری چندمعیاره *COPRAS* ارائه شده و در ادامه با ارائه و حل مثال عددی کاربرد مدل پیشنهادی نشان داده می‌شود سپس مثال عددی مذکور با روش مدل اصلی حل بطوریکه روش حل مدل پیشنهادی همانند روش حل مدل اصلی است با این تفاوت که مدل پیشنهادی یک گام (محاسبه‌ی میزان اعتبار کارشناس) بیشتر دارد. در پایان نتایج مورد بحث قرارگرفته و نتیجه‌گیری ارائه می‌شود.

۲- پیشینه پژوهش

روی و همکاران[5] (۲۰۱۹) یک روش ارزیابی با استفاده از اعداد فازی شهودی برای تصمیم‌گیری جامع و منطقی تحت عدم قطعیت ایجاد کردند. به همین ترتیب، چانگ[6] (۲۰۱۹) ادعا می‌کنند که استفاده از IF نتایج دقیق‌تری را در موقعیت‌های واقعی ایجاد می‌کند؛ زیرا *SS* ذاتاً مسئله‌ای فازی و دارای عدم دقت می‌باشد. نکیبوگلو و بولگورکو[7] (۲۰۲۱) انتخاب بهترین تأمین‌کننده مواد اولیه را برای یک شرکت نساجی ترکیه با روش *IF-TOPSIS* استفاده و اهمیت گزینه‌ها و وزن معیارها را با استفاده از اعداد فازی شهودی تعریف کردند. هاشمی و انتخاب بهترین تأمین‌کننده مواد اولیه را برای یک شرکت نساجی ترکیه با روش *IF-TOPSIS* استفاده و اهمیت گزینه‌ها و وزن معیارها را با استفاده از اعداد فازی شهودی تعریف کردند. هاشمی و همکاران[8] (۲۰۲۱) به انتخاب مناسب‌ترین مجموعه تأمین‌کنندگان برای پرداختن به هر سه رکن پایداری در ساخت بزرگراه‌ها با رویکرد تصمیم‌گیری گروهی پرداختند. آن‌ها نگرش‌های ریسک کارشناسان و روش آنتروپی تحت محیط فازی شهودی مثلثی (*TIF*) را برای کنترل عدم قطعیت و ابهام ذاتی که از طریق فرآیند ارزیابی وجود دارد، محاسبه کردند. علاوه بر این، اقدامات جداسازی و امتیازات رتبه‌بندی را برای تشخیص ترتیب اولویت تأمین‌کنندگان معرفی کردند. اگر اطلاعاتی از گذشته موجود نباشد، استفاده از نظریه فازی گزینه‌ی مناسب‌تری از نظریه احتمالات برای مقابله با عدم قطعیت‌های تصمیم‌گیری بوده و همچنین رویکردهای مبتنی بر نظریه فازی ساده‌تر بوده و به داده‌های کمتری نیز نیاز دارد (دوبویس و همکاران[9]، ۲۰۰۳). سعیدپور و مظفری[10] (۲۰۱٤) به ارائه یک مدل مناسب تصمیم‌گیری چندمعیاره در شرایط عدم قطعیت و با استفاده از مفاهیم تئوری فازی و کوپراس خاکستری پرداختند. معماری و همکاران[11] (۲۰۱۹) مطالعات *SS* را بین سال‌های ۲۰۱۳ و ۲۰۱۸ مرور کرده و در مورد توسعه فن‌آوری‌های مذاکره گروهی تحت عنوان "روند پژوهش‌های آینده" بحث کردند. طبق مطالعه آن‌ها، روش *TOPSIS* که در مقاله‌ی آن‌ها نیز مورد استفاده قرار گرفته بود، همچنان سلطه خود را به‌عنوان یک روش سازشی حفظ خواهد کرد. به همین ترتیب، نظریه فازی نیز همچنان ترجیح داده خواهد شد، زیرا اجازه می‌دهد اصطلاحات زبانی به مقادیر کمی و قابل محاسبه تبدیل شوند.

---

[1] Zadeh
[2] Mendel et al.
[3] Jaffal and Tao
[4] Kant and Dalvi
[5] Roy et.al.
[6] Chang
[7] Nakiboglu and Bulgurcu
[8] Hashemi et.al.
[9] Dubois et al.
[10] Saeedpour and Mozaffari
[11] Memari et.al.

غالباً نیازها در قالب مفاهیم کیفی اظهار می‌شوند درحالی‌که باید به‌صورت کمی مورد ارزیابی قرار گیرند. علاوه بر این، ازنظر تصمیم‌گیرنده، معیارها نسبت به یکدیگر از اهمیت و اولویت متفاوتی برخوردارند و این موضوع یکی از دلایل اصلی ارائه الگویی است که به‌وسیله آن بتوان معیارهای مناسب را با تأکید بر میزان اهمیت هر یک از آن‌ها در فرآیند تصمیم‌گیری دخیل کرد (قاسمی و همکاران[1]، ۲۰۱۷). صائمیان و فرجامه[2] (۲۰۱۶) به انتخاب گزینه برتر بر مبنای جنبه‌های ملموس و غیرملموس پرداختند. کشاورز قرابائی و همکاران[3] (۲۰۱٤) یک رویکرد تصمیم‌گیری گروهی چندمعیاره را بر اساس روش *COPRAS* با استفاده از مجموعه‌ی فازی فاصله‌ای نوع ۲ ارائه دادند که در آن به هر مجموعه فازی نوع ۱ ارائه شده توسط هر تصمیم‌گیرنده یک درجه عضویت تخصیص ثانویه تخصیص دادند. رانی و همکاران[4] (۲۰۲۰) رویکردی برای انتخاب گزینه بهینه، مبتنی بر *COPRAS* با استفاده از مفهوم مجموعه فازی مردد (*HFS*[5]) پیشنهاد کردند. آن‌ها برای تعیین وزن معیارها بر اساس ترجیحات متخصصان، از روش(*SWAR*)[6] توسعه یافته استفاده کردند و در مرحله بعد، برای نشان دادن کارایی و عملی بودن روش پیشنهادی، یک مطالعه موردی تجربی تحت محیط مبهم فازی انجام دادند. کایا پینارکایا و آیسین[7] (۲۰۲۱) یک روش جدید بر اساس معیار آنتروپی و تابع امتیاز برای ارزیابی اوزان معیارهای ناشناخته بر پایه معیار آنتروپی جدید و تابع امتیاز توسعه دادند. لو و همکاران[8] (۲۰۲۱) از روش همبستگی تلفیقی[9] (*CRITIC*) برای محاسبه وزن معیارها استفاده کرده و از روش *COPRAS* درجه سودمندی هر گزینه را محاسبه کردند. دورفشان و موسوی[10] (۲۰۱۹) برای مقابله با عدم اطمینان پروژه‌های دنیای واقعی با در نظر گرفتن معیارهای کارآمدی مانند زمان، هزینه، ریسک، کیفیت و ایمنی، روش جدید تصمیم‌گیری گروهی بر اساس مفاهیم تکنیک برای ترتیب اولویت با شباهت به راه‌حل ایده آل از روش *COPRAS* استفاده کردند.

در بسیاری از تصمیم‌گیری‌های واقعی اعتبار خبرگان متفاوت بوده که باید در فرآیند تصمیم‌گیری لحاظ شود. با بررسی انجام شده مشخص می‌شود که در هیچ‌یک از پژوهش‌های پیشین، تصمیم‌گیری گروهی *COPRAS* با در نظر گرفتن اعتبار هر یک از تصمیم‌گیرندگان با استفاده از مفاهیم توأم فازی نوع ۲ فاصله‌ای و نقطه‌ای انجام نگرفته است. با توجه به‌تمامی جوانب فوق، نوآوری اصلی این پژوهش شامل موارد زیر است:

- *بهبود روش تصمیم‌گیری چندمعیاره COPRAS به‌گونه‌ای که توانایی انعکاس هم‌زمان اعتبار کارشناسان (از دید تحلیل‌گران) و عدم قطعیت امتیازات گزینه‌ها (از دید کارشناسان) را داشته باشد.*
- *ارائه یک روش غیرفازی‌سازی برای تبدیل اعداد فازی نوع ۲ نقطه‌ای به اعداد معمولی.*
- *استفاده از اعداد فازی نوع ۲ نقطه‌ای در روش COPRAS بهبود داده شده به‌منظور لحاظ کردن میزان اعتبار هر یک از کارشناسان از دید تحلیل‌گران.*
- *ارائه عملیات محاسباتی مجموعه فازی نوع دو، روش رتبه‌بندی فازی و کوپراس بهبودیافته.*

در ادامه مقاله، نخست مسئله پژوهش بیان می‌شود. آنگاه گام‌های مدل پیشنهادی توضیح داده شده و یک مثال عددی بر اساس مدل اصلی و مدل پیشنهادی حل و نتایج آن‌ها مورد بحث قرار می‌گیرند. سپس، در بخش نتیجه‌گیری، نتایج پژوهشی، نتایج کاربردی، محدودیت‌های پژوهش و پیشنهادات پژوهشی، در قالب پیشنهادات کاربردی و پیشنهادات برای پژوهش‌های آتی بیان خواهد شد.

۳- بیان مسئله

مسئله پژوهش عبارت از انتخاب گزینه برتر در یک مسئله تصمیم‌گیری گروهی است که در آن نظرات خبرگان با متغیرهای کلامی تبدیل شده به متغیرهای فازی نوع ۲ فاصله‌ای و اعتبار خبرگان با درجه عضویت در مجموعه‌های فازی نوع ۲ نقطه‌ای بیان می‌شود. برای مدل‌سازی مسئله فرض کنید C مجموعه‌ی معیارها ($C = \{C_1, C_2, \dots, C_m\}$) و A مجموعه‌ی گزینه‌ها ($A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$) باشد و همچنین k تصمیم‌گیرنده ($D_1, D_2, \dots, D_k$) به‌صورت گروهی در تصمیم‌گیری مشارکت دارند. در ادامه، روش انتخاب گزینه برتر، با بهبود روش پیشنهادی کشاورز قرابائی و همکاران (۲۰۱٤) توضیح داده می‌شود.

در حالت معمولی جدول تصمیم‌گیری مدل کوپراس انفرادی به فرم عمومی زیر است:

---

[1] Ghasemi et al.
[2] Saimianeh and Farjameh
[3] Keshavarz Ghorabaee et al.
[4] Rani et al.
[5] Hesitant Fuzzy Set
[6] Step-Wise Weight Assessment Ratio Analysis
[7] Kayapinar Kaya and Aycin
[8] Lu et al.
[9] The CRiteria Importance Through Intercriteria Correlation
[10] Dorfeshan and Mousavi

جدول ۱- تصمیم‌گیری مدل کوپراس انفرادی.
Table1- COPRAS model for one decision-maker.

	W1	W2	…	Wm
	C1	C2	…	Cm
A1	a_{11}	a_{12}	…	a_{1m}
A2	a_{21}	a_{22}	…	a_{2m}
…	…	…	…	…
An	a_{n1}	a_{n2}	…	a_{nm}

جدول فوق دربرگیرنده معیارها و وزن آن‌ها (ستون‌ها)، گزینه‌ها (سطرها) و امتیازات (در بدنه جدول) است. در حالت تصمیم‌گیری گروهی همین جدول به فرم زیر درمی‌آید:

جدول ۲- تصمیم‌گیری گروهی.
Table2- Group decision making.

				W1				**W2**			**…**				**Wm**
				C1				**C2**			**…**				**Cm**
				تصمیم‌گیرندگان				**تصمیم‌گیرندگان**			**…**				**تصمیم‌گیرندگان**
	1	2	…	k	1	2	…	K	…	…	…	1	2	…	K
A1	a_{111}	a_{112}	…	a_{11k}	a_{121}	a_{122}	…	a_{12k}	…	…	…	a_{1m1}	a_{1m2}	…	a_{1mk}
A2	a_{211}	a_{212}	…	a_{21k}	a_{221}	a_{222}	…	a_{22k}	…	…	…	a_{2m1}	a_{2m2}	…	a_{2mk}
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	...
An	a_{n11}	a_{n12}	…	a_{n1k}	a_{n21}	a_{n22}	…	a_{n2k}	…	…	…	a_{nm1}	a_{nm2}	…	a_{nmk}

در **جدول ۲** برای امتیاز هر گزینه در هر معیار، به‌جای نظر یک تصمیم‌گیرنده، نظرات تصمیم‌گیرندگان مختلف ذکر شده است. در مدل پیشنهادی این مقاله، جدول تصمیم‌گیری مدل کوپراس، علاوه بر در نظر گرفتن تصمیم‌گیری گروهی به تحلیلگر اجازه می‌دهد که برای نظر هر یک از خبرگان اعتبار جداگانه‌ای در نظر بگیرد. این ارزش‌گذاری می‌تواند با توجه به سطح دانش، تجربه و تخصص فرد خبره مشخص شود. با لحاظ کردن این ارزش‌گذاری، جدول تصمیم‌گیری در این مقاله به فرم زیر درمی‌آید (**جدول ۳**):

جدول ۳- تصمیم‌گیری گروهی کوپراس و ارزش‌گذاری نظر هریک از اعضا.
Table 3- COPRAS Group Decision Making with Evaluating the Opinions of Each Member.

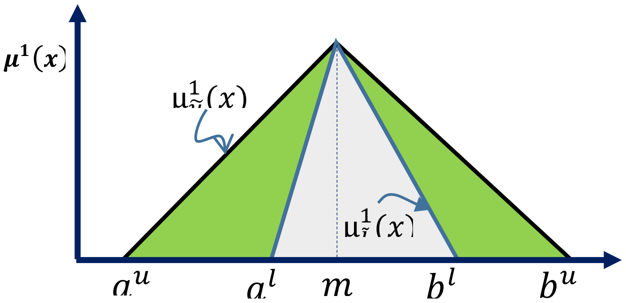
				W1				**W2**				**…**				**Wm**
				C1				**C2**				**…**				**Cm**
				تصمیم‌گیرندگان				**تصمیم‌گیرندگان**				**…**				**تصمیم‌گیرندگان**
	1	2	…	K	1	2	…	K	…	…	…	…	1	2	…	K
	v_1	v_2	…	v_K	v_1	v_2	…	v_K	v_1	v_2	…	v_K	v_1	v_2	…	v_K
A1	a_{111}	a_{112}	…	a_{11K}	a_{121}	a_{122}	…	a_{12K}	…	…	…	…	a_{1m1}	a_{1m2}	…	a_{1mK}
A2	a_{211}	a_{212}	…	a_{21K}	a_{221}	a_{222}	…	a_{22K}	…	…	…	…	a_{2m1}	a_{2m2}	…	a_{2mK}
…	…	…	…	…	…	…	…	...	…	…	…	…	...	...	…	...
An	a_{n11}	a_{n12}	…	a_{n1K}	a_{n21}	a_{n22}	…	a_{n2K}	…	…	…	…	a_{nm1}	a_{nm2}	…	a_{nmK}

که در آن v_1 اعتبار کارشناس kام از دید تحلیلگر است.

۴- روش پیشنهادی

روش پیشنهادی در این مقاله روش خردگرایانه نوع مفهوم‌سازی بنیادین است که در آن از استنتاجی یا استدلال قیاسی یا استنتاج از راه تمثیل اصول علمی را از طریق فرایند استدلال استفاده می‌شود.

در این پژوهش فرض می‌شود که درجه اعتبار هریک از تصمیم‌گیرندگان با یک مجموعه فازی نوع ۲ بیان می‌شود که مرزهای درجه‌های عضویت اولیه آن با دو عدد فازی مثلثی هم‌مرکز و درجه عضویت ثانویه با اعداد فازی مثلثی بیان شده‌اند. این مجموعه‌ها می‌توانند نتیجه جمع‌بندی نظرات گروهی از تحلیلگران و یا منتج از دقت آزمائی نظرات تصمیم‌گیرندگان در گذشته باشد. به‌طور مثال **شکل ۱** دو مجموعه فازی مثلثی $\tilde{u} = (a^u, m, b^u)_{TR}$ و $\tilde{l} = \left(a^l, m, b^l\right)_{TR}$ را نشان می‌دهد:



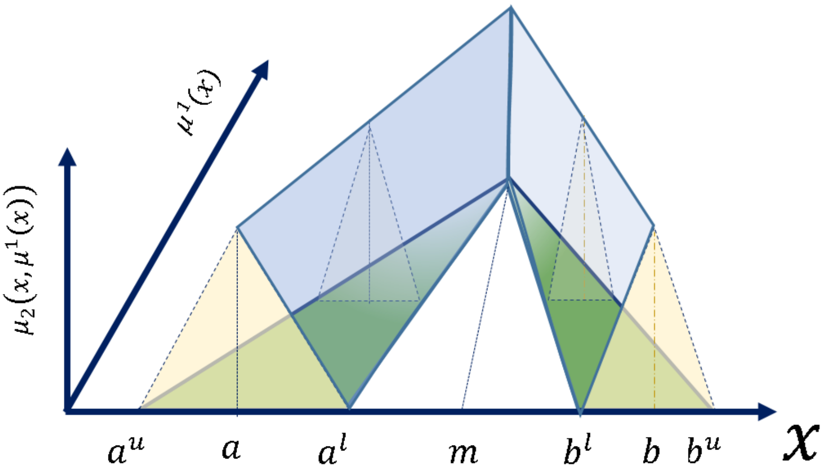
شکل ۱- حدود درجه عضویت اولیه در یک مجموعه فازی مثلثی نوع ۲.

Figure 1- The limits of primary membership in a type 2 triangular fuzzy set.

که در آن $\mu^1_{\tilde{l}}(x)$ و $\mu^1_{\tilde{u}}(x)$ به ترتیب حداقل و حداکثر درجه عضویت اولیه یک مجموعه فازی مثلثی نوع ۲ را نشان می‌دهند در **شکل ۱** درجه عضویت اولیه به‌صورت $\frac{\int_{a^u}^{b^u}\int_{\mu^1_{\tilde{l}}(x)}^{\mu^1_{\tilde{u}}(x)}\mu^1(x)}{x}$ تعریف می‌شود که در آن:

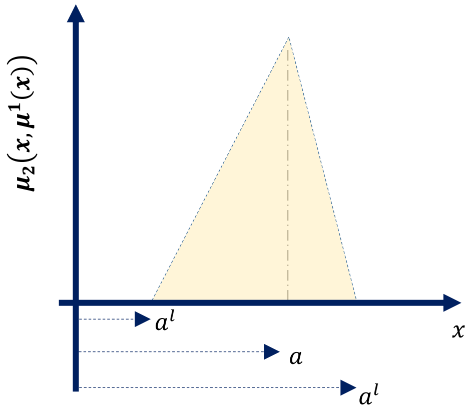
$$\forall\, x \in X \quad \mu^1_{\tilde{l}}(x) \le \mu^1(x) \le \mu^1_{\tilde{u}}(x),$$
$$\left(\mu^1_{\tilde{l}}(x), \mu^1_{\tilde{u}}(x)\right) \in [0,1]^2.$$

تاکنون مجموعه‌های فازی نوع ۲ که در روش *COPRAS* استفاده شده‌اند از نوع فاصله‌ای بوده‌اند که در آن‌ها تنها حداقل و حداکثر درجه عضویت هر مجموعه فازی مشخص می‌شود. در این پژوهش از اعداد فازی نوع ۲ نقطه‌ای استفاده می‌شود که علاوه بر تخصیص حدود درجه عضویت اولیه به هر مقدار متغیر، مقادیر درجه عضویت ثانویه را نیز برای این نقاط مشخص می‌کند. به‌عبارت‌دیگر در مجموعه‌های فازی نوع ۲ نقطه‌ای درجات عضویت ثانویه متفاوتی به هر یک از درجات عضویت اولیه نسبت داده می‌شود. در **شکل ۲** $\mu_2\left(x, \mu^1(x)\right)$ بیانگر درجه عضویت ثانویه هر یک از نقاط $\left(x, \mu^1(x)\right)$ است که خود به‌عنوان بُعد سوم به‌وسیله مجموعه‌های فازی مثلثی متساوی‌الساقین نشان داده شده‌اند.



شکل ۲ - یک مجموعه‌ی فازی مثلثی نوع ۲ نقطه‌ای.

Figure 2- A punctual type 2 triangular fuzzy set.



شکل ۳- مجموعه‌های فازی ثانویه.
Figure 3- The secondery fuzzy sets.

اعداد فازی نوع ۲ نقطه‌ای مورد استفاده در این پژوهش را می‌توان به‌صورت $\tilde{\tilde{A}} = (a^u, a^l, m, b^l, b^u)_{TR^2}$ نشان داد. **شکل ۳** درجه عضویت ثانویه سمت چپ در یکی از ترازهای موازی با محور x مجموعه فوق را نشان می‌دهد:

با استفاده از روش دیفازی مرکز سطح، می‌توان هر یک از توابع عضویت ثانویه، در طرفین m را به‌صورت جداگانه دیفازی نمود. رابطه محاسبه مختصات افقی مرکز سطح یک مثلث به فرم زیر است:

$$C = \frac{(a^l - a^u) + (m - a^l)}{3} + a^l. \qquad (۱)$$

جهت سادگی، در این پژوهش فرض می‌شود که مجموعه‌های فازی نوع ۲ با مثلث‌های متساوی‌الساقین نشان داده می‌شوند. چنانچه قاعده یکی از این مثلث‌ها برابر D باشد، خواهیم داشت:

$$C = \frac{D + D/2}{3} + a^l = a^l + \frac{D}{2} = m. \qquad (۲)$$

اعمال رابطه فوق بر مجموعه فازی مثلثی نوع ۲ مرحله قبل، آن را به یک عدد فازی مثلثی معمولی به فرم $\tilde{A} = \left((a^l + a^u)/2, m, (b^u + b^l)/2\right)_{TR}$ تبدیل می‌کند که مقدار غیرفازی شده آن با روش مرکز سطح به‌صورت زیر خواهد بود:

$$C = \frac{\left(\left((b^u + b^l)/2\right) - \left((a^l + a^u)/2\right)\right) + \left(m - \left((a^l + a^u)/2\right)\right)}{3} + \left((a^l + a^u)/2\right). \qquad (۳)$$

که پس از ساده‌سازی به فرم زیر درمی‌آید:

$$C = \frac{(b^u + b^l) + 2m + (a^l + a^u)}{6}. \qquad (۴)$$

به‌طور مثال مقدار غیرفازی شده $\tilde{\tilde{A}} = (0.27, 0.38, 0.45, 52, 0.56)_{TR^2}$ برابر ۰/۴۴ می‌شود.

در ادامه گام‌های روش پیشنهادی *COPRAS* بهبود یافته توضیح داده می‌شوند.

گام ۱. بیان اعتبار کارشناسان توسط تحلیل‌گران به‌صورت اعداد فازی نوع ۲ نقطه‌ای و تبدیل نتایج به اعداد معمولی.

گام ۲. میزان اعتبار هر کارشناس با استفاده از رابطه زیر نرمالیز می‌شود:

$$E_k = \frac{v_k}{\sum_{k'=1}^{K} v_{k'}} \; k = 1,2,\ldots K. \qquad k = 1,2,\ldots K \qquad (۵)$$

سپس امتیاز هر گزینه در هر معیار با ضرب میزان اعتبار نرمالیز شده هر کارشناس در a_{ijk} مربوطه محاسبه می‌شود.

$$X^p_{ijk} = E_k a_{ijk}. \qquad i = 1,2,\ldots,n, \;\; j = 1,2,\ldots,m, \;\; k = 1,2,\ldots,K \qquad (۶)$$

ماتریس تصمیم توسط هر تصمیم‌گیرنده با استفاده از رابطه زیر ساخته می‌شود.

عزیزی نقطه و شهرخی/تصمیم‌گیری و تحقیق در عملیات، دوره ۷، شماره ۲، تابستان، صفحه: ۳۷۲-۳۵۵

$$M_p = \left[\tilde{\tilde{X}}_{ij}^{p} \right]_{n\times m}. \quad (۷)$$

میانگین ماتریس تصمیم $\bar{Y}$ به‌صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$X_{ij} = \left(\left(X_{ij}^{1} \oplus X_{ij}^{2} \oplus .... \oplus \tilde{\tilde{X}}_{ij}^{k} \right) / k \right). \quad i = 1,2,\ldots, \; nj = 1,2,\ldots,m \quad (۸)$$

$$\bar{Y} = \left[X_{ij} \right]_{n\times m}. \quad (۹)$$

گام ۳. $\tilde{\tilde{Y}}_{ij}$ میانگین ارزش عملکرد گزینه A_j از معیار C_i است.

گام ۴. بیان نظر تصمیم‌گیرنده kام در مورد وزن معیارها توسط بردار زیر:

$$W^{k} = \left[W_{j}^{k} \right]_{1\times j}. \quad k = 1,2,\ldots,K \quad (۱۰)$$

ماتریس میانگین وزن معیارها jام از نظر همه تصمیم‌گیرندگان از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\overline{W} = \left[\overline{W}_{j} \right]_{m\times 1}. \quad (۱۱)$$

که در آن وزن معیار jام از میانگین فازی وزن این معیار از نظر تصمیم گیران مختلف به دست می‌آید:

$$\overline{W}_{j} = \left(\left(W_{j}^{1} \oplus W_{j}^{2} \oplus .... \oplus W_{j}^{k} \right) / k \right). \quad j = 1,2,\ldots,m \quad (۱۲)$$

گام ۵. تعیین میانگین ماتریس تصمیم نرمالیز شده N از روابط زیر:

$$V_{j} = (\tilde{\tilde{x}}_{1j} \oplus \tilde{\tilde{x}}_{2j} \oplus .... \tilde{\tilde{x}}_{nj}). \quad i = 1,2,\ldots,n \quad (۱۳)$$

$$\tilde{\tilde{n}}_{ij} = \frac{\tilde{\tilde{x}}_{ij}}{V_{j}}. \quad i = 1,2,\ldots, \; nj = 1,2,\ldots,m \quad (۱۴)$$

$$N = \left[\tilde{\tilde{n}}_{ij} \right]_{n\times m}. \quad (۱۵)$$

در این قسمت از روابط مربوط به عملیات فازی ارائه شده در (کشاورز قرابائی و همکاران، ۲۰۱٤) استفاده شده است.

گام ۶. ماتریس تصمیم وزن نرمالایز وزنی به‌صورت زیر تعیین می‌شود:

$$\tilde{\tilde{e}}_{ij} = \tilde{\tilde{n}}_{ij} \otimes \tilde{\tilde{w}}_{j}. \quad i = 1,2,\ldots,nj = 1,2,\ldots,m \quad (۱۶)$$

$$E = \left[\tilde{\tilde{e}}_{ij} \right]_{n\times m}. \quad (۱۷)$$

گام ۷. مجموع وزن نرمالیز شده برای هردو معیارهای سودمندی و غیرسودمندی گزینه iام به‌صورت زیر نشان داده $\tilde{\tilde{S}}_{+i}$ و $\tilde{\tilde{S}}_{-i}$ می‌شود:

$$\tilde{\tilde{s}}_{+i} = (\tilde{\tilde{e}}_{+i1} \oplus \tilde{\tilde{e}}_{+i2} \oplus ... \oplus \tilde{\tilde{e}}_{+im}). \quad (۱۸)$$

$$\tilde{\tilde{S}}_{-i} = (\tilde{\tilde{e}}_{-i1} \oplus \tilde{\tilde{e}}_{-i2} \oplus .... \oplus \tilde{\tilde{e}}_{-im}). \quad (۱۹)$$

که در آن $\tilde{e}_{+ij}$ و $\tilde{e}_{-ij}$ به ترتیب مقدار نرمالیز شده سودمندی و غیرسودمندی وزن‌های نرمالایز شده هستند. هرچقدر مقدار $\tilde{\tilde{s}}_{+i}$ بزرگ‌تر و $\tilde{\tilde{S}}_{-i}$ کوچک‌تر باشد، امتیاز آن گزینه بیشتر است. به عبارتی مقادیر $\tilde{\tilde{s}}_{+i}$ و $\tilde{\tilde{S}}_{-i}$ میزان تأمین اهداف اصلی توسط هر گزینه را توصیف می‌کنند. برای غیرفازی‌سازی اعداد فازی نوع ۲ با روش نقطه مرکزی از روابط ارائه شده در قربانی (۲۰۱۴) استفاده می‌شود.

گام ۸. مقادیر رتبه‌بندی برای هر دو $\tilde{\tilde{s}}_{+i}$ و $\tilde{\tilde{S}}_{-i}$ به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$Rank(A_i) = \frac{1}{n(n-1)}\left(\sum_{i'=1}^{n} p\left(\tilde{\tilde{A}}_i \geq A_{i'}\right) + \frac{n}{2} - 1\right). \qquad i = 1,2,\ldots,n \tag{۲۰}$$

که در آن $P\left(\tilde{\tilde{A}}_i \geq \tilde{\tilde{A}}_{i'}\right)$ امکان برتری $\tilde{\tilde{A}}_i$ از $\tilde{\tilde{A}}_{i'}$ را نشان داده و از روابط ارائه شده در (کشاورز قرابائی و همکاران، ۲۰۱٤) محاسبه می‌شوند.

گام ۹. اهمیت نسبتی گزینه iام یعنی Q_i برای هر گزینه به‌صورت زیر است:

$$Q_i = Rank(\tilde{\tilde{s}}_{+i}) + \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(Rank\left(\tilde{\tilde{s}}_{-i}\right)\right)}{Rank\left(\tilde{\tilde{s}}_{-i}\right)\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{Rank\left(\tilde{\tilde{s}}_{-i}\right)}\right)}. \tag{۲۱}$$

گام ۱۰. در این مرحله سودمندی گزینه‌ها، U_i از طریق محاسبه اهمیت نسبی به بیشترین کارآمدی درجه مطلوبیت گزینه‌ها به‌صورت زیر نشان داده می‌شود:

$$U_i = \left(\frac{Q_i}{Q_{max}}\right) \times 100. \qquad i = 1,2, \ \ldots, \ n \tag{۲۲}$$

جایی که Q_{max} مقدار ماکسیمم اهمیت نسبی را نشان می‌دهد. هرچقدر مقدار U_i بزرگ‌تر باشد آن گزینه بیشتر ترجیح داده می‌شود.

۵- مثال عددی

یک شرکت تولیدکننده فناوری پیشرفته می‌خواهد یک تأمین‌کننده مواد مناسب برای خرید اجزای اصلی محصولات جدید انتخاب کند. پس از غربالگری اولیه، سه نامزد (A_1, A_2, A_3) برای ارزیابی بیشتر باقی می‌مانند. امتیازات سه تصمیم‌گیرنده (D_1, D_2, D_3) به این تأمین‌کنندگان در سه معیار قابلیت اطمینان تحویل، هزینه کالا و نرخ خرابی در قالب متغیرهای زبانی گردآوری شده است. لازم به ذکر است که "قابلیت اطمینان تحویل" معیار مطلوب و "هزینه" و "نرخ خرابی" معیارهای نامطلوب هستند. تصمیم‌گیرندگان از متغیرهای زبانی نشان داده شده در **جدول ٤** برای ارزیابی اهمیت معیارها و ارزیابی رتبه‌بندی نامزدها با توجه به هر معیار استفاده می‌کنند.

جدول ۴- متغیرهای زبانی.

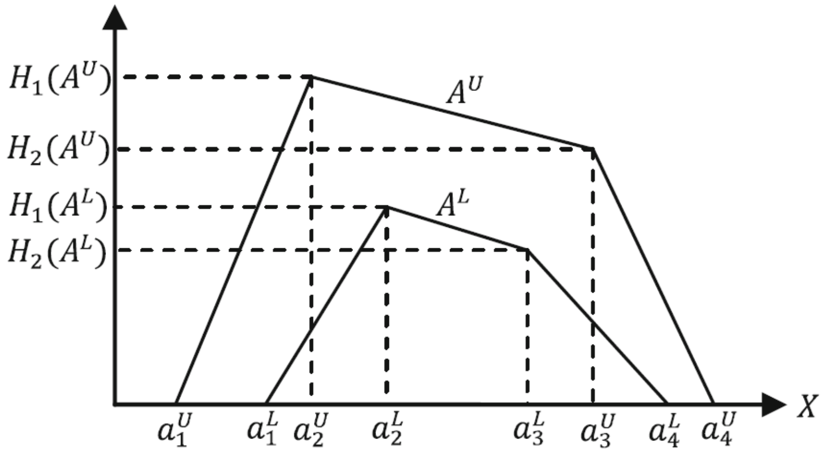
Table 4- Linguistic variables.

متغیرهای زبانی	مجموعه فازی نوع ۲ ذوزنقه‌ای فاصله‌ای
Very low (VL)	((0,0,0,0.1;1,1),(0,0,0,0.05;0.9,0.9))
Low(L)	((0,0.1,0.15,0.3;1,1),(0.05,0.1,0.15,0.2;0.9,0.9))
Medium low (ML)	((0.1,0.3,0.35,0.5;1,1),(0.2,0.3,0.35,0.4;0.9,0.9))
Medium (M)	((0.3,0.5,0.55,0.7;1,1),(0.4,0.5,0.55,0.6;0.9,0.9))
Medium high (MH)	((0.5,0.7,0.75,0.9;1,1)),(0.6,0.7,0.75,0.8;0.9,0.9))
High (H)	((0.7,0.85,0.9,1;1,1)),(0.8,0.85,0.9,0.95;0.9,0.9))
Very high (VH)	((0.9,1,1,1;1,1),(0.95,1,1,1;0.9,0.9))

هر یک از مجموعه‌های فازی نوع ۲ فاصله‌ای در ستون سمت راست جدول بالا به فرمت زیر هستند:

$$\tilde{\tilde{W}}_j = \left(\tilde{\tilde{W}}_j^L, \tilde{\tilde{W}}_j^U\right) = \left(\left(a_1^L, a_2^L, a_3^L, a_4^L; H_1(A^L), H_2(A^L)\right), \left(\left(a_1^U, a_2^U, a_3^U, a_4^U; H_1(A^U), H_2(A^U)\right)\right)\right).$$

شکل ۴ مجموعه فازی نوع ۲ فوق را نشان می‌دهد.



شکل ۴- نشان‌دهنده مجموعه‌های فازی ذوزنقه‌ای نوع ۲ فاصله‌ای (کشاورز قرابائی و همکاران (۲۰۱٤)).
Figure 4- The distance of type 2 trapezoids fuzzy sets (Keshavarz Ghorabaee et al. (2014)).

در این شکل محور افقی مقدار متغیر و محور عمودی درجه عضویت را نشان می‌دهد. نمودارهای مورد نظر حد پائین و بالای درجه عضویت تعلق گرفته به مقادیر مختلف هر یک با یک ذوزنقه نمایش داده می‌شوند.

جدول ۵ وزن معیارهای تعیین شده توسط این تصمیم‌گیرندگان را نشان می‌دهد.

جدول ۵- وزن اهمیت معیارها.
Table 5- Weight of importance of criteria.

معیارها	تصمیم‌گیرندگان		
	D_1	D_2	D_3
قابلیت اطمینان تحویل	VH	MH	VH
هزینه	MH	M	M
نرخ خرابی	H	H	MH

در **جدول ۶** رتبه‌بندی سه نامزد داده شده توسط تصمیم‌گیرندگان تحت معیارهای مختلف نشان داده شده است.

جدول ۶- رتبه‌بندی نامزدها تحت معیارهای مختلف.
Table 6- Ranking of candidates under different criteria.

معیارها	گزینه‌ها	تصمیم‌گیرندگان		
		D_1	D_2	D_3
قابلیت اطمینان تحویل	A_1	L	ML	MH
	A_2	H	H	VH
	A_3	MH	M	M
هزینه	A_1	VH	H	H
	A_2	ML	ML	VL
	A_3	M	M	ML
نرخ خرابی	A_1	M	ML	M
	A_2	L	L	VL
	A_3	ML	L	L

در ادامه، نخست مثال فوق با روش پیشنهادی در مقاله کشاورز قرابائی و همکاران (۲۰۱٤) حل شده و سپس مجدداً با تخصیص درجات اعتبار به تصمیم‌گیرندگان، با روش پیشنهادی نیز بازحل می‌گردد. نتایج هر دو روش مقایسه و مورد بحث قرار می‌گیرند.

در روش اصلی، نخست ماتریس تصمیم توسط هر تصمیم‌گیرنده با استفاده از رابطه زیر ساخته می‌شود.

$$M_p = \left[\tilde{\tilde{X}}_{ij}^{p}\right]_{n\times m}. \tag{۱۹}$$

عزیزی نقطه و شهرخی/تصمیم‌گیری و تحقیق در عملیات، دوره ۷، شماره ۲، تابستان، صفحه: ۳۷۲-۳۵۵

که در آن، $\tilde{\tilde{X}}_{ij}$ ارزش عملکرد گزینه A_j از معیار C_i است.

سپس با استفاده از **جدول ۷** ماتریس تصمیم M_1 , M_2 و M_3 برای گزینه‌های A_1, A_2, A_3 به ترتیب ساخته می‌شود.

$$M_1 = \begin{bmatrix} L & H & MH \\ VH & ML & M \\ M & L & ML \end{bmatrix}, \quad M_2 = \begin{bmatrix} ML & H & M \\ H & ML & M \\ ML & L & L \end{bmatrix}, \quad M_3 = \begin{bmatrix} MH & VH & M \\ H & VL & ML \\ M & VL & L \end{bmatrix}.$$

بر پایه مرحله‌ی قبل و **معادلات (۸)** و **(۹)** ما می‌توانیم میانگین ماتریس تصمیم $\bar{Y}$ را به‌صورت زیر نشان دهیم:

$$\bar{Y} \cong \begin{bmatrix} \tilde{\tilde{X}}_{11} & \tilde{\tilde{X}}_{12} & \tilde{\tilde{X}}_{13} \\ \tilde{\tilde{X}}_{21} & \tilde{\tilde{X}}_{22} & \tilde{\tilde{X}}_{23} \\ \tilde{\tilde{X}}_{31} & \tilde{\tilde{X}}_{32} & \tilde{\tilde{X}}_{33} \end{bmatrix}.$$

نتایج آن در **جدول ۷** ارائه می‌شود.

جدول ۷- میانگین ماتریس تصمیم.

Table 7- Mean decision matrix.

	$\tilde{X}^U_{ij}$						$\tilde{X}^L_{ij}$					
	X^U_{1ij}	X^U_{2ij}	X^U_{3ij}	X^U_{4ij}	$H_1(\tilde{X}^U_{ij})$	$H_2(\tilde{X}^U_{ij})$	X^L_{1ij}	X^L_{2ij}	X^L_{3ij}	X^L_{4ij}	$H_1(\tilde{X}^l_{ij})$	$H_2(\tilde{X}^L_{ij})$
$\tilde{\tilde{X}}_{11}$	0.2	0.37	0.42	0.57	1.00	1.00	0.28	0.37	0.42	0.47	0.9	0.9
$\tilde{\tilde{X}}_{12}$	0.77	0.9	0.93	1.00	1.00	1.00	0.85	0.9	0.93	0.97	0.9	0.9
$\tilde{\tilde{X}}_{13}$	0.37	0.57	0.62	0.77	1.00	1.00	0.47	0.57	0.62	0.67	0.9	0.9
$\tilde{\tilde{X}}_{21}$	0.77	0.9	0.93	1.00	1.00	1.00	0.85	0.9	0.93	0.97	0.9	0.9
$\tilde{\tilde{X}}_{22}$	0.67	0.2	0.23	0.37	1.00	1.00	0.3	0.2	0.23	0.28	0.9	0.9
$\tilde{\tilde{X}}_{23}$	0.23	0.43	0.48	0.63	1.00	1.00	0.33	0.43	0.48	0.53	0.9	0.9
$\tilde{\tilde{X}}_{31}$	0.23	0.43	0.48	0.63	1.00	1.00	0.33	0.43	0.48	0.53	0.9	0.9
$\tilde{\tilde{X}}_{32}$	0	0.07	0.1	0.23	1.00	1.00	0.03	0.07	0.1	0.15	0.9	0.9
$\tilde{\tilde{X}}_{33}$	0.03	0.17	0.22	0.37	1.00	1.00	0.1	0.17	0.22	0.27	0.9	0.9

با توجه به **جدول ۵** و **معادله (۱۰)** ماتریس وزن (W_1, W_2, W_3) به ترتیب ساخته می‌شود.

$$W_1 = \begin{bmatrix} VH \\ MH \\ H \end{bmatrix}, \quad W_2 = \begin{bmatrix} MH \\ M \\ H \end{bmatrix}, \quad W_3 = \begin{bmatrix} VH \\ M \\ MH \end{bmatrix}.$$

حال با توجه به مرحله‌ی قبل و **معادلات (۱۱)** و **(۱۲)** میانگین وزن معیارها به‌صورت زیر است:

$$W = \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \end{bmatrix}.$$

نتایج آن در **جدول ۸** ارائه می‌شود.

جدول ۸- ماتریس وزن ($\mathbf{W}$).

Table 8- Weight matrix ($\mathbf{W}$).

	W_{ij}											
	W^U_{1ij}	W^U_{2ij}	W^U_{3ij}	W^U_{4ij}	$H_1(\tilde{W}^U_{ij})$	$H_2(\tilde{W}^U_{ij})$	W^L_{1ij}	W^L_{2ij}	W^L_{3ij}	W^L_{4ij}	$H_1(\tilde{W}^l_{ij})$	$H_2(\tilde{W}^L_{ij})$
$\tilde{\tilde{W}}_1$	0.77	0.9	0.92	0.97	1.00	1.00	0.83	0.9	0.92	0.93	0.9	0.9
$\tilde{\tilde{W}}_2$	0.37	0.57	0.62	0.77	1.00	1.00	0.47	0.57	0.62	0.67	0.9	0.9
$\tilde{\tilde{W}}_3$	0.63	0.8	0.85	0.97	1.00	1.00	0.73	0.8	0.85	0.9	0.9	0.9

بر اساس **جدول ۷** و **معادلات (۱۳)**، **(۱۴)** و **(۱۵)** ماتریس نرمالیز شده N به‌صورت زیر ساخته می‌شود.

$$N = \begin{bmatrix} \tilde{\tilde{n}}_{11} & \tilde{\tilde{n}}_{12} & \tilde{\tilde{n}}_{13} \\ \tilde{\tilde{n}}_{21} & \tilde{\tilde{n}}_{22} & \tilde{\tilde{n}}_{23} \\ \tilde{\tilde{n}}_{31} & \tilde{\tilde{n}}_{32} & \tilde{\tilde{n}}_{33} \end{bmatrix}.$$

نتایج آن در **جدول ۹** نشان داده می‌شود.

جدول ۹- ماتریس تصمیم نرمالیز شده ($\mathbf{N}$).

Table 9- Normalized decision matrix ($\mathbf{N}$).

						$\tilde{n}^U_{ij}$						$\tilde{n}^L_{ij}$
	n^U_{1ij}	n^U_{2ij}	n^U_{3ij}	n^U_{4ij}	$H_1(\tilde{n}^U_{ij})$	$H_2(\tilde{n}^U_{ij})$	n^L_{1ij}	n^L_{2ij}	n^L_{3ij}	n^L_{4ij}	$H_1(\tilde{n}^l_{ij})$	$H_2(\tilde{n}^L_{ij})$
$\tilde{\tilde{n}}_{11}$	0.17	0.22	0.23	0.26	1.00	1.00	0.21	0.22	0.23	0.24	0.9	0.9
$\tilde{\tilde{n}}_{12}$	0.53	0.77	0.74	0.62	1.00	1.00	0.72	0.77	0.74	0.69	0.9	0.9
$\tilde{\tilde{n}}_{13}$	0.59	0.49	0.47	0.43	1.00	1.00	0.59	0.49	0.47	0.32	0.9	0.9
$\tilde{\tilde{n}}_{21}$	0.64	0.53	0.51	0.45	1.00	1.00	0.62	0.53	0.51	0.49	0.9	0.9
$\tilde{\tilde{n}}_{22}$	0.46	0.18	0.18	0.23	1.00	1.00	0.25	0.17	0.18	0.2	0.9	0.9
$\tilde{\tilde{n}}_{23}$	0.36	0.37	0.36	0.36	1.00	1.00	0.29	0.37	0.36	0.36	0.9	0.9
$\tilde{\tilde{n}}_{31}$	0.19	0.25	0.26	0.29	1.00	1.00	0.17	0.25	0.26	0.27	0.9	0.9
$\tilde{\tilde{n}}_{32}$	0	0.06	0.08	0.14	1.00	1.00	0.02	0.06	0.08	0.11	0.9	0.9
$\tilde{\tilde{n}}_{33}$	0.05	0.14	0.17	0.21	1.00	1.00	0.12	0.14	0.17	0.18	0.9	0.9

بر اساس **جداول ۸** و **۹** و **معادلات (۱۶)** و **(۱۷)** ماتریس تصمیم وزن نرمالیز شده (E) به‌صورت زیر خواهد بود:

جدول ۱۰- ماتریس تصمیم وزن نرمالیز شده (E).

Table 10- Normalized weight decision matrix (E).

						$\tilde{e}^U_{ij}$						$\tilde{e}^L_{ij}$
	e^U_{1ij}	e^U_{2ij}	e^U_{3ij}	e^U_{4ij}	$H_1(\tilde{e}^U_{ij})$	$H_2(\tilde{e}^U_{ij})$	e^L_{1ij}	e^L_{2ij}	e^L_{3ij}	e^L_{4ij}	$H_1(\tilde{e}^l_{ij})$	$H_2(\tilde{e}^L_{ij})$
$\tilde{\tilde{e}}_{11}$	0.13	0.20	0.21	0.25	1.00	1.00	0.17	0.20	0.21	0.22	0.9	0.9
$\tilde{\tilde{e}}_{12}$	0.41	0.67	0.71	0.60	1.00	1.00	0.57	0.67	0.71	0.67	0.9	0.9
$\tilde{\tilde{e}}_{13}$	0.33	0.42	0.45	0.57	1.00	1.00	0.27	0.42	0.45	0.55	0.9	0.9
$\tilde{\tilde{e}}_{21}$	0.17	0.29	0.33	0.49	1.00	1.00	0.23	0.29	0.33	0.41	0.9	0.9
$\tilde{\tilde{e}}_{22}$	0.08	0.10	0.11	0.35	1.00	1.00	0.09	0.10	0.11	0.17	0.9	0.9
$\tilde{\tilde{e}}_{23}$	0.13	0.20	0.23	0.28	1.00	1.00	0.14	0.20	0.23	0.24	0.9	0.9
$\tilde{\tilde{e}}_{31}$	0.12	0.20	0.22	0.28	1.00	1.00	0.20	0.20	0.22	0.63	0.9	0.9
$\tilde{\tilde{e}}_{32}$	0	0.05	0.07	0.14	1.00	1.00	0.01	0.05	0.07	0.10	0.9	0.9
$\tilde{\tilde{e}}_{33}$	0.03	0.11	0.14	0.20	1.00	1.00	0.09	0.11	0.14	0.16	0.9	0.9

بر اساس **جدول ۱۰** و **معادلات (۱۸)** و **(۱۹)** می‌توانیم $\tilde{\tilde{S}}_{+i}$ و $\tilde{\tilde{S}}_{-i}$ محاسبه شود. نتایج آن در **جداول ۱۱** و **۱۲** نشان داده می‌شود.

جدول ۱۱- مقادیر $\tilde{\tilde{S}}_{+i}^{U}$.

Table 11- Values $\tilde{\tilde{S}}_{+i}^{U}$.

						$\tilde{S}_{+i}^{U}$						$\tilde{S}_{+i}^{L}$
	S_{+i1}^{U}	S_{+i2}^{U}	S_{+i3}^{U}	S_{+i4}^{U}	$H_1(\tilde{S}_{+i}^{U})$	$H_2(\tilde{S}_{+i}^{U})$	S_{+i1}^{L}	S_{+i2}^{L}	S_{+i3}^{L}	S_{+i4}^{L}	$H_1(\tilde{S}_{+i}^{L})$	$H_2(\tilde{S}_{+i}^{L})$
$\tilde{\tilde{S}}_{+1}$	0.13	0.20	0.21	0.25	1.00	1.00	0.17	0.20	0.21	0.22	0.9	0.9
$\tilde{\tilde{S}}_{+2}$	0.41	0.67	0.71	0.60	1.00	1.00	0.57	0.67	0.71	0.67	0.9	0.9
$\tilde{\tilde{S}}_{+3}$	0.33	0.42	0.45	0.57	1.00	1.00	0.27	0.42	0.45	0.55	0.9	0.9

جدول ۱۲- مقادیر $\tilde{\tilde{S}}_{-i}^{U}$.

Table 12- Values $\tilde{\tilde{S}}_{-i}^{U}$.

						$\tilde{S}_{+i}^{U}$						$\tilde{S}_{+i}^{L}$
	S_{-i1}^{U}	S_{-i2}^{U}	S_{-i3}^{U}	S_{-i4}^{U}	$H_1(\tilde{S}_{-i}^{U})$	$H_2(\tilde{S}_{-i}^{U})$	S_{-i1}^{L}	S_{-i2}^{L}	S_{-i3}^{L}	S_{-i4}^{L}	$H_1(\tilde{S}_{-i}^{L})$	$H_2(\tilde{S}_{-i}^{L})$
$\tilde{\tilde{S}}_{-1}$	0.29	0.49	0.55	0.77	1.00	1.00	0.43	0.49	0.55	1.04	0.9	0.9
$\tilde{\tilde{S}}_{-2}$	0.08	0.15	0.18	0.49	1.00	1.00	0.10	0.15	0.18	0.27	0.9	0.9
$\tilde{\tilde{S}}_{-3}$	0.16	0.31	0.37	0.48	1.00	1.00	0.23	0.31	0.37	0.40	0.9	0.9

مقادیر اعداد فازی نوع ۲ بالا برپایه روش نقطه مرکزی از روابط ارائه شده در کشاورز قرابائی و همکاران (۲۰۱٤) غیرفازی شده‌اند. بر اساس **جداول ۱۵** و **۱۶** و **معادله (۱۷)** مقادیر رتبه‌بندی $\tilde{\tilde{S}}_{+i}$ و $\tilde{\tilde{S}}_{-i}$ محاسبه و در **جدول ۱۳** نشان داده شده‌اند.

جدول ۱۳- رتبه تامین اهداف توسط گزینه‌ها.

Table 13- Rank of goals by options.

I	Rank$(\tilde{\tilde{S}}_{+i})$	Rank$(\tilde{\tilde{S}}_{-i})$
1	0.51	0.49
2	0.58	0.47
3	0.55	0.58

در این مرحله با استفاده از داده‌های فوق، مقادیر اهمیت نسبی و سودمندی گزینه‌ها با استفاده از **رابطه ی (۲۱)** و **(۲۲)** محاسبه شده و نتایج آن در**جدول ۱۴** نشان داده شده است:

جدول ۱۴- مقادیر Q_i و U_i.

Table 14- The values of Q_i and U_i.

I	Q_i	U_i
1	1.04	91.23
2	1.14	100
3	1.00	87.72

با توجه به **جدول ۱۴** رتبه‌بندی بهینه‌ی گزینه‌ها به‌صورت زیر می‌باشد.

$$A_2 > A_1 > A_3.$$

همچنانکه مشاهده می‌شود درروش اصلی نتایج مثال حل شده حاکی از برتری گزینه A_2 بر گزینه A_1 و برتری گزینه A_1 بر گزینه A_3 می‌باشد.

حال مثال قبل را مجدداً با روش پیشنهادی در این مقاله حل می‌کنیم. نخست با استفاده از **معادله (۵)** اعتبار هر کارشناس را نرمالیز کرده و نتایج آن در **جدول ۱۵** نشان داده می‌شود.

عزیزی نقطه و شهرخی/تصمیم‌گیری و تحقیق در عملیات، دوره ۷، شماره ۲، تابستان، صفحه: ۳۷۲-۳۵۵

جدول ۱۵- جدول اعتبار کارشناسان نرمالیز.

Table 15- Credit table of normalization experts.

		قابلیت اطمینان تحویل			هزینه			نرخ خرابی		
		گروه تصمیم‌گیرنده			گروه تصمیم‌گیرنده			گروه تصمیم‌گیرنده		
		k=1	**k=2**	**k=3**	**k=1**	**k=2**	**k=3**	**k=1**	**k=2**	**k=3**
اعتبار کارشناس	اصلی	0.5	0.8	0.9	0.5	0.8	0.9	0.5	0.8	0.9
	نرمالایز شده (E)	0/23	0/36	0/41	0/23	0/36	0/41	0/23	0/36	0/41
	A_1	L	ML	MH	VH	H	H	M	ML	M
	A_2	H	H	VH	ML	ML	VL	L	L	VL
	A_3	MH	M	M	M	M	ML	ML	L	L

سپس با استفاده از **معادلات (۶)** و **(۷)** و **جدول ۱۵** ماتریس تصمیم M_1 , M_2 و M_3 برای گزینه‌های A_1, A_2, A_3 به ترتیب ساخته می‌شود.

$$M_1=\begin{bmatrix}0.23L & 0.23H & 0.23MH\\ 0.23VH & 0.23ML & 0.23M\\ 0.23M & 0.23L & 0.23ML\end{bmatrix}, M_2=\begin{bmatrix}0.36ML & 0.36H & 0.36M\\ 0.36H & 0.36ML & 0.36M\\ 0.36ML & 0.36L & 0.36L\end{bmatrix}, M_3=\begin{bmatrix}0.41MH & 0.41VH & 0.41M\\ 0.41H & 0.41VL & 0.41ML\\ 0.41M & 0.41VL & 0.41L\end{bmatrix}.$$

بر پایه مرحله‌ی قبل و **معادلات (۸)** و **(۹)** ما می‌توانیم میانگین ماتریس تصمیم $\bar{Y}$ را به‌صورت زیر نشان دهیم.

$$\bar{Y}\cong\begin{bmatrix}\tilde{\tilde{X}}_{11} & \tilde{\tilde{X}}_{12} & \tilde{\tilde{X}}_{13}\\ \tilde{\tilde{X}}_{21} & \tilde{\tilde{X}}_{22} & \tilde{\tilde{X}}_{23}\\ \tilde{\tilde{X}}_{31} & \tilde{\tilde{X}}_{32} & \tilde{\tilde{X}}_{33}\end{bmatrix}.$$

نتایج آن در **جدول ۱۶** ارائه می‌شود.

جدول۱۶- میانگین ماتریس تصمیم.

Table 16- Mean decision matrix.

						$\tilde{X}_{ij}^{U}$						$\tilde{X}_{ij}^{L}$
	X_{1ij}^{U}	X_{2ij}^{U}	X_{3ij}^{U}	X_{4ij}^{U}	$H_1(\tilde{X}_{ij}^{U})$	$H_2(\tilde{X}_{ij}^{U})$	X_{1ij}^{L}	X_{2ij}^{L}	X_{3ij}^{L}	X_{4ij}^{L}	$H_1(\tilde{X}_{ij}^{l})$	$H_2(\tilde{X}_{ij}^{L})$
$\tilde{\tilde{X}}_{11}$	0.08	0.14	0.16	0.21	0.33	0.33	0.11	0.14	0.16	0.17	0.3	0.3
$\tilde{\tilde{X}}_{12}$	0.26	0.30	0.31	0.33	0.33	0.33	0.29	0.30	0.31	0.32	0.3	0.3
$\tilde{\tilde{X}}_{13}$	0.11	0.18	0.2	0.25	0.33	0.33	0.15	0.18	0.2	0.21	0.3	0.3
$\tilde{\tilde{X}}_{21}$	0.25	0.29	0.31	0.33	0.33	0.33	0.28	0.29	0.31	0.32	0.3	0.3
$\tilde{\tilde{X}}_{22}$	0.02	0.06	0.07	0.11	0.33	0.33	0.04	0.06	0.07	0.14	0.3	0.3
$\tilde{\tilde{X}}_{23}$	0.07	0.14	0.15	0.21	0.33	0.33	0.11	0.14	0.16	0.17	0.3	0.3
$\tilde{\tilde{X}}_{31}$	0.08	0.14	0.16	0.21	0.33	0.33	0.11	0.14	0.16	0.17	0.3	0.3
$\tilde{\tilde{X}}_{32}$	0	0.02	0.03	0.07	0.33	0.33	0.01	0.02	0.03	0.05	0.3	0.3
$\tilde{\tilde{X}}_{33}$	0.08	0.05	0.2	0.11	0.33	0.33	0.03	0.05	0.06	0.08	0.3	0.3

با توجه به **جدول ۶** و **معادله (۱۰)** ماتریس وزن (W_1,W_2,W_3) به ترتیب ساخته می‌شود.

$$W_1=\begin{bmatrix}VH\\ MH\\ H\end{bmatrix},\quad W_2=\begin{bmatrix}MH\\ M\\ H\end{bmatrix},\quad W_3=\begin{bmatrix}VH\\ M\\ MH\end{bmatrix}.$$

حال با توجه به مرحله‌ی قبل و **معادلات (۷)** و **(۸)** میانگین وزن معیارها به‌صورت زیر است:

$$W = \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \end{bmatrix}.$$

نتایج آن به‌صورت اعداد فازی نوع ۲ در **جدول ۱۷** ارائه می‌شود.

جدول ۱۷- ماتریس وزن (**W**).

Table 17 - Weight matrix (W).

	W_{ij}^U						W_{ij}^L					
	W_{1ij}^U	W_{2ij}^U	W_{3ij}^U	W_{4ij}^U	$H_1(\tilde{W}_{ij}^U)$	$H_2(\tilde{W}_{ij}^U)$	W_{1ij}^L	W_{2ij}^L	W_{3ij}^L	W_{4ij}^L	$H_1(\tilde{W}_{ij}^l)$	$H_2(\tilde{W}_{ij}^L)$
$\tilde{\tilde{W}}_1$	0.77	0.90	0.92	0.97	1.00	1.00	0.83	0.90	0.92	0.93	0.9	0.9
$\tilde{\tilde{W}}_2$	0.37	0.57	0.62	0.77	1.00	1.00	0.47	0.57	0.62	0.67	0.9	0.9
$\tilde{\tilde{W}}_3$	0.63	0.80	0.85	0.97	1.00	1.00	0.73	0.80	0.85	0.90	0.9	0.9

بر اساس **جدول ۱۷** و **معادلات (۱۳)**، **(۱۴)** و **(۱۵)** ماتریس نرمالیز شده به‌صورت زیر ساخته می‌شود.

$$N = \begin{bmatrix} \tilde{\tilde{n}}_{11} & \tilde{\tilde{n}}_{12} & \tilde{\tilde{n}}_{13} \\ \tilde{\tilde{n}}_{21} & \tilde{\tilde{n}}_{22} & \tilde{\tilde{n}}_{23} \\ \tilde{\tilde{n}}_{31} & \tilde{\tilde{n}}_{32} & \tilde{\tilde{n}}_{33} \end{bmatrix}.$$

نتایج آن در **جدول ۱۸** به‌صورت اعداد فازی نوع ۲ نشان داده می‌شود.

جدول ۱۸- ماتریس تصمیم نرمالیز شده (**N**).

Table 18- Normalized decision matrix (N).

	$\tilde{n}_{ij}^U$						$\tilde{n}_{ij}^L$					
	n_{1ij}^U	n_{2ij}^U	n_{3ij}^U	n_{4ij}^U	$H_1(\tilde{n}_{ij}^U)$	$H_2(\tilde{n}_{ij}^U)$	n_{1ij}^L	n_{2ij}^L	n_{3ij}^L	n_{4ij}^L	$H_1(\tilde{n}_{ij}^l)$	$H_2(\tilde{n}_{ij}^L)$
$\tilde{\tilde{n}}_{11}$	0.10	0.21	0.26	0.47	0.33	0.33	0.16	0.21	0.26	0.31	0.3	0.3
$\tilde{\tilde{n}}_{12}$	0.33	0.45	0.50	0.73	0.33	0.33	0.41	0.45	0.50	0.58	0.3	0.3
$\tilde{\tilde{n}}_{13}$	0.14	0.27	0.32	0.56	0.33	0.33	0.21	0.27	0.32	0.38	0.3	0.3
$\tilde{\tilde{n}}_{21}$	0.38	0.55	0.69	0.97	0.33	0.33	0.44	0.54	0.63	0.74	0.3	0.3
$\tilde{\tilde{n}}_{22}$	0.17	0.11	0.14	0.59	0.33	0.33	0.06	0.11	0.14	0.32	0.3	0.3
$\tilde{\tilde{n}}_{23}$	0.11	0.26	0.31	0.62	0.33	0.33	0.17	0.26	0.33	0.39	0.3	0.3
$\tilde{\tilde{n}}_{31}$	0.20	0.36	0.76	1.31	0.33	0.33	0.37	0.56	0.76	1.13	0.3	0.3
$\tilde{\tilde{n}}_{32}$	0	0.05	0.14	0.44	0.33	0.33	0.17	0.08	0.14	0.33	0.3	0.3
$\tilde{\tilde{n}}_{33}$	0.20	0.13	0.95	0.69	0.33	0.33	0.1	0.2	0.29	0.53	0.3	0.3

بر اساس **جداول ۱۷** و **۱۸** و **معادلات (۱۶)** و **(۱۷)**، ماتریس تصمیم وزن نرمالیز شده (E) به‌صورت زیر خواهد بود:

جدول ۱۹- ماتریس تصمیم وزن نرمالیز شده (E).

Table 19- Normalized weight decision matrix (E).

						$\tilde{e}^U_{ij}$						$\tilde{e}^L_{ij}$
	e^U_{1ij}	e^U_{2ij}	e^U_{3ij}	e^U_{4ij}	$H_1(\tilde{e}^U_{ij})$	$H_2(\tilde{e}^U_{ij})$	e^L_{1ij}	e^L_{2ij}	e^L_{3ij}	e^L_{4ij}	$H_1(\tilde{e}^l_{ij})$	$H_2(\tilde{e}^L_{ij})$
$\tilde{e}_{11}$	0.08	0.19	0.24	0.46	0.33	0.33	0.13	0.19	0.24	0.29	0.33	0.33
$\tilde{e}_{12}$	0.25	0.40	0.46	0.71	0.33	0.33	0.34	0.40	0.46	0.54	0.33	0.33
$\tilde{e}_{13}$	0.11	0.24	0.29	0.54	0.33	0.33	0.17	0.24	0.29	0.35	0.33	0.33
$\tilde{e}_{21}$	0.14	0.31	0.43	0.75	0.33	0.33	0.21	0.31	0.39	0.50	0.3	0.3
$\tilde{e}_{22}$	0.06	0.06	0.09	0.45	0.33	0.33	0.03	0.06	0.09	0.21	0.3	0.3
$\tilde{e}_{23}$	0.04	0.15	0.19	0.48	0.33	0.33	0.08	0.15	0.20	0.26	0.3	0.3
$\tilde{e}_{31}$	0.13	0.29	0.65	1.27	0.33	0.33	0.27	0.45	0.65	1.02	0.3	0.3
$\tilde{e}_{32}$	0	0.04	0.12	0.43	0.33	0.33	0.12	0.06	0.12	0.30	0.3	0.3
$\tilde{e}_{33}$	0.12	0.10	0.81	0.67	0.33	0.33	0.07	0.16	0.25	0.48	0.3	0.3

بر اساس **جدول ۱۹** و **معادلات (۱۸)** و **(۱۹)** می‌توانیم $\tilde{\tilde{S}}_{+i}$ و $\tilde{\tilde{S}}_{-i}$ محاسبه شود. نتایج آن در **جداول ۲۰** و **۲۱** نشان داده می‌شود.

جدول ۲۰- مقادیر $\tilde{\tilde{S}}^U_{+i}$.

Table 20- Values $\tilde{\tilde{S}}^U_{+i}$.

						$\tilde{S}^U_{+i}$						$\tilde{\tilde{S}}^U_{+i}$ $\tilde{S}^L_{+i}$
	S^U_{+i1}	S^U_{+i2}	S^U_{+i3}	S^U_{+i4}	$H_1(\tilde{S}^U_{+i})$	$H_2(\tilde{S}^U_{+i})$	S^L_{+i1}	S^L_{+i2}	S^L_{+i3}	S^L_{+i4}	$H_1(\tilde{S}^L_{+i})$	$H_2(\tilde{S}^L_{+i})$
$\tilde{\tilde{S}}_{+1}$	0.08	0.19	0.24	0.46	0.33	0.33	0.13	0.19	0.24	0.29	0.3	0.3
$\tilde{\tilde{S}}_{+2}$	0.25	0.40	0.46	0.71	0.33	0.33	0.34	0.40	0.46	0.54	0.3	0.3
$\tilde{\tilde{S}}_{+3}$	0.11	0.24	0.29	0.54	0.33	0.33	0.17	0.24	0.29	0.35	0.3	0.3

جدول ۲۱- مقادیر $\tilde{\tilde{S}}^U_{-i}$.

Table 21- Values $\tilde{\tilde{S}}^U_{-i}$.

						$\tilde{S}^U_{+i}$						$\tilde{S}^L_{+i}$
	S^U_{-i1}	S^U_{-i2}	S^U_{-i3}	S^U_{-i4}	$H_1(\tilde{S}^U_{-i})$	$H_2(\tilde{S}^U_{-i})$	S^L_{-i1}	S^L_{-i2}	S^L_{-i3}	S^L_{-i4}	$H_1(\tilde{S}^L_{-i})$	$H_2(\tilde{S}^L_{-i})$
$\tilde{\tilde{S}}_{-1}$	0.27	0.6	1.08	2.02	0.33	0.33	0.48	0.76	1.04	1.52	0.33	0.33
$\tilde{\tilde{S}}_{-2}$	0.06	0.1	0.21	0.88	0.33	0.33	0.15	0.12	0.21	0.51	0.33	0.33
$\tilde{\tilde{S}}_{-3}$	0.16	0.25	1	1.15	0.33	0.33	0.15	0.31	0.45	0.74	0.33	0.33

مقادیر اعداد فازی نوع ۲ بالا برپایه روش نقطه مرکزی از روابط ارائه شده در کشاورز قرابائی و همکاران (۲۰۱۴) غیرفازی شده‌اند. بر اساس **جداول ۲۰** و **۲۱** مقادیر رتبه‌بندی $\tilde{\tilde{S}}_{+i}$ و $\tilde{\tilde{S}}_{-i}$ محاسبه و در **جدول ۲۲** نشان داده شده‌اند.

جدول ۲۲- رتبه تامین اهداف توسط گزینه‌ها.

Table 22- Rank of goals by options.

I	Rank$(\tilde{\tilde{S}}_{+i})$	
1	0.53	0.58
2	0.58	0.51
3	0.56	0.55

در این مرحله با استفاده از داده‌های فوق، مقادیر اهمیت نسبی و سودمندی گزینه‌ها با استفاده از **رابطه‌های (۲۱)** و **(۲۲)** محاسبه شده و نتایج آن **درجدول ۲۳** نشان داده شده است:

جدول ۲۳- مقادیر Q_i و U_i.

Table 23- The values of Q_i and U_i.

I	Q_i	U_i
1	1.05	90
2	1.17	100
3	1.10	94

با توجه به **جدول ۲۳** رتبه‌بندی بهینه‌ی گزینه‌ها به‌صورت زیر می‌باشد.

$$A_2 \succ A_3 \succ A_1.$$

همچنانکه مشاهده می‌شود پس از در نظر گرفتن درجه اعتبار تصمیم‌گیرندگان، ترتیب گزینه‌های بهتر تغییر کرده و امتیاز گزینه سوم بهتر از گزینه اول می‌گردد. این امر به دلیل بیشتر بودن اعتبار تصمیم‌گیرندگانی است که این گزینه را برتر از گزینه اول دانسته‌اند.

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله، روش جدیدی برای ارتقاء رتبه‌بندی گزینه‌ها با روش *COPRAS* با استفاده از هر دو گونه اعداد فازی نوع ۲ فاصله‌ای و نقطه‌ای به‌منظور بیان نظرات کارشناسان (خبرگان) در مورد گزینه‌ها و نظر تحلیلگر در مورد اعتبار نظر کارشناسان ارائه شده است. در این راستا یک روش جدید غیرفازی اعداد فازی نوع ۲ نقطه‌ای معرفی و در مدل *COPRAS* استفاده شده است. استفاده از روش پیشنهادی در مسئله‌ی انتخاب گزینه‌ی مناسب از طریق یک مثال عددی نشان داده شده است. نوآوری پژوهش ارائه یک روش برای استفاده از هر دو نوع اعداد فازی نوع ۲ فاصله‌ای و نقطه‌ای در یک مدل تصمیم‌گیری گروهی برای افزودن امکان بیان نظرات خبرگان و درجه اعتبار آن‌ها است.

۶-۱- نتایج پژوهشی

رویکرد پیشنهادی علاوه بر در نظر خبرگان، با ارائه یک روش جدید برای غیرفازی کردن اعداد فازی نوع ۲ نقطه‌ای، امکان اعمال نظر تحلیلگر را نیز فراهم می‌کند. در این حالت تحلیل‌گر اعتبار نظرات هر فرد خبره را ارزش‌گذاری (تعیین اعتبار) جداگانه‌ای می‌کند که با اعداد فازی نوع ۲ نقطه‌ای بیان می‌شود. این ارزش‌گذاری به‌عنوان میزان عضویت فرد خبره در مجموعه خبرگان (درجه خبرگی) است. ازآنجاکه نظر خبرگان خود به‌صورت اعداد فازی نوع ۲ فاصله‌ای بیان شده است. این اعتبار دهی ثانویه می‌تواند به‌عنوان درجه عضویت مجموعه‌های فازی نوع ۲ و یا به عبارت دیگر مجموعه فازی نوع ۳ تلقی شود.

۶-۲- نتایج کاربردی

رویکرد پیشنهادی از یک سو نیاز به داده‌های اولیه و محاسبات را افزایش داده و از سوی دیگر امکانات جدیدی برای کنترل مسئله‌ی تصمیم‌گیری گروهی چند معیاره فازی بر اساس مجموعه‌های فازی نوع ۲ نقطه‌ای در اختیار ما قرار می‌دهد درعین‌حال نحوه محاسبه میزان اعتبار هر کارشناس و تأثیر آن ممکن است محل اختلاف نظر قرار گیرد.

۶-۳- محدودیت‌های پژوهش

اولین محدودیت در این پژوهش مربوط به گردآوری اطلاعات است. چون با افزودن نقش تحلیلگر به‌عنوان فردی که اعتبار خبرگان را ارزیابی می‌کند حجم داده‌ها نیز افزایش می‌یابد. از سوی دیگر اعتبارسنجی مقادیر اعتبار خبرگان در هر معیار به‌عنوان یک پارامتر کیفی، ممکن است با چالش‌های فراوانی روبرو شود.

محدودیت دیگر پژوهش وابستگی شدید نتایج به نظر فرد تحلیلگر است. دلیل این امر آن است که ضرایب تخصیص یافته توسط تحلیلگر تأثیر نظرات خبرگان را کاملاً متأثر می‌کند.

عدم دستیابی به داده‌های واقعی یکی از محدودیت‌های این پژوهش است که به مانعی در اعتبارسنجی روش پیشنهادی نیز تبدیل شده است؛ بنابراین استفاده از داده‌های واقعی در پژوهش‌های آتی بر اعتبار و غنای پژوهش از نظر کاربردی می‌افزاید.

عزیزی نقطه و شهرخی/تصمیم‌گیری و تحقیق در عملیات، دوره ۷، شماره ۲، تابستان، صفحه: ۳۷۲-۳۵۵

۴-۶- پیشنهادها پژوهش

در ادامه، پیشنهادها کاربردی و پیشنهادات برای پژوهش‌های آتی به‌صورت جداگانه مطرح می‌شوند.

٦-٤-١- پیشنهادها کاربردی

تصمیم‌گیری گروهی بدون ارزش‌گذاری نظر هر یک از خبرگان می‌تواند منجر به نتایج نادرستی گردد.

از سوی دیگر در این پژوهش تمایز بین خبرگی هر یک از خبرگان با یک ضریب ثابت (برای همه معیارها) بیان شده است. برای بهبود بیشتر مدل در اجرا، می‌توان اعتبار متفاوتی را به نظر هر یک از خبرگان در هر معیار تخصیص داد. به‌طور مثال نظر یک کارشناس در امور اقتصادی ممکن است معتبر باشد ولی در معیار فنی اعتبار کمتری داشته باشد. این امر باعث افزایش اعتبار نتایج خواهد شد.

٦-٤-٢- پیشنهادها برای پژوهش‌های آتی

برای اعتبارسنجی روش پیشنهادی، ضرورت دارد که در پژوهش‌های آتی از داده‌های واقعی استفاده شده و نتایج به‌دست‌آمده مورد ارزیابی قرار گیرد. پژوهش‌های آتی می‌توانند به نحوه محاسبه میزان اعتبار هر کارشناس توسط تحلیل‌گر پرداخته و از این نظر جنبه دیگری را به مدل *COPRAS* بیافزایند. همچنین نحوه تأثیر مقدار اعتبار هر کارشناس در جدول تصمیم‌گیری گروهی می‌تواند به روش‌های متفاوتی صورت گیرد. در این پژوهش این مقدار در وزن معیار ضرب شده است و به‌این‌ترتیب میزان اعتبار کارشناسان به‌صورت خطی بر امتیاز داده شده توسط آن‌ها تأثیر می‌گذارد. با استفاده از روابط دیگر ممکن است نتایج دیگری به دست آید که اعتبارسنجی آن‌ها می‌تواند مورد بحث قرار گیرد.

تعارض منافع

نویسندگان در نگارش مقاله حاضر هیچ تعارض منافعی نداشته‌اند.

منابع

Chang, K. H. (2019). A novel supplier selection method that integrates the intuitionistic fuzzy weighted averaging method and a soft set with imprecise data. *Annals of operations research*, *272*(1), 139-157. https://doi.org/10.1007/s10479-017-2718-6

Dorfeshan, Y., & Mousavi, S. M. (2019). A group TOPSIS-COPRAS methodology with Pythagorean fuzzy sets considering weights of experts for project critical path problem. *Journal of intelligent & fuzzy systems*, *36*(2), 1375-1387. DOI: 10.3233/JIFS-172252

Dubois, D., Fargier, H., & Fortemps, P. (2003). Fuzzy scheduling: modelling flexible constraints vs. coping with incomplete knowledge. *European journal of operational research*, *147*(2), 231-252. https://doi.org/10.1016/S0377-2217(02)00558-1

Ghasemi, A. R., Mozzez, H., & Abedi Jebeli, F. (2017). A comparative analysis of approaches to multi-criteria decision gray prioritize suppliers (case study: Isfahan mobarakeh steel company). *Journal of industrial management, Islamic azad university of sanandaj*, *11*(38), 77-90. (**In Persian**). http://imj.iausdj.ac.ir/article_536955.html?lang=en

Hashemi, H., Ghoddousi, P., & Nasirzadeh, F. (2021). Sustainability indicator selection by a novel triangular intuitionistic fuzzy decision-making approach in highway construction projects. *Sustainability*, *13*(3), 1477. https://doi.org/10.3390/su13031477

Jaffal, H., & Tao, C. (2011). Multiple attributes group decision making by type-2 fuzzy sets and systems.

Kant, R., & Dalvi, M. V. (2017). Development of questionnaire to assess the supplier evaluation criteria and supplier selection benefits. *Benchmarking: an international journal*, *24*(2), 359-383. https://doi.org/10.1108/BIJ-12-2015-0124

Kayapinar Kaya, S., & Aycin, E. (2021). An integrated interval type 2 fuzzy AHP and COPRAS-G methodologies for supplier selection in the era of Industry 4.0. *Neural computing and applications*, *33*(16), 10515-10535. https://doi.org/10.1007/s00521-021-05809-x

Keshavarz Ghorabaee, M., Amiri, M., Salehi Sadaghiani, J., & Hassani Goodarzi, G. (2014). Multiple criteria group decision-making for supplier selection based on COPRAS method with interval type-2 fuzzy sets. *The international journal of advanced manufacturing technology*, *75*(5), 1115-1130. https://doi.org/10.1007/s00170-014-6142-7

Lu, J., Zhang, S., Wu, J., & Wei, Y. (2021). COPRAS method for multiple attribute group decision making under picture fuzzy environment and their application to green supplier selection. *Technological and economic development of economy*, *27*(2), 369-385. https://doi.org/10.3846/tede.2021.14211

Memari, A., Dargi, A., Jokar, M. R. A., Ahmad, R., & Rahim, A. R. A. (2019). Sustainable supplier selection: a multi-criteria intuitionistic fuzzy TOPSIS method. *Journal of manufacturing systems*, *50*, 9-24. https://doi.org/10.1016/j.jmsy.2018.11.002

Mendel, J. M., John, R. I., & Liu, F. (2006). Interval type-2 fuzzy logic systems made simple. *IEEE transactions on fuzzy systems*, *14*(6), 808-821. DOI: 10.1109/TFUZZ.2006.879986

Nakiboglu, G., & Bulgurcu, B. (2021). Supplier selection in a Turkish textile company by using intuitionistic fuzzy decision-making. *The journal of the textile institute*, *112*(2), 322-332. https://doi.org/10.1080/00405000.2020.1747675

Rani, P., Mishra, A. R., Krishankumar, R., Mardani, A., Cavallaro, F., Soundarapandian Ravichandran, K., & Balasubramanian, K. (2020). Hesitant fuzzy SWARA-complex proportional assessment approach for sustainable supplier selection (HF-SWARA-COPRAS). *Symmetry*, *12*(7), 1152. https://doi.org/10.3390/sym12071152

Roy, J., Das, S., Kar, S., & Pamučar, D. (2019). An extension of the CODAS approach using interval-valued intuitionistic fuzzy set for sustainable material selection in construction projects with incomplete weight information. *Symmetry*, *11*(3), 393. https://doi.org/10.3390/sym11030393

Saeedpour, M., & Mozaffari , M. M. (2014). Selection of Supplier of integrated performance of fuzzy Delphi hierarchical analysis process and COPRAS-G method. *First national conference on industrial engineering researc*, Hamedan, IRAN. (**In Persian**). https://civilica.com/doc/306836/

Saimianeh, N., & Farjameh, S. (2016). Combining AHP and COPRAS Techniques to select top suppliers in outsourcing IT projects based on tangible and intangible aspects (case study: first mobile company). *First international conference on management, technology tourism.* (**In Persian**). https://www.sid.ir/Fa/Seminar/ViewPaper.aspx?ID=95926

Zadeh, L. A. (1975). The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning—I. *Information sciences*, *8*(3), 199-249. https://doi.org/10.1016/0020-0255(75)90036-5

Zadeth, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and control*, *8*(3), 338-353.