E-ISSN: 2676-6159 | P-ISSN: 2538-5079

Journal of Decisions and Operations Research

www.journal-dmor.ir

J. Decis. Oper. Res. Vol. 8, No. 2 (2023) 246–264.

Paper Type: Original Article

An Improved Meta-Heuristic Algorithm to Optimize the Fractional-Order Controller for an Industrial Manipulator with a Parallelogram Structure

Nazila Nikdel*

Department of Electrical and Computer Engineering, Urmia University, Urmia, Iran; n.nikdel@urmia.ac.ir.

Citation:

Nikdel, N. (2023). An improved meta-heuristic algorithm to optimize the fractional-order controller for an industrial manipulator with a parallelogram structure. *Journal of decisions and operations research, 8*(2), 246-264.

Received: 03/10/2021 Reviewed: 07/11/2021 Revised: 22/12/2021 Accepted: 16/01/2022

Abstract

Purpose: Nowadays, robotic systems are widely used in advanced industrial operations. Therefore, making appropriate control decisions to ensure the efficiency of these systems is critical. Criteria such as operation time and response speed, control cost, and system error need to be controlled by providing appropriate methods to ensure the successful performance of industrial operations. Therefore, this article pursues two main objectives: 1) controlling the robotic system by presenting a method based on fractional-order calculus so that it can control the system despite its complexity and non-linearity, 2) presenting the meta-heuristic algorithm "Improved Grey Wolf" to optimize the system response.
Methodology: First, the mathematical model of the robot is presented based on Lagrange rules, and then the fractional-order calculus is used to design the controller. In addition, the efficiency of the grey wolf algorithm is increased with the introduction of an improved method.
Findings: Different cost functions based on the main performance criteria of the robotic system are introduced, and an improved algorithm is applied to them. The comparison results of the proposed algorithm and other algorithms, indicate its satisfying performance. In addition, the efficiency of the fractional-order controller is compared with its integer-order counterpart, and the results show a significant improvement in system performance.
Originality/Value: The proposed controller can control the system well despite its complexity and non-linearity. In addition, inspired by the Grey Wolf algorithm, an improved optimization method is proposed that can increase the efficiency of the controlled system. Numerical results show the satisfying performances of the proposed controller and the improved optimization algorithm.

Keywords: Optimization, Meta-heuristic algorithm, Improved Grey Wolf algorithm, Industrial robotic system, Fractional-order controller.

Corresponding Author: n.nikdel@urmia.ac.ir
http://dorl.net/dor/20.1001.1.25385097.1402.8.2.3.7
Licensee. **Journal of Decisions and Operations Research**. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (http://creativecommons.org/licenses/by/4.0).

Journal of Decisions and Operations Research

تصمیم‌گیری و تحقیق در عملیات

دوره ۸، شماره (۲)، (۱۴۰۲)، ۲۶۴-۲۴۶

www.journal-dmor.ir

نوع مقاله: پژوهشی

ارایه یک الگوریتم فرا ابتکاری بهبودیافته جهت بهینه‌سازی کنترل‌کننده مرتبه کسری برای بازوی ربات صنعتی با ساختار موازی

نازیلا نیکدل*

گروه مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه ارومیه، ارومیه، ایران.

چکیده

هدف: امروزه از سیستم‌های رباتیک به صورت وسیعی در پیشبرد عملیات صنعتی بهره گرفته می‌شود؛ بنابراین، اتخاذ تصمیمات کنترلی مناسب جهت تضمین کارایی این سیستم‌ها امری حیاتی است. لازم است معیارهایی هم‌چون مدت زمان عملیات و سرعت پاسخ‌دهی، هزینه کنترلی و خطای سیستم با ارایه روش مناسبی به صورتی کنترل شوند تا عملیات صنعتی به نحو موفقیت‌آمیزی انجام شود؛ لذا این مقاله دو هدف اصلی را دنبال می‌کند: ۱- کنترل سیستم رباتیک از طریق ارایه یک روش مبتنی بر حسابان مرتبه کسری به صورتی که قادر باشد باوجود پیچیدگی و غیر خطی‌گری در سیستم آن را کنترل نماید و ۲- ارایه الگوریتم فرا ابتکاری "بهبودیافته گرگ خاکستری" جهت بهینه‌سازی پاسخ سیستم.

روش‌شناسی پژوهش: ابتدا مدل ریاضی ربات بر مبنای قوانین لاگرانژ ارایه می‌شود و سپس از حسابان مرتبه کسری جهت طراحی کنترل کننده بهره گرفته می‌شود. علاوه‌برآن، کارایی الگوریتم گرگ خاکستری با ارایه روش بهبودیافته افزایش می‌یابد.

یافته‌ها: توابع هزینه مختلف برمبنای معیارهای عملکردی اصلی سیستم رباتیک معرفی و الگوریتم بهبودیافته بر آن‌ها اعمال می‌شود. نتایج حاصل از مقایسه الگوریتم پیشنهادی با الگوریتم‌های دیگر، نشان‌دهنده عملکرد مطلوب الگوریتم پیشنهادی هستند. علاوه‌برآن، کارایی کنترل‌کننده مرتبه کسری با معادل مرتبه صحیح آن مقایسه می‌شود و نتایج نشان‌دهنده بهبود قابل‌توجه عملکرد سیستم هستند.

اصالت/ارزش افزوده علمی: کنترل‌کننده پیشنهادی قادر است باوجود پیچیدگی و غیر خطی‌گری در مدل سیستم، آن را به‌خوبی کنترل نماید. علاوه‌برآن با الهام از الگوریتم گرگ خاکستری، روش بهینه‌سازی بهبودیافته‌ای ارایه می‌شود که قادر به افزایش کارایی سیستم کنترل شده باشد. نتایج عددی عملکرد مطلوب کنترل‌کننده و الگوریتم بهینه‌سازی بهبودیافته را نشان می‌دهند.

کلیدواژه‌ها: بهینه‌سازی، الگوریتم‌های فرا ابتکاری، الگوریتم گرگ خاکستری بهبودیافته، سیستم رباتیک صنعتی، کنترل‌کننده مرتبه کسری.

۱- مقدمه

بازوها دسته مهمی از سیستم‌های رباتیک را تشکیل می‌دهند که در عملیات صنعتی مختلفی به کار گرفته می‌شوند؛ از بازوهای سبک رنگ‌آمیزی قطعات گرفته تا بازوهای عظیم مورداستفاده در ساخت‌وساز ساختمان‌ها. در دهه اخیر روش‌های متنوعی جهت کنترل این سیستم‌ها به کار گرفته شده‌اند. گیوستی و همکاران [1] از یک رویکرد ترکیبی برای کنترل بازوی ربات با مفاصل الاستیکی بهره گرفته‌اند.

* نویسنده مسئول

n.nikdel@urmia.ac.ir

http://dorl.net/dor/20.1001.1.25385097.1402.8.2.3.7

به این منظور، ابتدا دینامیک معکوس ربات حاصل شده و سپس، از ترکیب آن با روش انفعال-محور جهت کنترل حرکت مفاصل استفاده شده است. هدف از مقاله ارایه شده توسط کالی و همکاران [2]، کنترل یک بازوی ربات به روش مدل لغزشی است. جهت نیل به این هدف، ابتدا مدل سیستم به روش خطی‌سازی با فیدبک ورودی/خروجی خطی شده است و در مرحله بعد یک کنترل‌کننده مد لغزشی برای سیستم طراحی شده است. درنهایت از یک الگوریتم فراپیچشی جهت تضمین تعقیب مسیر دقیق در سیستم بهره گرفته شده است. در مقاله ارایه‌شده توسط آرتگاپرز و همکاران [3] فرض شده است که سرعت مفاصل ربات در دسترس نیست و ابتدا رویت‌گری جهت تخمین این حالت طراحی شده است. در گام بعدی یک کنترل‌کننده تطبیقی بر مبنای تخمین سرعت جهت کنترل سیستم ارایه شده است. هدف از تحقیق انجام‌گرفته توسط پنگ و همکاران [4]، ارایه یک ساختار کنترل‌کننده/رویت‌گر برای بازوی ربات است. به این صورت که ابتدا سرعت سیستم توسط یک شبکه عصبی تخمین زده شده است و در مرحله بعدی روشی تطبیقی مبتنی بر شبکه‌های عصبی و رویکرد امپدانسی برای کنترل موقعیت سیستم ارایه شده است. تانگ و همکاران [5] از روش فازی جهت کنترل سیستم استفاده نموده‌اند. کنترل‌کننده مورداستفاده در این مرجع، از ترکیب رویکرد سطح پویای تطبیقی و منطق فازی تشکیل شده است.

روش‌های معرفی‌شده قادر هستند مفاصل ربات را به‌خوبی کنترل نمایند؛ اما پیچیدگی محاسباتی آن‌ها سبب دشواری پیاده‌سازی کنترل کننده‌ها می‌شود. سادگی ساختار کنترل‌کننده، به‌ویژه در عملیات صنعتی یکی از معیارهای اصلی در طراحی کنترل‌کننده است. به دلیل همین ساختار ساده، در این مقاله از کنترل‌کننده تناسبی-انتگرالی-مشتقی[1] استفاده شده است؛ اما در کنترل‌کننده ارایه‌شده از عملگرهای مرتبه کسری[2] به‌جای مشتق و انتگرال مرتبه صحیح رایج بهره گرفته است؛ زیرا طراحی کنترل‌کننده برمبنای این عملگرها سبب بهبود عملکرد سیستم‌ها در تعقیب سیگنال‌های مرجع می‌گردد؛ بنابراین، هدف اول این مقاله طراحی یک کنترل‌کننده تناسبی-انتگرالی-مشتقی مرتبه کسری برای بازوی ربات است. در مرحله بعدی، لازم است این کنترل‌کننده به صورتی بهینه‌سازی شود که قادر باشد به‌خوبی ورودی‌های مرجع را تعقیب نماید؛ لذا در این بخش به مرور برخی از تحقیقات انجام‌گرفته در زمینه کنترل‌کننده بهینه‌سازی شده در سیستم‌های مختلف می‌پردازیم. پرادهان و همکاران [6] از یک الگوریتم فرا ابتکاری الهام گرفته‌شده از طبیعت براساس رفتار شیر مورچه‌ها برای طراحی کنترل‌کننده جهت کنترل سیستم‌های مرتبه اول و مرتبه بالاتر تاخیردار استفاده نموده‌اند. این الگوریتم براساس رفتار شیر مورچه‌ها هنگام شکار شکل گرفته است که شامل مراحل اصلی راه رفتن تصادفی، ساخت تله، به دام افتادن مورچه‌ها در تله، کشیدن مورچه‌ها به سمت شیر مورچه، شکار طعمه و بازسازی تله می‌باشد. از آن‌جا که سیستم تاخیردار ویژگی‌های غیرمینیمم فاز دارد، بهبود حد فاز و حد بهره نیز در مساله بهینه‌سازی درنظر گرفته شده است. هدف از تحقیق انجام‌گرفته توسط حکیم‌اوغلو [7]، استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی جست‌وجوی اتم و یک نسخه آشوبی جدید از آن برای تعیین پارامترهای بهینه کنترل‌کننده برای کنترل سرعت موتور *DC* است. الگوریتم جست‌وجوی اتم، ازنظر ریاضی حرکت اتم را در طبیعت مدل‌سازی می‌کند و برای حل مجموعه متنوعی از مسایل بهینه‌سازی توسعه یافته است. از طرف دیگر، روش آشوبی پیشنهادی باعث می‌شود الگوریتم اصلی بتواند از گیر افتادن در نقاط اکسترمم محلی فرار کند و میزان همگرایی و دقت نتیجه آن را بهبود بخشد. پاسخ گذرا، پاسخ فرکانسی (نمودار بود) و مقاومت کنترل‌کننده مورد بررسی قرار گرفته‌اند و نتایج نشان‌دهنده کارایی روش پیشنهادی هستند. در مقاله ارایه شده توسط عبدالقادر و همکاران [8]، یک کنترل کننده براساس منطق فازی به‌منظور افزایش نفوذ در ریز شبکه‌ها برای سیستم قدرت طراحی شده است. سپس، از یک الگوریتم ترکیبی فرا ابتکاری برای بهبود عملکرد میرایی نوسان الکترومکانیکی سیستم قدرت جهت افزایش پایداری دینامیکی بهره گرفته شده است. به این منظور، ابتدا مساله تنظیم پارامترها به یک مساله بهینه‌سازی تبدیل شده و با استفاده از الگوریتم ترکیبی ژنتیک[3] پویا و جست‌وجوی باکتری کمینه‌سازی شده است. قابلیت کنترل‌کننده پیشنهادی در میرایی نوسانات با فرکانس پایین در سیستم با نسبت‌های مختلف نفوذ ریز شبکه از طریق شبیه‌سازی‌های غیر خطی در حوزه زمان ارزیابی شده است. هدف از مقاله جومانی و همکاران [9]، کنترل سیستم خودکار تثبیت‌کننده ولتاژ است. جهت نیل به این هدف، در مرحله نخست، سیستم تثبیت‌کننده ولتاژ مدل‌سازی شده و در مرحله بعدی، تابع هزینه‌ای براساس انتگرال قدرمطلق خطا تعریف شده است. درنهایت از روش بهینه‌سازی جایا جهت یافتن ضرایب کنترل‌کننده استفاده شده است. اصغرنیا و همکاران [10] یک کنترل‌کننده برای تنظیم زاویه توربین بادی طراحی نموده‌اند. در توربین‌های بادی، کنترل زاویه برای تنظیم سرعت روتور و تولید توان اعمال می‌شود. پارامترهای کنترل‌کننده از طریق یک شبکه عصبی[4] تعیین شده‌اند. تمرکز اصلی در مقاله ارایه شده توسط شاه و همکاران [11] بر روی بهینه‌سازی عملکرد کنترل‌کننده سیستم‌های دینامیکی با استفاده از رویکرد

---

[1] Proportional-Integral-Derivative (PID)

[2] Fractional-order

[3] Genetic Algorithm (GA)

[4] Radial Basis Function (RBF)

نسبتا جدید هوش رقابتی است. این الگوریتم بر مبنای رفتار تعاملی و رقابتی بین اعضای یک گروه شکل گرفته است. به‌منظور بررسی عملکرد بهینه‌سازی، تابع هزینه‌ای براساس انتگرال مربع خطا درنظر گرفته شده است. نتایج بهینه‌سازی نشان‌گر عملکرد مطلوب الگوریتم هوش رقابتی در مقایسه با روش‌هایی هم‌چون الگوریتم ژنتیک و الگوریتم پرندگان[1] است. هدف از تحقیق انجام‌گرفته توسط ظهیرالدین و سینگ [12]، طراحی یک کنترل‌کننده برای کنترل فرکانس در ریز شبکه است. این ریز شبکه متشکل از توربین بادی، سیستم فتوولتاییک خورشیدی، تجزیه‌گر آبی، چرخ طیار، ابرخازن، ذخیره‌ساز، موتور دیزل و پیل سوختی است. به‌منظور تعیین ضرایب کنترل‌کننده چهار تابع هزینه براساس معیارهای عملکردی مختلف درنظر گرفته شده و از الگوریتم‌های ملخ، الگوریتم جست‌وجوی گرانشی، الگوریتم ژنتیک و الگوریتم پرندگان بهره گرفته شده است.

هدف اول این مقاله طراحی یک کنترل‌کننده مرتبه کسری بهینه برای بازوی ربات صنعتی است. استفاده از عملگرهای مرتبه کسری سبب بهبود عملکرد سیستم می‌شود. هدف دوم مقاله این است که با الهام از الگوریتم گرگ خاکستری[2] یک الگوریتم فرا ابتکاری بهبودیافته ارایه گردد؛ به صورتی که قادر باشد توابع هزینه مختلف عملکردی سیستم را بهینه‌سازی نماید. توابع هزینه مختلفی بر مبنای مشخصات اصلی عملکرد سیستم درنظر گرفته می‌شوند و عملکرد الگوریتم بهینه‌سازی پیشنهادی با سایر رویکردهای پرکاربرد مقایسه می‌شود.

بخش‌بندی مقاله به‌صورت ذیل است: بخش ۲ به معرفی و مدل‌سازی بازوی ربات موردمطالعه اختصاص دارد. حسابان مرتبه کسری و ساختار کنترل‌کننده مورداستفاده در بخش ۳ ارایه می‌شوند. بخش ٤ الگوریتم فرا ابتکاری پیشنهادی را مورد بررسی قرار می‌دهد. درنهایت، نتایج در بخش ۵ ارایه شده و تجزیه‌وتحلیل می‌شوند. بخش ٦ به بیان نتیجه‌گیری و نکات مهم اختصاص داده شده است.

۲- مدل‌سازی بازوی ربات

جهت اعمال کنترل‌کننده بر روی بازوی ربات، لازم است معادلات دینامیکی آن حاصل گردند. مدل دینامیکی بازوی ربات به صورت نرخ تغییر متغیرهای مفصلی نسبت به گشتاور اعمالی توسط موتورهای محرک تعریف می‌شود [13]. یک بازوی ربات n درجه آزادی می‌تواند دارای مفاصل چرخشی و کشویی باشد. برای به‌دست آوردن معادلات دینامیکی بازوی ربات از قوانین لاگرانژ استفاده می‌شود. این قوانین به صورت **رابطه (۱)** و **رابطه (۲)** بیان می‌گردند.

$$L = K - P. \qquad (۱)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \tau_i. \qquad (۲)$$

که در آن L تابع لاگرانژین است و K و P مجموع تمام عبارت‌های انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل می‌باشند. متغیرهای q_i و τ_i به‌ترتیب نشان‌دهنده مختصات و نیروی تعمیم‌یافته در مفصل ith هستند. با بهره‌گیری از این قوانین، معادله دینامیکی بازوی ربات n درجه آزادی عمومی مطابق **رابطه (۳)** به‌دست می‌آید.

$$D(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau. \qquad (۳)$$

که در آن $q \in R^n$ و $\tau \in R^n$ به‌ترتیب بردار متغیرهای مفصلی و گشتاور اعمالی هستند. $D(q) \in R^{n\times n}$ ماتریس اینرسی و مثبت معین است. $C(q,\dot{q}) \in R^{n\times n}$ ماتریس نیروهای کریولیس و سنتریفیوژ است و $G(q) \in R^n$ بردار گرانش می‌باشد.

[1] Partcile Swarm Optimization (PSO)

[2] Grey Wolf Optimization (GWO)

شکل ۱- بازوی ربات موازی دو درجه آزادی [14].
Figure 1- The 2-degree of freedom parallel manipulator [14].

جدول ۱- مقادیر عددی پارامترهای ربات [14].
Table 1- The numerical values of robot parameters [14].

شماره لینک	جرم (کیلوگرم) m_i	طول لینک (متر) l_i	مرکز جرم (متر) l_{ci}
1	0.2880	0.3300	0.1660
2	0.0324	0.1200	0.0600
3	0.3702	0.3300	0.1660
4	0.2981	0.4500	0.0750

ماتریس‌های $D(q)\in R^{n\times n}$، $C(q,\dot{q})\in R^{n\times n}$ و $G(q)\in R^{n}$ با توجه به ساختار مکانیکی بازوی ربات تعریف می‌شوند. در این مقاله، بازوی ربات دو درجه آزادی چرخشی با ساختار موازی برای شبیه‌سازی کنترل‌کننده به‌کار رفته است. **شکل ۱** این سیستم را نمایش می‌دهد. به‌منظور به‌دست آوردن ماتریس‌های موردبحث، با محاسبه انرژی‌های جنبشی و پتانسیل برای بازوی ربات و استفاده از قوانین لاگرانژ، معادلات دینامیکی بازوی ربات به‌صورت زیر حاصل می‌شوند:

$$\tau_1 = d_{11}\ddot{q}_1 + d_{12}\ddot{q}_2 + \frac{\partial d_{12}}{\partial q_2}\dot{q}_2^2 + g(m_1 l_{c1} + m_3 l_{c3} + m_4 l_1)\cos(q_1). \tag{۴}$$

$$\tau_2 = d_{22}\ddot{q}_2 + d_{21}\ddot{q}_1 + \frac{\partial d_{21}}{\partial q_1}\dot{q}_1^2 + g(m_2 l_{c2} + m_3 l_2 - m_4 l_{c4})\cos(q_2). \tag{۵}$$

که در آن τ_i و $q_i\ (i=1,2)$ به ترتیب گشتاورها و متغیرهای مفصلی هستند. جرم و طول بازو ith به ترتیب با متغیرهای m_i و l_i نشان داده می‌شوند. l_{ci} فاصله مرکز جرم است و اینرسی با I_i نمایش داده شده است. پارامترهای d_{11}، d_{12}، d_{21} و d_{22} به‌صورت زیر محاسبه می شوند:

$$\begin{aligned} d_{11} &= I_1 + I_3 + m_1 l_{c1}^2 + m_3 l_{c3}^2 + m_4 l_1^2, \\ d_{22} &= I_2 + I_4 + m_2 l_{c2}^2 + m_4 l_{c4}^2 + m_3 l_2^2, \\ d_{12} &= d_{21} = (m_3 l_{c3} l_2 - m_4 l_{c4} l_1)\cos(q_1 - q_2). \end{aligned} \tag{۶}$$

مقادیر عددی پارامترهای ربات در **جدول ۱** ارایه شده‌اند؛ بنابراین، می‌توان معادلات سیستم را به **فرم ماتریسی (۳)** به کمک ماتریس‌های زیر بازنویسی نمود [14]، [15]:

$$D = \begin{bmatrix} d_{11} & 0 \\ 0 & d_{22} \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} g(m_1 l_{c1} + m_3 l_{c3} + m_4 l_1)\cos(q_1) \\ g(m_2 l_{c2} + m_3 l_2 - m_4 l_{c4})\cos(q_2) \end{bmatrix}, \ C = 0_{2\times 2}. \tag{۷}$$

۳- حسابان مرتبه کسری و ساختار کنترل‌کننده

استفاده از عملگرهای مرتبه کسری برای کنترل سیستم‌ها در دهه‌های اخیر موردتوجه قرار گرفته است. خواصی هم‌چون حافظه‌دار بودن عملگرهای مرتبه کسری سبب شده است که از آن‌ها در شناسایی و مدل‌سازی سیستم‌ها و نیز طراحی کنترل‌کننده و تضمین پایداری سیستم بهره گرفته شود [16]. عموما کنترل‌کننده‌های طراحی‌شده بر مبنای عملگرهای مرتبه کسری عملکرد بهتری در تعقیب سیگنال‌های

مرجع، نسبت به کنترل‌کننده‌های مرتبه صحیح مشابه، نشان می‌دهند [17]. در این مقاله قصد داریم از کنترل‌کننده تناسبی-انتگرالی-مشتقی مرتبه کسری برای کنترل بازوی ربات استفاده نماییم؛ لذا در ادامه به معرفی اجمالی عملگرهای مرتبه کسری و ویژگی‌های آن‌ها می‌پردازیم [18].

تعریف ۱- انتگرال مرتبه کسری تابع $f(t)$ عبارت است از:

$$ {}_{t_0}I_t^{\alpha} f(t) = {}_{t_0}D_t^{-\alpha} f(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)}\int_{t_0}^{t}\frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{1-\alpha}}d\tau. \qquad (۸)$$

که در آن α نشان‌دهنده مرتبه عملگر است. t_0 و t نشان‌دهنده محدوده عمل انتگرال هستند.

در طول سال‌ها تعاریف مختلفی برای مشتقات مرتبه کسری ارایه شده‌اند. رایج‌ترین تعاریف عبارت‌اند از ریمان-لیوویل[1]، گرانوالد-لتنیکف[2] و کاپوتو[3].

تعریف ۲- مشتق ریمان-لیوویل تابع $f(t)$ از مرتبه α برابر است با:

$$ {}^{RL}_{t_0}D_t^{\alpha} f(t) = \frac{d^{\alpha} f(t)}{dt^{\alpha}} = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)}\frac{d^n}{dt^n}\int_{t_0}^{t}\frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha-n+1}}d\tau. \qquad (۹)$$

که در آن n عددی صحیح است که در رابطه $n-1<\alpha<n$ صدق می‌کند.

تعریف ۳- مشتق مرتبه α تابع $f(t)$ براساس تعریف گرانوالد-لتنیکف عبارت است از:

$$ {}^{GL}_{t_0}D_t^{\alpha} f(t) = \lim_{N\to\infty}\left[\frac{t-\alpha}{N}\right]^{-\alpha}\sum_{j=0}^{N-1}(-1)^j\binom{\alpha}{j} f(t-j\left[\frac{t-a}{N}\right]). \qquad (۱۰)$$

تعریف ۴- مشتق مرتبه کسری کاپوتو از تابع $f(t)$ به صورت زیر تعریف می‌شود [18]:

$$ {}^{C}_{t_0}D_t^{\alpha} f(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha-n)}\int_{t_0}^{t}\frac{f^{(n)}(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha+1-n}}d\tau. \qquad (۱۱)$$

برای کلاس وسیعی از توابع، تعاریف گرانوالد-لتنیکف و ریمان-لیوویل نتایج یکسانی دارند ولی عملگر مشتق کاپوتو اندکی با آن‌ها تفاوت دارد، این تفاوت ناشی از شرایط اولیه است. درواقع، در معادلات مرتبه کسری که براساس تعاریف گرانوالد-لتنیکف و ریمان-لیوویل شکل می‌گیرند، تفسیر واضحی از شرایط اولیه وجود ندارد. از سوی دیگر، در تعریف مشتق کاپوتو شرایط اولیه دقیقا مشابه معادلات مرتبه صحیح بوده و تفسیر آن‌ها بسیار ساده‌تر است. علاوه‌برآن استفاده از مشتق کاپوتو مزایای بسیاری در ساده‌سازی روابط ریاضی دارد. این عوامل سبب شده‌اند که عملگر کاپوتو بیش از دو تعریف دیگر در علوم مهندسی مورداستفاده قرار گیرد [16]. در ادامه ویژگی‌های اصلی انتگرال و مشتق مرتبه کسری بررسی می‌شوند.

ویژگی ۱- مشتق و انتگرال مرتبه کسری عملگرهای خطی هستند [18].

$$ D^{\alpha}(\lambda_1 f(t)+\lambda_2 g(t)) = \lambda_1 D^{\alpha}(f(t)) + \lambda_2 D^{\alpha}(g(t)). \qquad (۱۲)$$

که در آن λ_1 و λ_2 ضرایب ثابت می‌باشند.

ویژگی ۲- به‌ازای عدد صحیح n، اگر $\alpha=n$ باشد، عملگر مشتق و انتگرال مرتبه کسری نتیجه‌ای مشابه عملگر مرتبه صحیح خواهند داشت [16].

ویژگی ۳- به‌ازای $\alpha=0$ رابطه زیر برقرار است [16]:

$$ D^{0} f(t) = f(t). \qquad (۱۳)$$

$$ {}^{C}_{t_0}D_t^{\beta}({}_{t_0}D_t^{-\alpha} f(t)) = {}^{C}_{t_0}D_t^{\beta-\alpha} f(t). \qquad (۱۴)$$

$$ {}^{C}_{t_0}D_t^{\beta}({}_{t_0}D_t^{-\beta} f(t)) = f(t). \qquad (۱۵)$$

---

[1] Riemann-Liouville (RL)

[2] Grunvald-Letnikov (GL)

[3] Caputo (C)

نیکلا / تصمیم‌گیری و تحقیق در عملیات، دوره ۸، شماره ۲، تابستان ۱۴۰۲، صفحه: ۲۶۴-۲۴۶

$$ {}_{t_0}D_t^{-\beta}\left({}^{C}_{t_0}D_t^{\beta} f(t)\right) = f(t) - f(t_0). \quad (۱۶)$$

ویژگی ۴- می‌توان انتگرال مرتبه کسری و مشتق کاپوتو را با یکدیگر ترکیب نمود [19]، [20].

ویژگی ۵- **رابطه (۱۷)** برای مشتق کاپوتو برقرار است [21].

$$ \dot{x}(t) = {}^{C}_{0}D_t^{1-\beta}\left({}^{C}_{0}D_t^{\beta}(x(t))\right). \quad (۱۷)$$

ساختار کنترل‌کننده مورداستفاده در این مقاله به‌صورت تناسبی-انتگرالی-مشتقی مرتبه کسری $PI^{\lambda}D^{\mu}$ درنظر گرفته شده است و با **رابطه (۱۸)** حاصل می‌گردد.

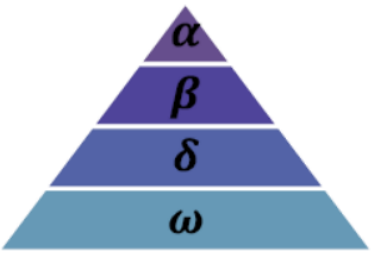
$$ u(t) = k_p e(t) + k_d D^{\mu} e(t) + k_i \, {}_0D_t^{-\lambda} e(t). \quad (۱۸)$$

که در آن $u(t)$ معرف سیگنال کنترلی است. $e(t)$ خطای تعقیب سیگنال مرجع می‌باشد. μ و λ به ترتیب مرتبه مشتق و انتگرال مرتبه کسری هستند. k_p، k_d و k_i به ترتیب ضرایب تناسبی، مشتقی و انتگرالی کنترل‌کننده هستند.

۴- الگوریتم بهینه‌سازی پیشنهادی

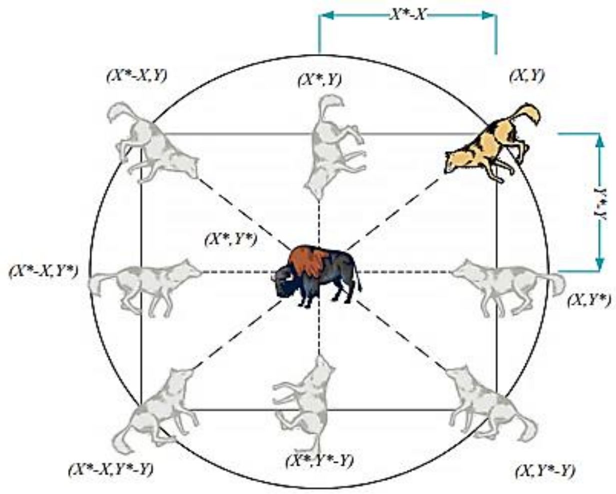
در این مقاله از کنترل‌کننده تناسبی-انتگرالی-مشتقی مرتبه کسری برای کنترل بازوی ربات موازی استفاده شده است. به این منظور لازم است پنج پارامتر کنترل‌کننده یعنی ضریب تناسبی، ضریب انتگرالی، ضریب مشتقی و مرتبه مشتق و انتگرال کسری به‌صورتی تعیین گردند که سیستم حلقه بسته پاسخ مناسبی داشته باشد. به این منظور در این بخش، الگوریتم پیشنهادی بهینه‌سازی بهبودیافته گرگ خاکستری ارایه خواهد شد؛ لذا، ابتدا به معرفی اجمالی الگوریتم گرگ خاکستری می‌پردازیم. این الگوریتم که از رفتار دسته‌جمعی گرگ‌های خاکستری برای شکار کردن در طبیعت الگوبرداری شده، در سال ۲۰۱۴ میلادی توسط میرجلیلی و همکاران [22] در دانشگاه شهید بهشتی ارایه شد. این روش جزو الگوریتم‌های هوش جمعی است و جواب‌های مساله در آن توسط موقعیت گرگ‌ها در فضای حل مساله نشان داده می‌شوند. گرگ‌های خاکستری به‌صورت دسته‌جمعی زندگی و شکار می‌کنند. آن‌ها برای شکار کردن ابتدا دور طعمه حلقه‌زده و طعمه را محاصره می‌کنند و با تنگ‌تر کردن حلقه محاصره شروع به خسته کردن طعمه می‌کنند. سپس به‌صورت نوبتی و با دستور گرگ رهبر به طعمه حمله کرده و درنهایت طعمه را از پای درمی‌آورند [23]. گرگ‌های خاکستری به‌صورت سلسله مراتبی زندگی می‌کنند. این سلسله‌مراتب در **شکل ۲** نشان داده شده و در ادامه توضیح داده می‌شود:

- رده آلفا (α) به‌عنوان رهبر گروه شناخته می‌شود و تصمیم‌گیری درباره‌ی شکار و ... را بر عهده دارد. تصمیمات آلفا به کل گروه اعمال می‌شود.
- رده‌ی بتا (β) رده دوم گرگ‌ها هستند و در تصمیم‌گیری‌ها و سایر فعالیت‌های دسته کمک می‌کنند. این گرگ‌ها در مواقعی که آلفا بسیار پیر شده و یا می‌میرد، بهترین انتخاب برای آلفا شدن هستند.
- رده امگا (ω) پایین‌ترین رده گرگ‌ها هستند. این گروه از گرگ‌ها نقش پیش‌مرگ را در دسته بازی می‌کنند. آن‌ها باید مطیع تمام گرگ‌های دیگر باشند و هم‌چنین آخرین گرگ‌هایی هستند که غذا می‌خورند.
- به گرگ‌هایی که در سلسله‌مراتب بالا ذکر نشده است، گرگ‌های دلتا (δ) گفته می‌شود. گرگ‌های دلتا تحت فرمان آلفا و بتا بوده ولی نسبت به امگا برتری دارند.



شکل ۲- سلسله‌مراتب گرگ‌های خاکستری [22].

Figure 2- Grey wolf hierarchy [22].



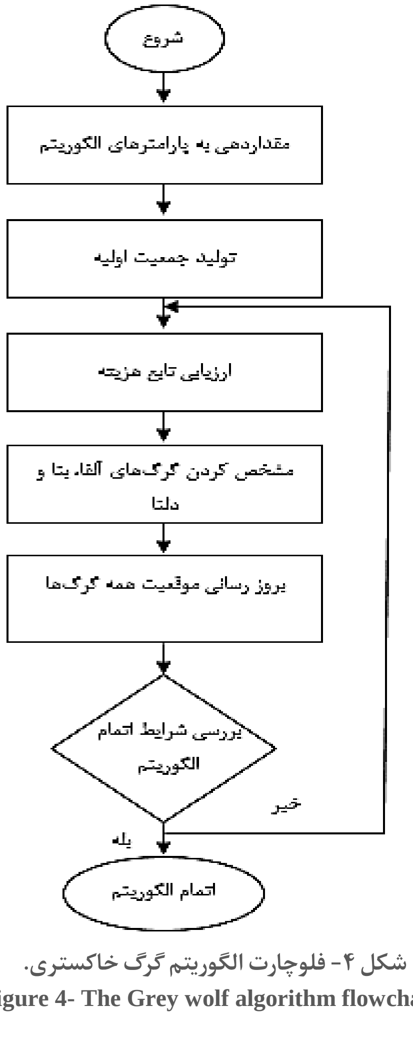
شکل ۳- موقعیت گرگ‌ها در یک مساله دو بعدی [22].
Figure 3- The positions of wolve in a two-dimensional problem [22].

همان‌طور که اشاره شد، گرگ‌های خاکستری در طی فرآیند شکار، طعمه را محاصره می‌کنند. برای مدل کردن شکار، از روابط زیر استفاده می‌شود:

$$D = \left| C.X_p(i) - X(i) \right|. \qquad (۱۹)$$

$$X(i+1) = X_p(i) - A.D, \quad A = 2ar_1 - a, \quad C = 2r_2. \qquad (۲۰)$$

در روابط فوق i برابر تکرار الگوریتم است. بردارهای A و C ضرایب بردار مکان طعمه و X موقعیت گرگ خاکستری است. a به‌صورت خطی و در طی تکرارها از مقدار ۲ به ۰ کاهش می‌یابد. r_1 و r_2 بردارهای تصادفی در بازه $[0,1]$ هستند. X_p موقعیت طعمه است. در یک مساله دوبعدی موقعیت گرگ‌ها به‌صورت **شکل ۳** خواهد بود.



شکل ۴- فلوچارت الگوریتم گرگ خاکستری.
Figure 4- The Grey wolf algorithm flowchart.

فرض می‌شود در فضای جست‌وجو موقعیت طعمه X_p نامشخص است. ازاین‌رو موقعیت شکار را همان موقعیت آلفا (بهترین جواب به‌دست‌آمده) درنظر می‌گیرند. با این فرض موقعیت گرگ‌ها با درنظر گرفتن سلسله‌مراتب حاصل می‌شود.

$$X_1(i)=X_\alpha(i)-A_1\times D_\alpha(i),\quad D_\alpha=|C_1.X_\alpha(i)-X(i)|. \tag{۲۱}$$

$$X_2(i)=X_\beta(i)-A_2\times D_\beta(i),\quad D_\beta=|C_2.X_\beta(i)-X(i)|. \tag{۲۲}$$

$$X_3(i)=X_\delta(i)-A_3\times D_\delta(i),\quad D_\delta=|C_3.X_\delta(i)-X(i)|. \tag{۲۳}$$

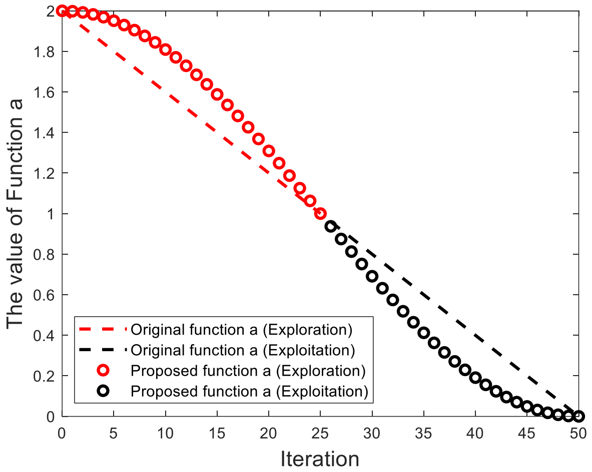
$$X(i+1)=\frac{X_1(i)+X_2(i)+X_3(i)}{3}. \tag{۲۴}$$

با استفاده از این روابط موقعیت گرگ‌ها در هر تکرار حاصل می‌شود. درنهایت با برآورده شدن شرط توقف، الگوریتم به پایان می‌رسد. **شکل ۴** فلوچارت این الگوریتم را نمایش می‌دهد.

در ادامه الگوریتم بهبودیافته پیشنهادی ارایه خواهد شد. الگوریتم گرگ خاکستری ازجمله الگوریتم‌های بهینه‌سازی مبتنی بر هوش جمعی قدرتمند است؛ اما عملکرد الگوریتم‌های هوش جمعی در مواجهه با توابع هزینه پیچیده دچار افت می‌شود [24]؛ لذا به‌منظور پوشش این ضعف، الگوریتم بهبودیافته گرگ خاکستری در این بخش معرفی می‌گردد. ویژگی‌های اکتشاف و استخراج دو رکن اساسی بهینه‌سازی کارآمد هستند. منظور از اکتشاف این است که کل فضای متغیرها مورد جست‌وجو قرار گیرد. داشتن این ویژگی سبب خواهد شد که الگوریتم قادر باشد کل فضای جست‌وجو را کاوش نماید و از گیر افتادن در اکسترمم‌های محلی اجتناب کند. وجود پارامتر A در الگوریتم گرگ خاکستری سبب ایجاد تعادل بین خاصیت اکتشاف و استخراج می‌شود. زمانی که پارامتر A در بازه $A>1$ و یا $A<-1$ قرار دارد، الگوریتم به‌صورت اکتشافی عمل می‌کند و زمانی که این پارامتر در بازه $-1<A<1$ قرار می‌گیرد، خاصیت استخراجی الگوریتم بیشتر خواهد شد. با توجه به **رابطه (۲۰)** این پارامتر به‌صورت $A=2ar_1-a$ تعریف شده است و مقدار آن وابسته به مقدار a می‌باشد. در الگوریتم اصلی مقدار این پارامتر در ابتدای الگوریتم برابر ۲ است و با گذشت تکرارها به‌صورت خطی به مقدار صفر می‌رسد. به‌منظور بهبود عملکرد این الگوریتم، در روش پیشنهادی از رابطه زیر جهت اعمال تغییرات a استفاده می‌گردد:

$$a=cos(\pi\frac{i}{T})+1. \tag{۲۵}$$

که در آن i برابر تکرار الگوریتم است و T بیشینه تکرار الگوریتم است. **شکل ۵** تغییرات پارامتر a را برای تعداد تکرار ۵۰ در روش پیشنهادی و الگوریتم اصلی نشان می‌دهد. در این شکل نقاط گسسته قرمز و مشکی‌رنگ به ترتیب نشان‌دهنده مراحل اکتشاف و استخراج هستند. همان‌طور که مشخص است، مقادیر پارامتر a در روش پیشنهادی در مرحله اکتشاف بزرگ‌تر از مقادیر آن در روش اصلی هستند. این به معنی افزایش قدرت اکتشاف در این مرحله از روش پیشنهادی است. از سوی دیگر، مقادیر پارامتر a در مرحله استخراج کمتر از مقادیر آن در الگوریتم اصلی هستند. این امر به افزایش سرعت همگرایی الگوریتم بهبودیافته در مقایسه با روش اصلی کمک می‌کند.



شکل ۵- مقایسه رویکرد الگوریتم اصلی و الگوریتم بهبودیافته برای تغییر پارامتر a.

Figure 5- Comparison of the main approach and the improved algorithm regarding the change of parameter a.

علاوه‌بر استفاده از **رابطه (۲۵)** برای به‌روزرسانی پارامتر a، جهت بهبود عملکرد الگوریتم به‌جای میانگین‌گیری از موقعیت گرگ‌های α، β و δ در **رابطه (۲۴)**، از میانگین وزن‌دار آن‌ها استفاده می‌گردد. بدین ترتیب که ضریب وزنی هر یک از موقعیت‌ها متناسب با

عکس مقدار تابع هزینه حاصل از آن، درنظر گرفته می‌شود؛ بنابراین، به‌جای استفاده از **رابطه (۲۴)**، می‌توان از روابط زیر جهت حصول موقعیت در تکرار بعدی استفاده نمود:

$$G_\alpha = \frac{1}{cost_\alpha},\ G_\beta = \frac{1}{cost_\beta},\ G_\delta = \frac{1}{cost_\delta}. \quad (۲۶)$$

$$\vec{X}(i+1) = \frac{G_\alpha \vec{X}_1(i) + G_\beta \vec{X}_2(i) + G_\delta \vec{X}_3(i)}{G_\alpha + G_\beta + G_\delta}. \quad (۲۷)$$

در روابط فوق، $cost$ نشان‌دهنده مقدار تابع هزینه موقعیت متناظر با آن است. X_1، X_2 و X_3 به ترتیب بیانگر موقعیت‌های α، β و δ هستند و $X(i+1)$ موقعیت در تکرار بعدی الگوریتم است.

۵- بررسی و تحلیل نتایج

جهت اعمال کنترل‌کننده $PI^\lambda D^\mu$ لازم است ضرایب آن یعنی k_p، k_i و k_d و مرتبه انتگرال و مشتق مرتبه کسری λ و μ حاصل شوند به‌صورتی که پاسخ سیستم بهینه باشد. به‌این‌منظور این پنج پارامتر به‌عنوان جمعیت اولیه برای الگوریتم‌های بهینه‌سازی فرض شده و در مرحله نخست تابع هزینه‌ای به‌صورت **رابطه (۲۸)** درنظر گرفته می‌شود. جهت بهینه‌سازی مناسب، لازم است فاکتورهای اصلی پاسخ سیستم در تابع هزینه درنظر گرفته شوند. این فاکتورها براساس پاسخ گذرا و حالت دایم پاسخ پله سیستم مدنظر قرار گرفته‌اند و عبارت‌اند از فراجهش (Mp)، زمان نشست (t_s)، زمان صعود (t_r)، خطای حالت دایم (E_{ss}) و مقدار متوسط سیگنال کنترلی ($u(t)$).

$$cost_1 = k[\alpha_1 \times ((1-e^{-\beta_1})(|Mp| + |E_{ss}|) + e^{-\beta_1}(t_s + t_r)) + \frac{1}{\alpha_1} \times (\frac{1}{T} \times \int_0^T u(\tau)d\tau)]. \quad (۲۸)$$

در رابطه فوق α_1، β_1 و k ضرایب وزنی هستند که درجه اهمیت فاکتورهای مختلف را در تابع هزینه مشخص می‌سازند. مقادیر عددی ضرایب وزنی به‌کاررفته در این تابع هزینه و **تابع هزینه (۲۹)** و **تابع هزینه (۳۰)** در **جدول ۲** نمایش داده شده‌اند. چهار الگوریتم بهینه‌سازی بهبودیافته پیشنهادی *IGWO*، ژنتیک، پرندگان و گرگ خاکستری بر روی تابع هزینه اعمال شده‌اند. الگوریتم ژنتیک بر مبنای تکامل و الگوریتم پرندگان براساس هوش جمعی شکل گرفته‌اند [25]. جمعیت اولیه هر چهار الگوریتم برابر ۱۶ و حداکثر تکرار برابر ۵۰ درنظر گرفته شده است. **جدول ۳** و **جدول ۴** نتایج حاصل از اعمال الگوریتم‌ها بر روی تابع **هزینه (۲۸)** برای مفصل اول و دوم ربات را به‌صورت خلاصه ارایه می‌دهند. معیارهای زمانی نمایش‌داده‌شده در این جدول، یعنی زمان صعود و زمان نشست برحسب ثانیه هستند. فراجهش به‌صورت درصد نشان داده شده است. خطای حالت دایم و زوایای نمایش داده شده در شکل‌های این بخش برحسب رادیان می باشند و واحد سیگنال کنترلی (گشتاور) نیوتن‌متر است.

جدول ۲- مقادیر عددی ضرایب مورد استفاده در توابع هزینه.

Table 2- Numerical values of coefficients used in cost functions.

ضرایب	α_1	β_1	k	k_1	k_2
مقادیر عددی	14	1.3	30	500	5

جدول ۳- مقایسه نتایج پیاده‌سازی الگوریتم‌های مختلف بر روی تابع هزینه (۲۸) برای درجه آزادی اول ربات.

Table 3- Comparison of the results of different algorithms regarding the cost function (28) for the manipulator's first degree of freedom.

الگوریتم	IGWO	GWO	GA	PSO
برازندگی	422.5	423.3	477.5	475.5
زمان صعود	1.27	1.28	1.30	1.29
زمان نشست	2.10	2.14	2.47	2.14
فراجهش	0	0	4.2	16.3
خطای حالت دایم	0.008	0.01	0.005	0.005
متوسط سیگنال کنترلی	15.4	15.5	15.1	15

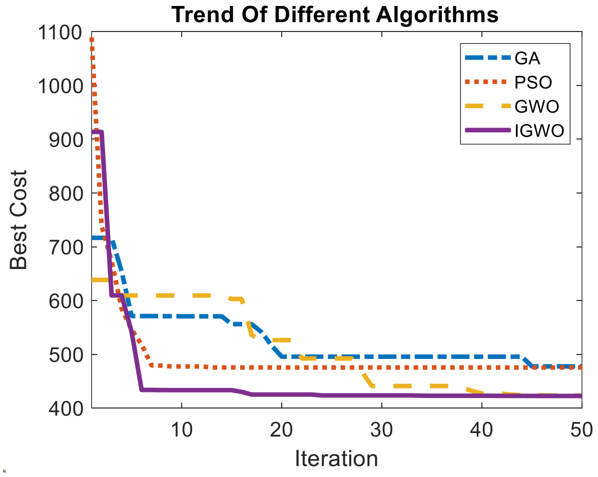
نیکدل / تصمیم‌گیری و تحقیق در عملیات، دوره ۸، شماره ۲، تابستان ۱۴۰۲، صفحه: ۲۶۴-۲۴۶

همان‌طور که از نتایج جدول‌ها مشخص است، باوجود این‌که هر چهار الگوریتم عملکرد مطلوبی در بهینه‌سازی تابع هزینه داشته‌اند، استفاده از الگوریتم گرگ خاکستری بهبودیافته پیشنهادی منجر به نتایج بهتری شده است. **شکل ۶** مقدار کمینه تابع هزینه را در هر تکرار به ازای الگوریتم‌های مختلف برای مفصل اول ربات نمایش می‌دهد. **شکل ۷** این نمودار را برای مفصل دوم نمایش می‌دهد.

جدول ۴- مقایسه نتایج پیاده‌سازی الگوریتم‌های مختلف بر روی تابع هزینه (۲۸) برای درجه آزادی دوم ربات.

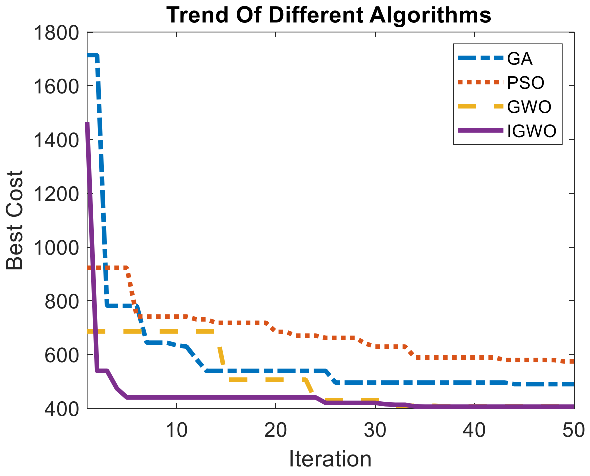
Table 4- Comparison of the results of different algorithms regarding the cost function (28) for the manipulator's second degree of freedom.

الگوریتم	IGWO	GWO	GA	PSO
برازندگی	406.5	407.2	490.2	574.8
زمان صعود	1.29	1.29	1.36	1.30
زمان نشست	2.11	2.10	2.66	3.35
فراجهش	0	0	4.7	7
خطای حالت دایم	0.001	0	0	0.001
متوسط سیگنال کنترلی	8.1	8.4	7.4	8.7



شکل ۶- عملکرد الگوریتم‌های بهینه‌سازی مختلف در کمینه‌سازی تابع هزینه (۲۸) مفصل اول ربات.

Figure 6- Performance of various optimization algorithms in minimizing (28) regarding the first robot joint.

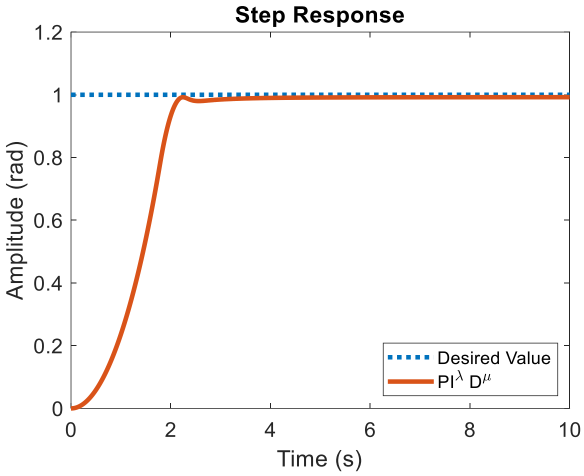


شکل ۷- عملکرد الگوریتم‌های بهینه‌سازی مختلف در کمینه‌سازی تابع هزینه (۲۸) مفصل دوم ربات.

Figure 7- Performance of various optimization algorithms in minimizing (28) regarding the second robot joint.

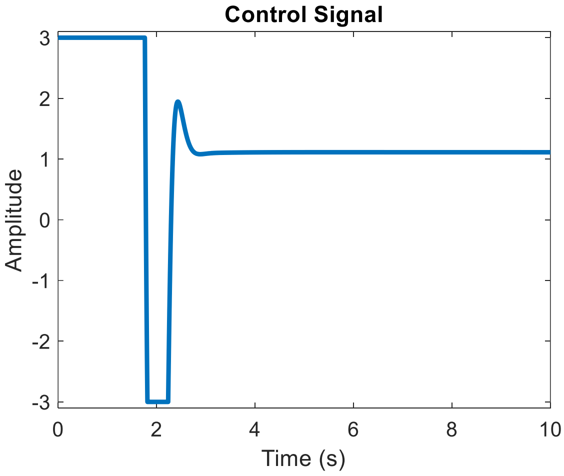
با توجه به این شکل‌ها، عملکرد الگوریتم گرگ خاکستری بهبودیافته ازنظر سرعت یافتن کمینه تابع هزینه و مقدار آن بهتر از بقیه الگوریتم‌ها بوده است. براساس این نتایج، در ادامه مقادیر حاصل از بهینه‌سازی به روش *IGWO* برای کنترل‌کننده درنظر گرفته می‌شوند.

پاسخ پله حاصل از پیاده‌سازی کنترل‌کننده مرتبه کسری بر روی درجه آزادی اول ربات با استفاده از ضرایب بهینه‌سازی‌شده با استفاده از الگوریتم *IGWO*، در **شکل ۸** نمایش داده شده است. سیگنال کنترلی اعمال‌شده به سیستم در **شکل ۹** نشان داده شده است. با توجه به این‌که در عمل سیگنال کنترلی اعمالی به مفصل ربات دارای محدودیت می‌باشد، به‌منظور مدل‌سازی صحیح سیستم، سیگنال کنترلی در بازه $[-3, 3]$ محدود شده است. شکل‌ها نشان‌گر عملکرد مطلوب کنترل‌کننده مورد استفاده هستند.



شکل ۸- پاسخ پله سیستم حلقه بسته برای مفصل اول ربات به ازای ضرایب بهینه IGWO.

Figure 8- Closed loop system response for the first joint of the robot based on the optimal IGWO coefficients.

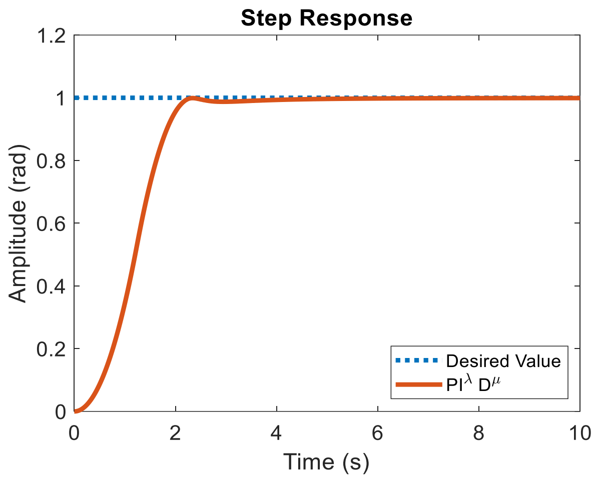


شکل ۹- سیگنال کنترلی اعمال‌شده بر مفصل اول ربات به ازای ضرایب بهینه IGWO.

Figure 9- The control signal applied to the first joint of the robot based on the IGWO optimal coefficients.

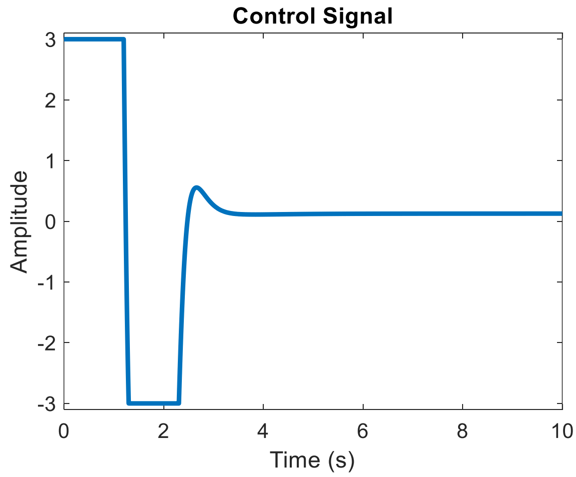
به‌صورت مشابه، پاسخ پله حاصل از پیاده‌سازی کنترل‌کننده مرتبه کسری بهینه‌سازی‌شده بر روی درجه آزادی دوم ربات مورد بررسی قرار می‌گیرد. پاسخ پله مربوط به مفصل دوم در **شکل ۱۰** و سیگنال کنترلی مرتبط با آن در **شکل ۱۱** نشان داده شده‌اند. این شکل‌ها نتایج قبلی در عملکرد مطلوب کنترل‌کننده را تایید می‌نمایند.

نیکدل / تصمیم‌گیری و تحقیق در عملیات، دوره ۸، شماره ۲، تابستان ۱۴۰۲، صفحه: ۲۶۴-۲۴۶



شکل ۱۰- پاسخ پله سیستم حلقه بسته برای مفصل دوم ربات به ازای ضرایب بهینه IGWO.

Figure 10- Closed loop system response for the second joint of the robot based on the optimal IGWO coefficients.



شکل ۱۱- سیگنال کنترلی اعمال‌شده بر مفصل دوم ربات به ازای ضرایب بهینه IGWO.

Figure 11- The control signal applied to the second joint of the robot based on the IGWO optimal coefficients.

به‌منظور بررسی تاثیر استفاده از عملگرهای مرتبه کسری انتگرال و مشتق، پاسخ پله درجه آزادی اول و دوم بازوی ربات، به ازای کنترل‌کننده‌های $PI^\lambda D^\mu$ و PID با همان ضرایب بهینه‌سازی شده، به ترتیب در **شکل ۱۲** و **شکل ۱۳** نمایش داده شده‌اند. با توجه به شکل‌ها، تفاوت عملکرد این دو کنترل‌کننده در تعقیب ورودی مرجع هر دو بازو مشهود است و استفاده از عملگر مرتبه کسری تاثیر قابل‌توجهی در بهبود پاسخ سیستم حلقه بسته داشته است.

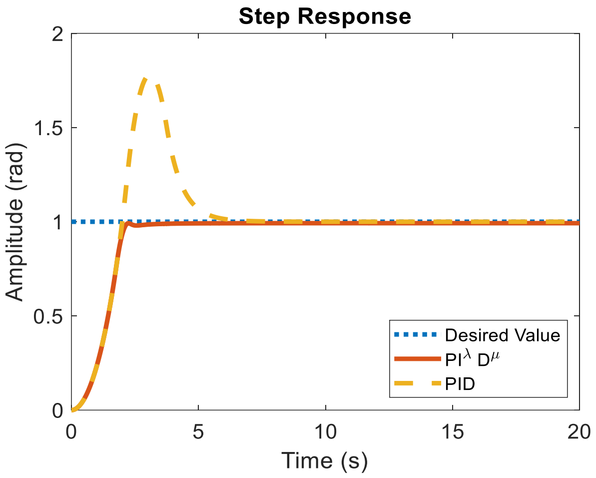
جهت بررسی دقیق‌تر عملکرد الگوریتم بهینه‌سازی پیشنهادی از دو تابع هزینه دیگر نیز بهره گرفته می‌شود. ابتدا تابع هزینه[1] مورداستفاده قرار می‌گیرد. این تابع به‌صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$Cost_2 = k_1 \int_0^{t_f} |e(\tau)| d\tau. \qquad (۲۹)$$

که در آن $e(\tau)$ خطای تعقیب مسیر و k_1 ضریب وزنی می‌باشد. به‌منظور بهینه‌سازی تابع هزینه موردنظر جمعیت اولیه ۱۶ و حداکثر تعداد تکرار ۵۰ برای هر چهار الگوریتم درنظر گرفته شده است. **جدول ۵** و **جدول ٦** نتایج حاصل از بهینه‌سازی به ازای الگوریتم‌های مختلف را برای دو مفصل ربات نمایش می‌دهند. **شکل ١٤** و **شکل ۱۵** به ترتیب نشان‌دهنده عملکرد الگوریتم‌ها در بهینه‌سازی تابع

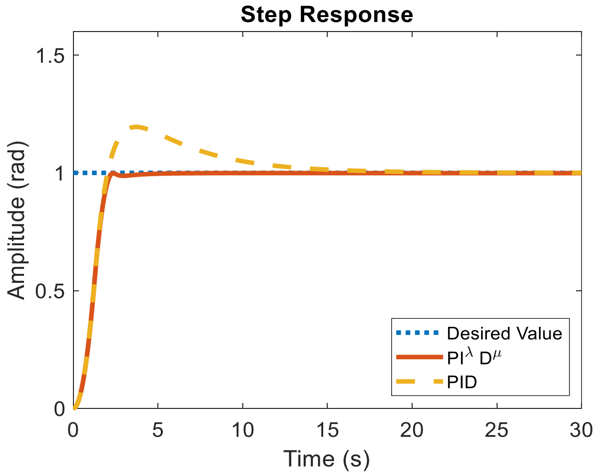
[1] Integral of Absolute Error (IAE)

IAE، برای مفصل اول و دوم ربات هستند. با توجه به این جدول‌ها و شکل‌ها الگوریتم پیشنهادی *IGWO* عملکرد بهتری در مقایسه با سایر روش‌ها داشته است.



شکل ۱۲- پاسخ پله به ازای کنترل‌کننده با عملگرهای مرتبه صحیح و کسری برای مفصل اول به ازای ضرایب بهینه IGWO.

Figure 12- Step response regarding the fractional-order and integer-order controllers for the first joint using the IGWO optimized coefficients.



شکل ۱۳- پاسخ پله به ازای کنترل‌کننده با عملگرهای مرتبه صحیح و کسری برای مفصل دوم به ازای ضرایب بهینه IGWO.

Figure 13- Step response regarding the fractional-order and integer-order controllers for the second joint using the IGWO-optimized coefficients.

جدول ۵- مقایسه نتایج پیاده‌سازی الگوریتم‌های مختلف بر روی تابع هزینه (۲۹) برای درجه آزادی اول ربات.

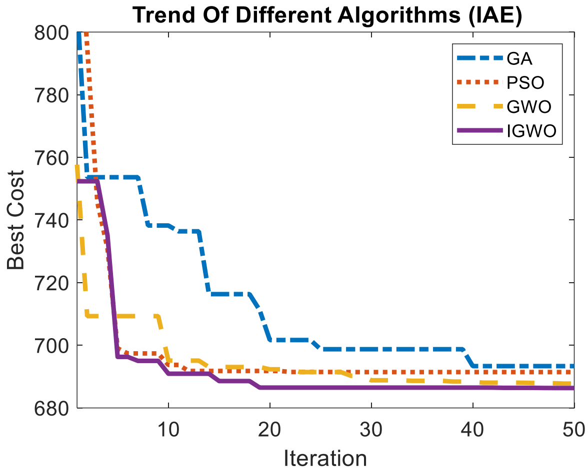
Table 5- Comparison of the results of different algorithms regarding the cost function (29) for the manipulator's first degree of freedom.

الگوریتم	IGWO	GWO	GA	PSO
مقادیر عددی	686.4	687.8	693.4	691.5

جدول ۶- مقایسه نتایج پیاده‌سازی الگوریتم‌های مختلف بر روی تابع هزینه (۲۹) برای درجه آزادی دوم ربات.

Table 6- Comparison of the results of different algorithms regarding the cost function (29) for the manipulator's second degree of freedom.

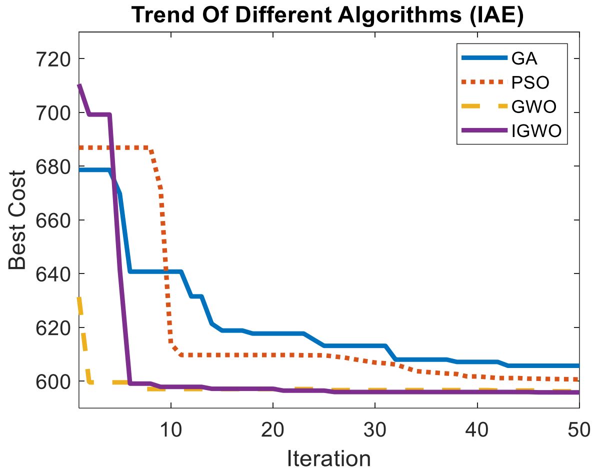
الگوریتم	IGWO	GWO	GA	PSO
مقادیر عددی	595.9	596.3	605.8	600.7



شکل ۱۴- عملکرد الگوریتم‌های بهینه‌سازی مختلف در کمینه‌سازی تابع هزینه (۲۹) مفصل اول ربات.

Figure 14- Performance of various optimization algorithms in minimizing (28) regarding the first robot joint.

با استفاده از ضرایب به‌دست‌آمده از الگوریتم *IGWO* در این مرحله، پاسخ سیستم به ورودی سینوسی مورد بررسی قرار می‌گیرد. به این منظور ورودی سینوسی $1.5\times sin(\frac{t}{4})$ رادیان درنظر گرفته شده است. پاسخ به ورودی سینوسی برای مفصل اول ربات، در **شکل ۱۶** نمایش داده شده است. **شکل ۱۷** سیگنال کنترلی مرتبط با آن را نمایش می‌دهد. عملکرد مفصل دوم در مقابل سیگنال مرجع سینوسی و سیگنال کنترلی مرتبط با آن به ترتیب در **شکل ۱۸** و **شکل ۱۹** نشان داده شده‌اند. همان‌طور که در شکل‌ها مشخص است، با استفاده از کنترل‌کننده بهینه‌سازی‌شده، سیستم حلقه بسته قادر است ورودی مطلوب را به‌خوبی تعقیب نماید.



شکل ۱۵- عملکرد الگوریتم‌های بهینه‌سازی مختلف در کمینه‌سازی تابع هزینه (۲۹) مفصل دوم ربات.

Figure 15- Performance of various optimization algorithms in minimizing (28) regarding the second robot joint.

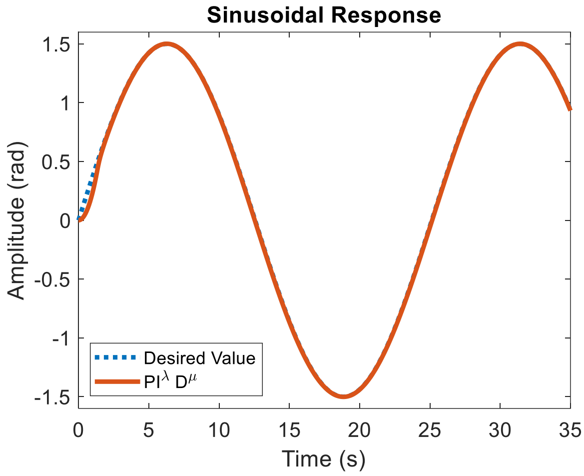
درنهایت تابع هزینه‌ای با **رابطه (۳۰)** برای سیستم درنظر گرفته شده است. این تابع هزینه ترکیب وزن‌دار توابع *ITSE*[1] و *ISCO*[2] است.

$$Cost_3 = k_1\int_0^{t_f} t.e^2(\tau)d\tau + k_2\int_0^{t_f} u^2(\tau)d\tau. \qquad (۳۰)$$

که در آن $e(\tau)$ و $u(\tau)$، خطای تعقیب مسیر و سیگنال کنترلی هستند. k_1 و k_2 ضرایب وزنی می‌باشند. **جدول ۷** و **جدول ۸** نتایج حاصل از بهینه‌سازی **تابع هزینه (۳۰)** را به ازای چهار الگوریتم مختلف نشان می‌دهند. با توجه به نتایج، باوجود عملکرد مطلوب هر چهار الگوریتم، روش *IGWO* قادر است مقدار کمینه تابع هزینه را به‌دست آورد.

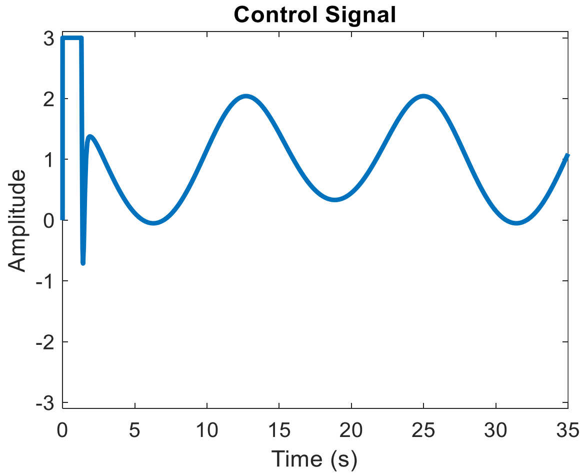
[1] Integral of time multiplied squared error

[2] Integral of squared control output



شکل ۱۶- پاسخ سیستم حلقه بسته به ورودی سینوسی برای مفصل اول ربات به ازای ضرایب بهینه IGWO.

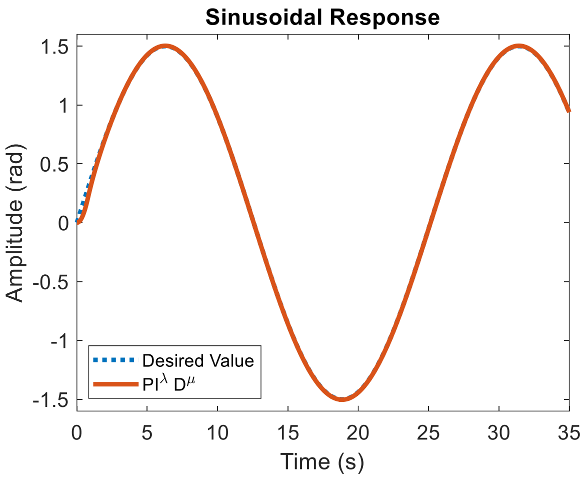
Figure 16- The sinusoidal response of the first joint based on the IGWO optimized coefficients.



شکل ۱۷- سیگنال کنترلی اعمال‌شده بر مفصل اول ربات در حضور ورودی مرجع سینوسی به ازای ضرایب بهینه IGWO.

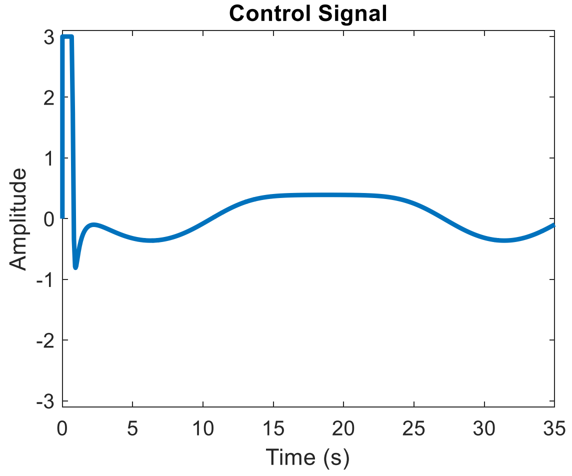
Figure 17- The control signal applied to the first joint of the robot regarding the sinusoidal desired signal based on the IGWO optimal coefficients.

هدف از به‌کارگیری عملگرهای مرتبه کسری در ساختار کنترل‌کننده $PI^{\lambda}D^{\mu}$، بهبود پاسخ سیستم حلقه بسته سیستم است. این موضوع پیش‌ازاین در **شکل ۱۲** و **شکل ۱۳** مورد بررسی قرار گرفت. جهت تحلیل بیشتر، ضرایب حاصل از اعمال الگوریتم *IGWO* با درنظر گرفتن **تابع هزینه (۳۰)** در ساختار کنترل‌کننده $PI^{\lambda}D^{\mu}$ و PID با یکدیگر مقایسه می‌شوند. **شکل ۲۰** و **شکل ۲۱** پاسخ پله مفاصل اول و دوم را به ازای این ضرایب نمایش می‌دهند. این شکل‌ها به‌خوبی نقش عملگرهای مرتبه کسری را در بهبود عملکرد سیستم نمایش می‌دهند. استفاده از عمل‌گر مرتبه کسری در بهبود پاسخ ربات در عملیات صنعتی تاثیر بسزایی دارد. وجود خطا و فراجهش مشاهده‌شده در پاسخ سیستم با کنترل‌کننده مرتبه صحیح ممکن است سبب ایجاد لطماتی در محیط کار صنعتی شود و حتی برای کاربر دستگاه ایجاد مشکل نماید. این مشکلات توسط کنترل‌کننده مرتبه کسری برطرف شده‌اند.



شکل ۱۸- پاسخ سیستم حلقه بسته به ورودی سینوسی برای مفصل دوم ربات به ازای ضرایب بهینه IGWO.

Figure 18- The sinusoidal response of the second joint based on the IGWO-optimized coefficients.



شکل ۱۹- سیگنال کنترلی اعمال‌شده بر مفصل دوم ربات در حضور ورودی مرجع سینوسی به ازای ضرایب بهینه IGWO.

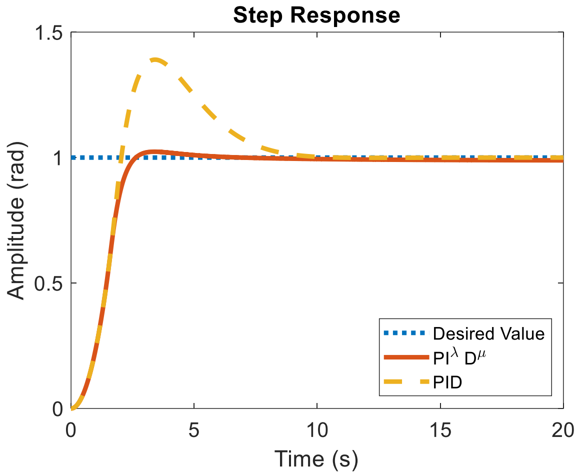
Figure 19- The control signal applied to the second joint of the robot regarding the sinusoidal desired signal based on the IGWO optimal coefficients.

جدول ۷- مقایسه نتایج پیاده‌سازی الگوریتم‌های مختلف بر روی تابع هزینه (۳۰) برای درجه آزادی اول ربات.

Table 7- Comparison of the results of different algorithms regarding the cost function (30) for the manipulator's.

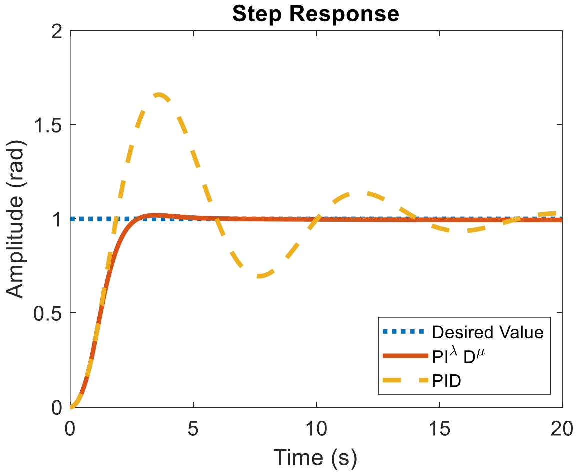
الگوریتم	IGWO	GWO	GA	PSO
مقادیر عددی	471.5	471.9	472.6	472.6

نتایج مقایسه عملکرد الگوریتم پیشنهادی بهبودیافته *IGWO* بر روی سه تابع هزینه مختلف در این بخش نشان‌دهنده کارایی این الگوریتم در مقایسه با الگوریتم‌های مورد بررسی دیگر است. از سوی دیگر استفاده از کنترل‌کننده تناسبی-انتگرالی-مشتقی مرتبه کسری و بهینه‌سازی شده سبب می‌شود که سیستم کنترل‌شده به‌خوبی ورودی‌های مختلف پله و سینوسی را تعقیب نماید. هم‌چنین نتایج موید تاثیر استفاده از عملگرهای مرتبه کسری در بهبود پاسخ سیستم هستند.



شکل ۲۰- پاسخ سیستم حلقه بسته به ورودی پله به ازای کنترل‌کننده با عملگرهای مرتبه صحیح و مرتبه کسری برای مفصل اول ربات با ضرایب بهینه IGWO.

Figure 20- Step response regarding the fractional-order and integer-order controllers for the first joint using the IGWO optimized coefficients.



شکل ۲۱- پاسخ سیستم حلقه بسته به ورودی پله به ازای کنترل‌کننده با عملگرهای مرتبه صحیح و مرتبه کسری برای مفصل دوم ربات با ضرایب بهینه IGWO.

Figure 21- Step response regarding the fractional-order and integer-order controllers for the second joint using the IGWO optimized coefficients.

۶- نتیجه‌گیری

با توجه به متداول بودن استفاده از بازوهای رباتیک در عملیات صنعتی، ارایه کنترل‌کننده‌ای کارآمد برای آن‌ها سبب افزایش بهره‌وری این سیستم‌ها خواهد بود. ساختار ساده و به دور از پیچیدگی کنترل‌کننده‌های تناسبی-انتگرالی-مشتقی از یک سو و قدرت عملگرهای مرتبه کسری از سوی دیگر سبب شده است که کنترل‌کننده تناسبی-انتگرالی-مشتقی مرتبه کسری در این مقاله مورداستفاده قرار گیرد؛ لذا هدف اول این مقاله طراحی یک کنترل‌کننده بهینه مرتبه کسری برای بازوی ربات دو درجه آزادی است. به این منظور، در مرحله نخست، معادله دینامیکی سیستم رباتیک براساس معادلات لاگرانژ ارایه شدند. جهت پیاده‌سازی کنترل‌کننده لازم است ضرایب تناسبی، انتگرالی، مشتقی و مرتبه انتگرال و مرتبه مشتق تعیین گردند. برای مشخص نمودن مقادیر این پارامترها از بهینه‌سازی هوشمند استفاده شده است. به این منظور، به‌عنوان هدف دوم، یک الگوریتم فرا ابتکاری بهبودیافته با الهام از الگوریتم گرگ خاکستری ارایه شده است. در مرحله بعدی به‌منظور بررسی عملکرد الگوریتم پیشنهادی و نیز کنترل‌کننده مرتبه کسری مورداستفاده، سه تابع هزینه مختلف بر مبنای مشخصات پاسخ پله، *IAE* و *ITSE-ISCO* درنظر گرفته شده‌اند و ضرایب کنترلی و مرتبه‌های کسری براساس بهینه‌سازی این توابع هزینه حاصل شده‌اند. عملکرد الگوریتم بهبودیافته پیشنهادی *IGWO* با عملکرد الگوریتم ژنتیک، الگوریتم پرندگان و الگوریتم گرگ خاکستری مقایسه شد و نتایج نشان‌دهنده کارایی روش پیشنهادی هستند؛ لذا از مقادیر حاصل‌شده توسط این الگوریتم برای تنظیم کنترل‌کننده استفاده شده است. جهت بررسی نتایج، ابتدا سیگنال پله به‌عنوان ورودی مرجع درنظر گرفته شده و کنترل‌کننده قادر بوده به‌خوبی ورودی مرجع را تعقیب

نماید. جهت بررسی کامل‌تر عملکرد سیستم کنترل‌شده، در مراحل بعدی از ورودی سینوسی به‌عنوان مرجع استفاده شده است و براساس نتایج، سیستم حلقه بسته به‌خوبی این ورودی مرجع را تعقیب نموده است. درنهایت، به‌منظور بررسی تاثیر استفاده از عملگرهای مشتقی و انتگرالی مرتبه کسری، پاسخ پله حاصل از اعمال کنترل‌کننده تناسبی-انتگرالی-مشتقی مرتبه صحیح با مشابه مرتبه کسری آن، مقایسه شده است. نتایج نشان‌دهنده تاثیر بسزای استفاده از عملگرهای مرتبه کسری در ساختار کنترل‌کننده است. با توجه به ساختار ساده، نتایج به‌دست‌آمده و تحلیل‌های انجام‌گرفته، کنترل‌کننده‌های تناسبی-انتگرالی-مشتقی مرتبه کسری می‌توانند گزینه مناسبی برای کنترل سیستم‌های رباتیک صنعتی باشند.

تعارض با منافع

تعارض با منافع، گزاره‌ای است که نویسندگان اعلام می‌دارند که هیچ تضادی در منافع درمورد انتشار این نسخه وجود ندارد، همه نویسندگان، نسخه نهایی ارسال‌شده را مشاهده و تایید کرده‌اند. نویسندگان تضمین می‌کنند که مقاله، اثر اصلی آن‌ها بوده، قبلا چاپ نشده و در حال حاضر تحت انتشار نمی‌باشد.

منابع

[1] Giusti, A., Malzahn, J., Tsagarakis, N. G., & Althoff, M. (2018). On the combined inverse-dynamics/passivity-based control of elastic-joint robots. *IEEE transactions on robotics*, *34*(6), 1461–1471.

[2] Kali, Y., Saad, M., & Benjelloun, K. (2018). Optimal super-twisting algorithm with time delay estimation for robot manipulators based on feedback linearization. *Robotics and autonomous systems*, *108*, 87–99.

[3] Arteaga-Pérez, M. A., Ortiz-Espinoza, A., Romero, J. G., & Espinosa-Pérez, G. (2020). On the adaptive control of robot manipulators with velocity observers. *International journal of robust and nonlinear control*, *30*(11), 4371–4396.

[4] Peng, J., Ding, S., Yang, Z., & Xin, J. (2020). Adaptive neural impedance control for electrically driven robotic systems based on a neuro-adaptive observer. *Nonlinear dynamics*, *100*, 1359–1378.

[5] Tong, M., Lin, W., Huo, X., Jin, Z., & Miao, C. (2020). A model-free fuzzy adaptive trajectory tracking control algorithm based on dynamic surface control. *International journal of advanced robotic systems*, *17*(1), 1729881419894417. https://doi.org/10.1177/1729881419894417

[6] Pradhan, R., Majhi, S. K., Pradhan, J. K., & Pati, B. B. (2020). Optimal fractional order PID controller design using Ant Lion Optimizer. *Ain shams engineering journal*, *11*(2), 281–291.

[7] Hekimouglu, B. (2019). Optimal tuning of fractional order PID controller for DC motor speed control via chaotic atom search optimization algorithm. *IEEE access*, *7*, 38100–38114.

[8] Abdulkhader, H. K., Jacob, J., & Mathew, A. T. (2019). Robust type-2 fuzzy fractional order PID controller for dynamic stability enhancement of power system having RES based microgrid penetration. *International journal of electrical power & energy systems*, *110*, 357–371.

[9] Jumani, T. A., Mustafa, M. W., Hussain, Z., Rasid, M. M., Saeed, M. S., Memon, M. M., & Nisar, K. S. (2020). Jaya optimization algorithm for transient response and stability enhancement of a fractional-order PID based automatic voltage regulator system. *Alexandria engineering journal*, *59*(4), 2429–2440.

[10] Asgharnia, A., Jamali, A., Shahnazi, R., & Maheri, A. (2020). Load mitigation of a class of 5-MW wind turbine with RBF neural network based fractional-order PID controller. *ISA transactions*, *96*, 272–286.

[11] Shah, P., Agashe, S., & Kulkarni, A. J. (2018). Design of a fractional PI λ D μ controller using the cohort intelligence method. *Frontiers of information technology & electronic engineering*, *19*, 437–445.

[12] Zaheeruddin, Z., & Singh, K. (2022). Intelligent fractional-order-based centralized frequency controller for microgrid. *IETE journal of research*, *68*(4), 2848–2862.

[13] Aghababa, M. P. (2014). A Lyapunov-based control scheme for robust stabilization of fractional chaotic systems. *Nonlinear dynamics*, *78*(3), 2129–2140.

[14] Badamchizadeh, M. A., Hassanzadeh, I., & Abedinpour Fallah, M. (2010). Extended and unscented kalman filtering applied to a flexible-joint robot with jerk estimation. *Discrete dynamics in nature and society*, *2010*. DOI:10.1155/2010/482972

[15] Spong, M. (2006). *Robot modeling and control*. John Wiley & Sons.

[16] Mendes, E. M. A. M., Salgado, G. H. O., & Aguirre, L. A. (2019). Numerical solution of Caputo fractional differential equations with infinity memory effect at initial condition. *Communications in nonlinear science and numerical simulation*, *69*, 237–247.

[17] Dai, Y., Wei, Y., Hu, Y., & Wang, Y. (2016). Modulating function-based identification for fractional order systems. *Neurocomputing*, *173*, 1959–1966.

[18] Podlubny, I. (1998). *Fractional differential equations: an introduction to fractional derivatives, fractional differential equations, to methods of their solution and some of their applications*. Elsevier.

[19] Aghababa, M. P. (2016). Optimal design of fractional-order PID controller for five bar linkage robot using a new particle swarm optimization algorithm. *Soft computing*, *20*(10), 4055–4067.

[20] Delavari, H., Ghaderi, R., Ranjbar, A., & Momani, S. (2012). Reply to "comments on 'fuzzy fractional order sliding mode controller for nonlinear systems, commun nonlinear sci numer simulat 15 (2010) 963--978.'" *Communications in nonlinear science and numerical simulation*, *17*(10), 4010–4014.

[21] Aguila-Camacho, N., Duarte-Mermoud, M. A., & Gallegos, J. A. (2014). Lyapunov functions for fractional order systems. *Communications in nonlinear science and numerical simulation*, *19*(9), 2951–2957.

[22] Mirjalili, S., Mirjalili, S. M., & Lewis, A. (2014). Grey wolf optimizer. *Advances in engineering software*, *69*, 46–61.

[23] Ghahremani Nahr, J., & Bathaee, M. (2021). Design of a humanitarian logistics network considering the purchase contract. *Journal of decisions and operations research*, *6*(3), 423–444.

[24] Singh, N., & Singh, S. B. (2017). A novel hybrid GWO-SCA approach for optimization problems. *Engineering science and technology, an international journal*, *20*(6), 1586–1601.

[25] Rabbani, M., Tohidi Fard, M., Partovi, M., & Farrokhi-Asl, H. (2018). Solving a multi-depot vehicle routing problem with time windows and fuzzy demands using metaheuristic algorithms in home health care services. *Journal of decisions and operations research*, *3*(2), 114–127.

نیکدل / تصمیم‌گیری و تحقیق در عملیات، دوره ۸، شماره ۲، تابستان ۱۴۰۲، صفحه: ۲۶۴-۲۴۶