



Paper Type: Original Article



Modeling and Solving the Multi-Objective Robust Facilities Layout under Uncertainty with Multi-Objective Meta-Heuristic Algorithms

Amin Ghaseminejad¹, Mohammad Fallah², Hamed Kazemipoor^{2,*} 

¹ Department of Industrial Engineering, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran; ghaseminejad@live.com.

² Department of Industrial Engineering, Central Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran; mohammadfallah43@yahoo.com; hkazemipoor@yahoo.com.

Citation:



Ghaseminejad, A., Fallah, M., & Kazemipoor, H. (2023). Modeling and solving the multi-objective robust facilities layout under uncertainty with multi-objective meta-heuristic algorithms. *Journal of decisions and operations research*, 8(1), 196-223.

Received: 13/06/2021

Reviewed: 16/07/2021

Revised: 22/09/2021

Accepted: 12/11/2021

Abstract

Purpose: The present paper deals with modeling and solving a multi-objective problem of robust facility layout problem under uncertainty with NSGA-II, MOPSO and MOGWO algorithms. Since the problem of facility layout is NP-Hard, the need to use meta-algorithms by providing a suitable chromosome to achieve near-optimal solutions has been investigated in this article. The issue under consideration in this article includes several departments that are based on 5 different aspects (minimizing the flow time between departments, maximizing the number of equipment and facilities, minimizing the distance traveled to access firefighting equipment, minimizing the distance to access optimal climatic conditions and maximization of noisy departments from each other) should be arranged in different parts of the hall. In order to achieve the above objective functions at the same time, assigning departments to each section, equipping each section with different equipments and arranging the departments together are among the main objectives of the article.

Methodology: In this paper, GA, PSO and GWO single-objective meta-heuristic algorithms and NSGA-II, MOPSO and MOGWO multi-objective meta-heuristic algorithms have been used to solve the problem.

Findings: Computational results show that GA, PSO and GWO single-objective algorithms have high efficiency in achieving the optimal value of the objective function in a much shorter time, and their multi-objective methods show the high efficiency of the NSGA-II algorithm in achieving the average value of the objective function. First, second and fifth; the MOPSO algorithm has the highest expansion and metric distance in achieving the average number of efficient answers and computational time, and finally the MOGWO algorithm in obtaining the average value of the third and fourth objective functions. Statistical comparisons also showed a significant difference between the means of computational time. To evaluate and rank the algorithms, the TOPSIS method is used and the results show the high efficiency of the MOGWO algorithm in solving the model.

Originality/Value: In this paper, a new model of the multi-objective robust facility layout problem under uncertainty conditions is modeled with respect to health and environmental safety aspects.

Keywords: Multi-objective meta-heuristic algorithms, Robust facility layout, Fuzzy planning, Safety and environmental health.

Corresponding Author: hkazemipoor@yahoo.com

 <http://dorl.net/dor/20.1001.1.25385097.1402.8.5.11.1>



Licensee. **Journal of Decisions and Operations Research**. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0>).



مدل‌سازی و حل مساله چندهدفه چیدمان استوار تسهیلات در شرایط عدم قطعیت با الگوریتم‌های فراابتکاری چندهدفه

امین قاسمی نژاد^۱، محمد فلاح^۲، حامد کاظمی پور^{۳*}

^۱گروه مهندسی صنایع، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.
^۲گروه مهندسی صنایع، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.

چکیده

هدف: مقاله حاضر به مدل‌سازی و حل یک مساله چندهدفه چیدمان استوار تسهیلات در شرایط عدم قطعیت با الگوریتم‌های *NSGA-II*، *MOPSO* و *MOGWO* پرداخته است. از آنجایی که مساله چیدمان تسهیلات از نوع *NP-Hard* می‌باشد؛ لذا لزوم به‌کارگیری الگوریتم‌های فرا ابتکاری با ارایه یک کروموزوم مناسب جهت دستیابی به جواب‌های نزدیک به بهینه در این مقاله مورد بررسی قرار گرفته است. مساله مورد بررسی در این مقاله شامل چندین پارتمان می‌باشد که براساس ۵ جنبه مختلف (کمینه‌سازی زمان انتقال جریان بین پارتمان‌ها، بیشینه‌سازی تعداد تجهیزات و امکانات، کمینه‌سازی مسافت طی شده برای دسترسی به تجهیزات اطفاء حریق، کمینه‌سازی مسافت دسترسی به شرایط اقلیمی مطلوب و بیشینه‌سازی پارتمان‌های پرسروصدا از یکدیگر) بایستی در بخش‌های مختلف سالن چیدمان شوند. جهت دستیابی هم‌زمان به توابع هدف فوق، تخصیص پارتمان‌ها به هر بخش، تجهیز هر بخش با تجهیزات مختلف و چیدمان پارتمان‌ها در کنار یکدیگر جزو اصلی‌ترین هدف‌های مقاله می‌باشد.

روش‌شناسی پژوهش: در این مقاله برای حل مساله از الگوریتم‌های فرا ابتکاری تک هدفه *GA*، *PSO* و *GWO* و الگوریتم‌های فرا ابتکاری چندهدفه *NSGA-II*، *MOPSO* و *MOGWO* استفاده شده است.

یافته‌ها: نتایج محاسباتی نشان می‌دهد که الگوریتم‌های تک هدفه *GA*، *PSO* و *GWO* از کارایی بالایی در دستیابی به مقدار بهینه تابع هدف در زمان بسیار کوتاه‌تر برخوردارند و روش‌های چندهدفه آن‌ها نشان از کارایی بالای الگوریتم *NSGA-II* در دستیابی به مقدار میانگین تابع هدف اول، دوم و پنجم؛ الگوریتم *MOPSO* در دستیابی به میانگین تعداد جواب کارا و زمان محاسباتی و در نهایت الگوریتم *MOGWO* در کسب مقدار میانگین تابع هدف سوم، چهارم، بیش‌ترین گسترش و فاصله متریک دارد. هم‌چنین مقایسات آماری نشان از وجود اختلاف معنادار بین میانگین‌های زمان محاسباتی را داشته است. برای ارزیابی و رتبه‌بندی الگوریتم‌ها از روش تاپسیس استفاده و نتایج نشان از کارایی بالای الگوریتم *MOGWO* در حل مدل دارد.

اصالت/ارزش افزوده علمی: در این مقاله مدل نوینی از مساله چندهدفه چیدمان استوار تحت شرایط عدم قطعیت با توجه به جنبه‌های ایمنی بهداشت و زیست‌محیطی مدل‌سازی شده است.

کلیدواژه‌ها: الگوریتم‌های فرا ابتکاری چندهدفه، چیدمان استوار تسهیلات، برنامه‌ریزی فازی، ایمنی و بهداشت زیست‌محیطی.

۱- مقدمه

تعیین مکان استقرار هریک از تسهیلات، اغلب به‌عنوان مساله چیدمان تسهیلات شناخته شده است. تسهیل می‌تواند یک واحد تولیدی، ساختمان اداری و یا ماشین‌های درون کارخانه باشد. انتخاب محل مناسب برای تسهیلات تاثیر قابل‌توجهی بر هزینه‌های تولید، کار در جریان، زمان تولید و بهره‌وری سیستم‌های تولیدی دارد. ۲۰٪ تا ۵۰٪ کل هزینه‌های تولید درون یک کارخانه تولیدی مربوط به هزینه‌های





حمل و نقل می‌باشد [1]. این امر سبب می‌شود که در صورت عدم بهینه بودن چیدمان تسهیلات مختلف مبالغ هنگفتی صرف حمل و نقل مواد و در نتیجه افزایش هزینه‌های سیستم گردد [2]؛ بنابراین توسعه مدل‌های ریاضی و الگوریتم‌های بهینه‌سازی برای مساله چیدمان تسهیلات همواره مورد توجه پژوهشگران بوده است. مساله چیدمان تسهیلات اغلب به شکل مساله تخصیص‌نمایی مدل می‌شود که در آن هدف قرار دادن تسهیلات با اندازه‌های برابر در موقعیت‌های از پیش تعریف شده است.

در نظر گرفتن اندازه تسهیلات می‌تواند مساله را از مسایل دنیای واقعی دور کند [3]. مساله چیدمان تسهیلات با مساحت‌های نابرابر، مربوط به تعیین آرایش تعدادی دپارتمان با مساحت‌های متفاوت در فضای مشخص می‌باشد، به طوری که تحت تعدادی محدودیت، تابع هدف خاصی بهینه شود. این تابع هدف می‌تواند بسته به هدف اصلی مجموعه کمینه‌سازی هزینه، مسافت، زمان و یا بیشینه‌سازی ارتباطات مطلوب بین دپارتمان‌ها باشد [4]. طرح چیدمان انتخاب‌شده برای یک واحد، روابط بین فعالیت‌هایی که همراه با انتقال مواد/خدمات هستند را مشخص می‌کند [5]؛ لذا چیدمان تسهیلات و فعالیت‌های مربوط به جابه‌جایی مواد کاملاً باهم در ارتباط هستند و مستقیماً بر یکدیگر اثر مستقیم دارند. در این میان آنچه حایز اهمیت است، روابط بین تسهیلات و یا دپارتمان‌های یک واحد تولیدی می‌باشد که بایستی دوری و یا نزدیکی بودن به یکدیگر در نظر گرفته شود [6]. چنانچه دو تسهیل و یا دپارتمان بیش تر ارتباط نزدیکی با یکدیگر داشته باشند، معقول است جهت کاهش هزینه‌های انتقال مواد/خدمات این دو تسهیل در کنار یکدیگر قرار گیرند [7]. یک طرح چیدمان مناسب می‌تواند هزینه‌های کل جابه‌جایی مواد و فواصل بین محل‌های قرار گرفتن تسهیلاتی را که باهم مواد/خدمات مبادله می‌کنند و نیز چرخه زمان تولید را حداقل سازد؛ بنابراین برای ایجاد یک طرح چیدمان جدید، در نظر گرفتن جابه‌جایی مواد امری کاملاً اجتناب‌ناپذیر است [8]. طرح چیدمان مناسب را صرفاً ناپیستی بر اساس معیارهای هزینه و یا کاهش مسافت در نظر گرفت. در بیش تر مسایل چیدمان دوری و نزدیکی دپارتمان‌ها و تسهیلات از یکدیگر، در نظر گرفتن دسترسی دپارتمان‌ها به تجهیزات اطفاء حریق، در نظرگیری روشنایی مطلوب برای تسهیلات و ... نیز بایستی در نظر گرفته شود [9]؛ زیرا نیروی انسانی به‌عنوان مهم‌ترین عامل بهره‌وری بایستی در شرایط مطلوب در واحد تولیدی/خدماتی مشغول به کار باشد. لذا در نظر گرفتن مسایل ایمنی بهداشت و زیست‌محیطی در کنار در نظر گرفتن فاکتورهای هزینه و زمان بایستی در طرح جدید چیدمان تسهیلات در نظر گرفته شود [10].

با توجه به اهمیت نیروی انسانی در کلیه امور خدماتی، تولیدی و ...، بایستی شرایط ایمنی بهداشت و زیست‌محیطی اعم از شرایط نوری و هوا، دسترسی به تجهیزات اطفاء حریق، دوری از واحدهای پرسروصدا و ... در امر چیدمان تسهیلات در نظر گرفته شود. از این رو مهم است تا طرح چیدمان صرفاً جهت کاهش سفر و یا هزینه تردد نباشد و بر اساس اصول دیگری نیز طرح‌ریزی شود. توجه به این موضوع در بلندمدت منجر به کاهش هزینه‌های دیگری من جمله هزینه‌های مرتبط با ارگونومی برای پرسنل خواهد شد. از این رو در این مقاله با در نظرگیری این موضوع به مدل‌سازی یک مساله چندهدفه چیدمان استوار تسهیلات با در نظر گرفتن عدم قطعیت در پارامترهای هزینه و زمان انتقال پرداخته شده است. از این رو اهداف مهمی که در این مقاله دنبال شده است شامل کمینه‌سازی زمان انتقال غیر قطعی جریان مواد بیان دپارتمان‌ها و جنبه‌های ایمنی و بهداشت زیست‌محیطی نظیر دسترسی نزدیک‌تر به تجهیزات اطفاء حریق، دسترسی به شرایط اقلیمی مناسب (نور کافی، وزش باد مطلوب و ...)، دوری دپارتمان‌های پرسدا از یکدیگر و به‌کارگیری بیش تر تجهیزات و امکانات هر بخش می‌باشد. استقرار تجهیزات و چیدمان دپارتمان‌ها با هزینه‌هایی مواجه است که در این مقاله هزینه جابه‌جایی جریان مواد نیز به صورت غیر قطعی و بودجه‌ای برای چیدمان تسهیلات در نظر گرفته شده است. برای کنترل این دو پارامتر از روش برنامه‌ریزی فازی استفاده شده است. مهم‌ترین بخش مقاله مرتبط با روش حل مساله می‌باشد که در این مقاله بدان پرداخته شده است. با توجه به اثبات *NP-Hard* بودن مساله چیدمان تسهیلات و تخصیص دپارتمان‌ها به هر بخش سالن [10]، برای حل مساله از الگوریتم‌های فرا ابتکاری تک‌هدفه نظیر *GA*، *PSO* و *GWO* و الگوریتم‌های فرا ابتکاری چندهدفه نظیر *NSGA-II*، *MOPSO* و *MOGWO* استفاده شده است. به‌کارگیری این الگوریتم‌ها و طراحی یک کروموزوم مطلوب منجر به نزدیکی هر چه بیش تر مقادیر تابع هدف به مقدار بهینه در زمان مطلوب خواهد بود.

چارچوب اصلی مقاله بدین ترتیب می‌باشد؛ در بخش ۲ به ارایه مرور ادبیات مساله و تعیین شکاف تحقیقاتی مساله پرداخته شده است. در بخش ۳ یک مدل غیر قطعی از مساله چیدمان استوار تسهیلات ارایه و سپس با استفاده از روش برنامه‌ریزی فازی به کنترل پارامترهای غیر قطعی مساله پرداخته شده است. در بخش ۴، کروموزوم مساله چیدمان تسهیلات طراحی و عملگرهای ترکیب و جهش به‌کاررفته در الگوریتم مشخص شده است. در بخش ۵ به تجزیه و تحلیل آزمایش‌ها و بررسی کارایی روش‌های اپسیلون محدودیت و الگوریتم‌های *NSGA-II*، *MOPSO* و *MOGWO* پرداخته شده است. در نهایت در بخش ۶ به نتیجه‌گیری مقاله پرداخته شده است.



در این بخش به بررسی مرور ادبیات تحقیق و بررسی شکاف تحقیقاتی مساله پرداخته شده است. سمرقندی و عشقی [11] یک مساله با چیدمان تک‌ردیفی با تسهیلات دارای اندازه نابرابر را با استفاده از یک الگوریتم جستجوی ممنوع دارای حافظه انطباقی برای روش‌های تنوع و تشدید، برای یافتن راه‌حل‌های موجود در همسایگی راه‌حل خوب و راه‌حل‌هایی که هنوز یافته نشده‌اند، حل کردند. جیانگ و نی [12] یک روش مدل‌سازی را توسعه دادند که به‌واسطه آن چیدمان تسهیلات در کارخانه‌ها و در زمان واقعی، به‌راحتی میسر می‌گشت. این مدل که براساس الگوریتم ژنتیک و با بهره‌گیری از روش تحلیل سلسله مراتبی عمل می‌کند. ژو و سونگ [13] مساله چیدمان تسهیلات را در حالت پویا و با در نظر گرفتن اندازه تسهیلات نابرابر بررسی کردند. آن‌ها هزینه جابه‌جایی بین ماشین‌ها را به شکل پارامترهای فازی لحاظ کردند و تسهیلات را به شکل اشکال دوبعدی تصور کردند. سپس مساله پیشنهادی را با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی اجتماع ذرات بهینه کردند. درنهایت کارایی الگوریتم پیشنهادی با استفاده از یک مطالعه موردی بررسی و اثبات شد. وانگ و همکاران [14] یک روش حل مسایل چیدمان تسهیلات دو ردیفه پویا با ترکیب الگوریتم *AS* و برنامه‌ریزی ریاضی پیشنهاد کردند که درنهایت مشخص شد این روش قابلیت تعیین راه‌حل بهینه برای مسایل با اندازه کوچک و نیز تعیین یک روش واقعی برای مسایل با سایزهای واقعی را دارد. آلتوتاس و ایزلر [15] تحقیقی در یک کارخانه تولید کفش جهت حل مساله چیدمان تسهیلات پویا و با هدف کمینه کردن مجموع مواد حمل شونده و نیز هزینه‌های باز چیدمان با در نظرگیری چند دوره کاری انجام دادند. بدین ترتیب یک الگوریتم مبتنی بر کلونی مورچگان برای حل مساله چیدمان تسهیلات پویا پیشنهاد شد که نهایتاً در مقایسه با آزمایش‌ها و نتایج عددی که حاصل می‌گردید روش پیشنهادی از عملکرد مناسب‌تری برخوردار بود. آژودو و همکاران [16] مساله مکان‌یابی تسهیلات با اندازه‌های نابرابر را به اهداف حداقل رساندن هزینه‌های جابه‌جایی مواد و هزینه‌های بازپرداخت به حداکثر رساندن میزان هم‌افزایی کمینه بودن عدم تعادل بین بخش‌ها و مکان‌ها بررسی و حل کردند. پاس و همکاران [17] دو الگوریتم فرا ابتکاری ژنتیک ترکیبی برای حل مساله چیدمان تسهیلات با اندازه‌های نابرابر ارائه دادند. الگوریتم‌های پیشنهادی با روش‌های موجود در ادبیات مقایسه شد و نتایج محاسباتی نشان داد که الگوریتم ژنتیک ترکیبی به جواب‌های باکیفیت‌تر در زمان کم‌تر دست پیدا می‌کند. لیو و همکاران [18] مدلی از مساله چیدمان تسهیلات یک فضای نابرابر پویا ارائه دادند. در این راستا یک الگوریتم نمونه‌برداری ابتکاری و چند استراتژی ابتکاری را برای حل این مساله ترکیب کردند. برای جلوگیری از هم‌پوشانی تسهیلات و کاهش فضای خالی در بین تسهیلات، استراتژی فشاری اعمال گردید. آن‌ها الگوریتم پیشنهادی را در چهار گروه موردی آزمایش کردند. نتایج محاسباتی نشان داد که الگوریتم پیشنهادی در حل *DFLP* منطقه نابرابر موثر است. توران اوغلو و آکایا [19] بررسی مساله چیدمان تسهیلات پویا که یک مساله *NP-Hard* است، پرداختند و در این راستا، استفاده از بهینه‌سازی تغذیه باکتری (*BFO*) برای *DFLP* را معرفی کردند که در آن الگوریتم ترکیبی جدیدی برای حل *DFLP* پیشنهاد دادند. آن‌ها در مطالعه ذکر شده، کاربرد *BFO* در *DFLP* را نشان دادند. نتایج تجربی نشانگر اثربخشی الگوریتم پیشنهادی بودند. گوان و همکاران [20] یک مساله طرح جدید تسهیلات چند کارگاهی جدید ارائه کردند و آن را به‌عنوان یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط با سه هدف فرموله نمودند. آن‌ها یک الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات چندهدفه با یک رویکرد دو مرحله‌ای تعبیه شده و روش رمزگذاری ذرات منفرد و استراتژی جای‌گذاری را ارائه کردند. مقایسه با سایر روش‌ها نشان داد که الگوریتم پیشنهادی نتایج بسیار بهتری را به‌دست آورده است. گارسیا هرناندز و همکاران [21] در بررسی یک مساله چیدمان تسهیلات یک فضای نابرابر، الگوریتم فرا ابتکاری بهینه‌سازی صخره‌های مرجانی را مورد استفاده قرار داده‌اند. آن‌ها جزییات اجرای الگوریتم را ارائه داده و نتایج آزمایش‌های مختلف را در چندین نمونه *UA-FLP* با اندازه و تنظیمات مختلف ارائه کردند. نمونه اولیه پیاده‌سازی شده به‌عنوان یک برنامه وب توسط ۱۷ مساله شناخته‌شده آزمایش شد. نتایج به‌دست آمده عملکرد عالی الگوریتم پیشنهادی در حل *UA-FLP* را تایید کردند. لیو و لیو [22] در مطالعه‌ای با عنوان استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه‌های چندهدفه برای حل مساله چیدمان تسهیلات یک فضای نابرابر، یک الگوریتم *ACO* چندهدفه پیشنهاد نمودند و از استراتژی ابتکاری برای تبدیل مساله محدود به یک مساله غیر محدود استفاده کردند. آن‌ها برای به‌دست آوردن راه‌حل‌های عملی، یک جستجوی محلی و تغییر شکل بخش‌ها را اعمال کرده و برای به‌دست آوردن راه‌حل‌های بهینه پارتو از بهینه‌سازی پارتو استفاده کردند. گارسیا هرناندز و همکاران [23] در مقاله‌ای یک رویکرد جدید برای حل مساله چیدمان تسهیلات در یک فضای نابرابر (*UA-FLP*) را مبتنی بر یک الگوریتم جدید ترکیبی ارائه کردند. آن‌ها دو نسخه از روش پیشنهادی را با در نظر گرفتن دسته‌بندی‌های اندازه کوچک، متوسط و بزرگ در ۲۲ مورد آزمایش نمودند. از مقایسه نتایج تجربی به‌دست آمده با الگوریتم‌های قبلی استخراج شد که هر دو نسخه الگوریتم پیشنهادی، عملکردی عالی در حل موارد *UA-FLP*، در همه اندازه‌های دسته‌بندی شده را داشتند. لیو و همکاران [8] یک مساله چیدمان تسهیلات تک ردیفه طراحی کردند و از یک الگوریتم بهبود یافته آتش‌بازی برای حل آن استفاده نمودند. آزمایش‌های محاسباتی نشان داد که الگوریتم پیشنهادی در حل مساله بهتر از الگوریتم‌های

موجود عمل می‌کند. داهبک [24] در مقاله‌ای به مدل‌سازی یک مساله چنددریغه از مساله چیدمان تسهیلات پرداخت. وی برای این منظور یک مساله برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط طراحی نمود. احمدی جاوید و اردستانی جعفری [25] در مقاله‌ای به مدل‌سازی یک مساله چیدمان تسهیلات نابرابر پرداختند. آن‌ها در این مقاله برای کاهش مسافت دپارتمان‌ها از هم از الگوریتم شبیه‌سازی تبرید استفاده نمودند. در جدول ۱ به بررسی کلی خلاصه‌ای از مقالات منتشر شده و ویژگی مقالات پرداخته شده است.

جدول ۱ - خلاصه‌ای از مقالات منتشر شده در حوزه چیدمان تسهیلات.

Table 1- A summary of published articles in the field of facility layout.

منبع	تابع هدف	پارامتر	روش حل	دپارتمان نابرابر	جنبه ایمنی و زیست محیطی
[17]	کمینه‌سازی مسافت	قطعی	GA	*	-
[19]	کمینه‌سازی هزینه	قطعی	BFO	-	-
[22]	کمینه‌سازی هزینه	قطعی	ACO	*	-
[23]	کمینه‌سازی مسافت	قطعی	Hybrid	*	-
[25]	کمینه‌سازی مسافت	قطعی	SA	*	-
[24]	کمینه‌سازی مسافت	قطعی	Cplex	-	-
[8]	کمینه‌سازی مسافت	قطعی	Firework	-	-
مقاله حاضر	کمینه‌سازی زمان انتقال بیشینه‌سازی تعداد تجهیزات دسترسی نزدیک به تجهیزات اطفاء حریق دسترسی نزدیک به شرایط اقلیمی مطلوب دوری دپارتمان‌های پرسروصدا از هم	غیر قطعی (برنامه‌ریزی فازی)	NSGA II MOPSO MOGWO Epsilon Constraint	*	*

با بررسی ادبیات موضوع و پیشینه تحقیقات می‌توان بیان کرد که بیش‌تر مطالعات انجام‌شده در حوزه چیدمان تسهیلات تنها با هدف کمینه‌سازی مسافت یا هزینه سفر بوده است. در حالی که در هیچ‌کدام از مقالات به جنبه‌های ایمنی بهداشت و زیست محیطی توجه نشده است. از این رو، در این مقاله با در نظر گرفتن مسایل هزینه‌ای، زمان و جنبه‌های ایمنی و زیست محیطی، مدل نوینی از مساله چیدمان تسهیلات طراحی شده است. از سوی دیگر با مطالعه ادبیات موضوع می‌توان مشاهده کرد که کلیه پارامترهای مساله به صورت قطعی در نظر گرفته شده است. با توجه به این که امکان عدم دسترسی به داده‌های تاریخی در مساله چیدمان تسهیلات وجود دارد؛ لذا بایستی از نظرات خبرگان استفاده کرد. از این رو لزوم استفاده از روش برنامه‌ریزی فازی به دلیل استفاده از نظرات خبرگان در تجمیع اطلاعات امری ضروری به نظر می‌رسد.

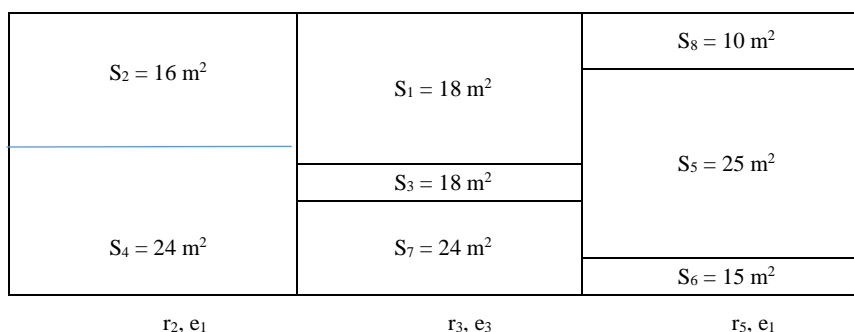
۳- تعریف مساله و مدل‌سازی

مساله چیدمان استوار تسهیلات یکی از مهم‌ترین موضوعات در برقراری هر سایتی است که بایستی به آن توجه ویژه شود. از این رو در این بخش به مدل‌سازی مساله چیدمان استوار تحت عدم قطعیت برخی از مهم‌ترین پارامترهای مساله پرداخته شده است. در مساله چیدمان استوار توجه به مسایل اقتصادی و همچنین ایمنی و بهداشت زیست محیطی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است و در مدل پیش رو هدف تنها کاهش زمان انتقال جریان بین دپارتمان‌ها نمی‌باشد. از آنجایی که هر دپارتمان دارای ویژگی‌های منحصر به فردی می‌باشد، از این رو در این مقاله علاوه بر در نظر گرفتن جنبه کمینه‌سازی زمان انتقال جریان بین دپارتمان‌ها، ۴ جنبه مختلف از مسایل ایمنی بهداشت و زیست محیطی نیز در نظر گرفته شده است.

شکل ۱ نمونه‌ای از چیدمان دپارتمان‌ها در بخش‌های مختلف یک سالن را نشان می‌دهد. در این شکل هشت دپارتمان با مساحت فضای مورد نیاز وجود دارد که در حین چیدمان بر اساس حداقل و حداکثر ابعاد قابل تغییر بایستی فضای دپارتمان در یکی از بخش‌ها چیدمان گردد. باین حال امکان تغییر ابعاد دپارتمان در حین چیدمان وجود دارد و تنها مساله حایز اهمیت تخصیص مساحت مورد نیاز هر دپارتمان است. دپارتمان‌ها بر اساس روابط مشخصی که از جدول ۱- به یکدیگر دارند بایستی چیدمان گردند؛ لذا یکی از جنبه‌های ایمنی بهداشت و زیست محیطی در کنار هم قرار گرفتن دپارتمان‌هایی با روابط A در کنار یکدیگر و دوری دپارتمان‌های دارای روابط X از هم می‌باشد. همچنین دپارتمان‌ها بر اساس فعالیت خود نیاز به دسترسی به شرایط اقلیمی مناسب (وزش باد مطلوب، نور خورشید و ...) و همچنین دسترسی به تجهیزات اطفاء حریق دارند؛ لذا در نظر گرفتن جنبه‌های مختلف منجر به پیچیدگی در مدل‌سازی مساله



شده است. از این رو با در نظر گرفتن ۵ جنبه مختلف (زمان انتقال، دسترسی بیشتر به تجهیزات و امکانات، دوری و نزدیکی دپارتمان‌ها بر اساس معیار آلودگی صوتی، دسترسی بیشتر به تجهیزات اطفاء حریق و دسترسی بیشتر به شرایط اقلیمی مطلوب) با در نظر گرفتن محدودیت بودجه مساله چیدمان استوار تسهیلات مدل‌سازی شده است.



شکل ۱- نمایی از مساله چیدمان تسهیلات استوار.

Figure 1- A view of the problem of the arrangement of stable facilities.

با توجه به شکل ۱ مشاهده می‌شود که دپارتمان‌های ۲ و ۴ به بخش ۲ با سطح تجهیزات ۱؛ دپارتمان‌های ۱، ۳ و ۷ به بخش ۳ با سطح تجهیزات ۳ و دپارتمان‌های ۸، ۵ و ۶ به بخش ۵ با سطح تجهیزات ۱ تخصیص یافته است. از آنجایی که هر بخش دارای سطح تجهیزات مختلف با هزینه‌های مختلف می‌باشد؛ لذا در نظر گرفتن محدودیت بودجه منجر به پیچیدگی در انتخاب بخش‌ها و سطح تجهیزات برای چیدمان تسهیلات دپارتمان‌ها خواهد شد.

جدول ۲- روابط دپارتمان‌ها بر اساس معیار آلودگی صوتی (جدول از-به).

Table 2- Relations of departments based on noise pollution criteria (from-to table).

دپارتمان	1	2	3	4	5	6	7	8
1	E	A	U	O	O	I	A	-
2	I	A	O	I	I	X	-	A
3	U	O	I	E	E	X	I	-
4	A	X	U	U	-	E	I	O
5	A	E	-	I	U	E	I	O
6	A	A	-	I	U	I	O	U
7	X	-	A	E	X	O	A	A
8	-	X	A	A	A	U	I	E

بنابر موارد بیان شده در فوق، هدف اصلی در این تحقیق دستیابی به یک چیدمان استوار مطلوب، تخصیص دپارتمان‌ها به هر بخش و انتخاب سطح تجهیزات مناسب برای دپارتمان‌های تخصیص یافته به هر بخش است. از آنجایی که ۵ جنبه مختلف ایمنی بهداشت و زیست محیطی در نظر گرفته شده و پارامترهای زمان انتقال و هزینه به صورت غیر قطعی می‌باشد، در این مقاله از روش برنامه‌ریزی فازی برای کنترل پارامترهای غیر قطعی استفاده شده است. بر این اساس مساله چیدمان استوار تسهیلات با در نظر گرفتن جنبه‌های زیست محیطی بر اساس مفروضات زیر قابل مدل‌سازی می‌باشد:

۱. مدل چنددوره‌ای می‌باشد؛ لذا جریان مواد در دوره‌های مختلف دارای مقادیر مختلفی است.
۲. هزینه انتخاب تجهیزات و امکانات هر بخش رابطه مستقیمی با نوع تجهیزات انتخاب شده دارد.
۳. دپارتمان‌ها بایستی به نحوی جایابی شوند که مجموع عرض دپارتمان‌ها در هر بخش با عرض سالن یکسان باشد.
۴. هم‌پوشانی بین دپارتمان‌ها وجود ندارد.
۵. نقطه شروع چیدمان (۰، ۰) مبدا مختصات می‌باشد.
۶. هر بخش مجاز به انتخاب یک سطح امکانات و تجهیزات می‌باشد.
۷. دپارتمان‌ها نباید از طول و عرض مجاز تجاوز کنند.
۸. هزینه و زمان انتقال مواد بین دپارتمان‌ها به صورت اعداد فازی دوزنقه‌ای در نظر گرفته شده است.
۹. روابط بین دپارتمان‌ها با در نظر گرفتن $A=6$ کم‌ترین آلودگی صوتی و $X=1$ بیش‌ترین آلودگی صوتی می‌باشد.
۱۰. محدودیت بودجه در انتخاب بخش‌ها و انتقال جریان مواد در نظر گرفته شده است.



با توجه به مفروضات فوق، مدل چندهدفه چیدمان استوار تسهیلات در بخش بعدی مدل‌سازی شده است؛ لذا مجموعه، پارامترها و متغیرهای تصمیم‌گیری مدل به شرح زیر بیان شده است:

مجموعه‌ها

I	مجموعه دپارتمان‌ها $\{1, 2, \dots, T\}$
J	مجموعه بخش‌ها $\{1, 2, \dots, J\}$
T	مجموعه دوره زمانی $\{1, 2, \dots, T\}$
E	مجموعه سطح تجهیزات $\{1, 2, \dots, E\}$

پارامترها

W	طول کل سالن در طول محور xs .
H	عرض کل سالن در طول محور ys .
A_m	مساحت مورد نیاز برای دپارتمان m در طول افق برنامه‌ریزی.
α_m	نسبت طول به عرض برای دپارتمان m در همه دوره‌های برنامه‌ریزی.
S_m^{max}	حداکثر طول مجاز برای دپارتمان m در همه دوره‌های برنامه‌ریزی $S_m^{max} = \min\{H, \sqrt{A_m \alpha_m}\}$
S_m^{min}	حداقل طول مجاز برای دپارتمان m در همه دوره‌های برنامه‌ریزی $S_m^{min} = \sqrt{\frac{A_m}{\alpha_m}}$
\bar{T}_{lmm}	زمان انتقال غیر قطعی انتقال بین دپارتمان m و n در هر دوره زمانی.
\bar{T}_{rmm}	هزینه انتقال غیر قطعی انتقال بین دپارتمان m و n در هر دوره زمانی.
F_{re}	هزینه چیدمان دپارتمان در بخش r با سطح تجهیزات e در تمامی دوره‌های زمانی.
MC_{re}	تعداد تجهیزات و امکانات به کاررفته در بخش r با سطح تجهیزات e در تمامی دوره‌های زمانی.
f_{mnt}	جریان مواد انتقالی بین دپارتمان m و n در دوره زمانی t .
ToT	حداکثر بودجه در نظر گرفته شده برای استقرار بخش‌ها.
V_{mn}	روابط بین دپارتمان m و n بر اساس آلودگی صوتی.
G_m	درصد نیاز دپارتمان m به دسترسی سریع تر تجهیزات اطفاء حریق.
P_m	درصد نیاز دپارتمان m به دسترسی به شرایط اقلیمی مناسب.
a, b	مختصات مرکز محل تجهیزات اطفاء حریق.
c, d	مختصات مرکز تابش نور مطلوب و ورزش باد مناسب.

متغیرهای تصمیم‌گیری

B_r	طول بخش r در طول افق برنامه‌ریزی.
L_{mr}	طول دپارتمان m بخش r در طول افق برنامه‌ریزی.
H_m	عرض دپارتمان m در طول محور y .
(x_{mv}, y_m)	مختصات مرکز دپارتمان m در چیدمان.
$D_{mn}^x = x_m - x_n $	فاصله بین مرکز دپارتمان m و n در طول افق برنامه‌ریزی در طول محور x .
$D_{mn}^y = y_m - y_n $	فاصله بین مرکز دپارتمان m و n در طول افق برنامه‌ریزی در طول محور y .
I_{mr}	۱ می‌گیرد اگر دپارتمان m به بخش r تخصیص یابد و در غیر این صورت صفر می‌گیرد.
U_{re}	۱ می‌گیرد اگر بخش r با سطح تجهیزات e به کارگرفته شود و در غیر این صورت صفر می‌گیرد.
Y_{mn}	۱ می‌گیرد اگر دپارتمان m بالای دپارتمان n در بخش یکسان باشد و در غیر این صورت صفر می‌گیرد.





$$\min Z_1 = \sum_{m \in I} \sum_{\substack{n \in I \\ n > m}} \tilde{T}_{mn} \cdot (D_{mn}^x + D_{mn}^y), \quad (1)$$

$$\max Z_2 = \sum_{r \in J} \sum_{e \in E} MC_{re} \cdot U_{re}, \quad (2)$$

$$\min Z_3 = \sum_{m \in I} \sum_{\substack{n \in I \\ n > m}} V_{mn} \cdot (D_{mn}^x + D_{mn}^y), \quad (3)$$

$$\min Z_4 = \sum_{m \in I} G_m \cdot (x_m - a) + y_m - b), \quad (4)$$

$$\min Z_5 = \sum_{m \in I} P_m \cdot (c - x_m) + d - y_m), \quad (5)$$

s. t.

$$D_{mn}^x \geq x_m - x_n \quad \text{for all } n > m, \quad (6)$$

$$D_{mn}^x \geq x_n - x_m \quad \text{for all } n > m, \quad (7)$$

$$D_{mn}^y \geq y_m - y_n \quad \text{for all } n > m, \quad (8)$$

$$D_{mn}^y \geq y_n - y_m \quad \text{for all } n > m, \quad (9)$$

$$\sum_{r \in J} I_{mr} = 1 \quad \text{for all } m, \quad (10)$$

$$B_r = \frac{1}{H} \sum_{m \in I} I_{mr} A_m \quad \text{for all } r, \quad (11)$$

$$S_m^{\min} I_{mr} \leq B_r \leq S_m^{\max} + W(1 - I_{mr}) \quad \text{for all } m, r, \quad (12)$$

$$x_m \geq \sum_{s \leq r \in J} B_s - 0.5B_r - (W - S_m^{\min})(1 - I_{mr}) \quad \text{for all } m, r, \quad (13)$$

$$x_m \leq \sum_{s \leq r \in J} B_s - 0.5B_r + (W - S_m^{\min})(1 - I_{mr}) \quad \text{for all } m, r, \quad (14)$$

$$\frac{L_{mr}}{A_m} - \frac{L_{nr}}{A_n} - \max\left\{\frac{S_m^{\max}}{A_m}, \frac{S_m^{\max}}{A_n}\right\} (2 - I_{mr} - I_{nr}) \leq 0 \quad \text{for all } r, n > m, \quad (15)$$

$$\frac{L_{mr}}{A_m} - \frac{L_{nr}}{A_n} + \max\left\{\frac{S_m^{\max}}{A_m}, \frac{S_m^{\max}}{A_n}\right\} (2 - I_{mr} - I_{nr}) \geq 0 \quad \text{for all } r, n > m, \quad (16)$$

$$\sum_{m \in I} L_{mr} = H \cdot \sum_{e \in E} U_{re} \quad \text{for all } r, \quad (17)$$

$$\sum_{e \in E} U_{re} \leq 1 \quad \text{for all } r, \quad (18)$$

$$S_m^{\min} I_{mr} \leq L_{mr} \leq S_m^{\max} I_{mr} \quad \text{for all } l, r, \quad (19)$$

$$\sum_{r \in J} L_{mr} = H_m \quad \text{for all } m, \quad (20)$$

$$y_m - 0.5 \cdot H_m \geq y_n + 0.5 \cdot H_n - H(1 - Y_{mn}) \quad \text{for all } m \neq n, \quad (21)$$

$$Y_{mn} + Y_{nm} \leq 1 \quad \text{for all } n > m, \quad (22)$$

$$Y_{mn} + Y_{nm} \geq I_{mr} + I_{nr} - 1 \quad \text{for all } n > m, r, \quad (23)$$

$$0.5 \cdot H_m \leq y_m \leq H - 0.5 \cdot H_m \quad \text{for all } m, \quad (24)$$

$$\sum_{r \in J} \sum_{e \in E} F_{re} \cdot U_{re} + \sum_{m \in I} \sum_{\substack{n \in I \\ n > m}} \sum_{t \in T} f_{mnt} \cdot \tilde{T}_{mn} \cdot (D_{mn}^x + D_{mn}^y) \leq Tot, \quad (25)$$

$$B_r, L_{mr}, H_m, x_m, y_m, D_{mn}^x, D_{mn}^y \geq 0, \quad (26)$$

$$I_{mr}, U_{re}, Y_{mn} \in \{0,1\}. \quad (27)$$

رابطه (۱) در صدد کمینه‌سازی زمان کل انتقال جریان مواد بین دپارتمان‌ها می‌باشد. رابطه (۲) درصد بیشینه‌سازی تجهیزات و امکانات تخصیص‌یافته به بخش‌های مختلف سالن می‌باشد. رابطه (۳) درصد حداقل کردن فاصله بین دپارتمان‌ها با رابطه A و دور کردن فاصله



دپارتمان‌ها با رابطه X می‌باشد. رابطه (۴) فاصله بین مراکز تسهیلات از مرکز تجهیزات اطفاء حریق را کمینه می‌کند. رابطه (۵) درصد نزدیکی دپارتمان‌های ملزم به دسترسی به شرایط اقلیمی مطلوب به مرکز بیان شده است. رابطه (۶) تا رابطه (۹) توابع فواصل خط شکسته موجود در تابع هدف را خطی سازی می‌کند. رابطه (۱۰) تضمین می‌کند که هر دپارتمان تنها بایستی به یک بخش تخصیص یابد. رابطه‌های (۱۱) و (۱۲) عرض هر بخش را براساس حداقل و حداکثر مجاز تغییرات طول دپارتمان‌ها مشخص می‌کند. رابطه‌های (۱۳) و (۱۴) مختصات مرکز دپارتمان‌ها را در طول محور x مشخص می‌کند. رابطه (۱۵) تا رابطه (۱۷) طول هر دپارتمان تخصیص یافته به هر بخش را محاسبه می‌کند. رابطه (۱۸) تضمین می‌کند که هر بخش حداکثر از یک سطح تجهیزات و امکانات بایستی استفاده کند. رابطه‌های (۱۹) و (۲۰) عرش هر دپارتمان را در طول محور y مشخص می‌کند. رابطه (۲۱) تا رابطه (۲۴) مختصات مرکز دپارتمان‌ها را در طول محور y مشخص می‌کند. رابطه (۲۵) تضمین می‌کند محدودیت بودجه در دسترس را برای چیدمان دپارتمان‌ها و استقرار بخش‌ها نشان می‌دهد. رابطه‌های (۲۶) و (۲۷) نوع و جنس متغیرهای مدل را نشان می‌دهد.

از آنجایی که در مدل فوق، پارامترهای هزینه و زمان انتقال به صورت غیر قطعی در نظر گرفته شده است؛ لذا جهت کنترل پارامترهای مدل از روش برنامه‌ریزی فازی استفاده شده است. استفاده از این روش به دلیل عدم دسترسی به داده‌های تاریخی و لزوم استفاده از نظرات خبرگان می‌باشد [26]. در ادامه به تشریح روش برنامه‌ریزی فازی جهت کنترل پارامترهای غیر قطعی مدل پرداخته شده است. مدل برنامه‌ریزی ریاضی خطی زیر را با پارامترهای فازی در نظر بگیرید [27]:

$$\text{Min } Z = c^t x, \quad (28)$$

s. t.

$$x \in N(A, B) = \{x \in R^n \mid a_i x \geq b_i, i = 1, \dots, m, x \geq 0\}. \quad (29)$$

که در آن $c = (c_1, c_2, \dots, c_n)$, $A = [a_{ij}]_{m \times n}$, $b = (b_1, b_2, \dots, b_m)^t$ پارامترهای فازی به کاررفته در تابع هدف مساله، ضریب برداری و پارامتر سمت راست محدودیت می‌باشد. تابع توزیع احتمالی پارامترهای فازی براساس ویژگی‌های اعداد فازی فرض شده است. در نهایت پارامترهای فازی $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ بردار تصمیم‌گیری را نشان می‌دهد. برای امکان‌پذیری و بهینه‌سازی مساله ارایه‌شده در مدل فوق، نیاز به کنترل پارامترهای غیر قطعی ارایه‌شده در تابع هدف و محدودیت می‌باشد. از این رو با فرض در نظر گرفتن پارامتر α به عنوان حداقل درجه شدنی بودن محدودیت‌ها، مدل کنترل‌شده به صورت زیر می‌باشد:

$$\text{Min } Z = EV(c)x, \quad (30)$$

s. t.

$$[1 - \alpha]E_2^{a_i} + \alpha E_1^{a_i} x \geq [1 - \alpha]E_1^{b_i} + \alpha E_2^{b_i}, i = 1, \dots, m, x \geq 0, \alpha \in [0, 1]. \quad (31)$$

که در رابطه فوق $EV(c)$ ارزش مورد انتظار عدد فازی به کاررفته در تابع هدف مدل است که به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$EV(c) = \frac{E_1^c + E_2^c}{2}. \quad (32)$$

در این مقاله پارامترهای غیر قطعی مساله به صورت اعداد فازی ذوزنقه‌ای و به صورت توزیع امکانی پارامتر فازی $\tilde{C} = (C^1, C^2, C^3, C^4)$ در نظر گرفته شده است. C^4 و C^3, C^2, C^1 به ترتیب بیانگر مقادیر سطح ۱ تا ۴ عدد فازی \tilde{C} می‌باشند که توسط تصمیم‌گیرنده مشخص می‌شوند. لذا امید ریاضی (ارزش مورد انتظار پارامتر فازی تابع هدف) به صورت زیر قابل محاسبه می‌باشد [28]:

$$EI(c) = [E_1^c, E_2^c] = \left[\frac{c^1 + c^2}{2}, \frac{c^3 + c^4}{2} \right]. \quad (33)$$

از این رو مدل کنترل‌شده مساله چیدمان استوار تسهیلات به شرح زیر می‌باشد:

$$\text{min } Z_1 = \sum_{m \in I} \sum_{\substack{n \in I \\ n > m}} \left[\frac{Ti_{mn}^1 + Ti_{mn}^2 + Ti_{mn}^3 + Ti_{mn}^4}{4} \right] \cdot (D_{mn}^x + D_{mn}^y), \quad (34)$$

$$\text{max } Z_2 = \sum_{r \in J} \sum_{e \in E} MC_{re} \cdot U_{re}, \quad (35)$$

$$\text{min } Z_3 = \sum_{m \in I} \sum_{\substack{n \in I \\ n > m}} V_{mn} \cdot (D_{mn}^x + D_{mn}^y), \quad (36)$$



$$\min Z_4 = \sum_{m \in I} G_m \cdot (x_m - a) + y_m - b), \quad (37)$$

$$\min Z_5 = \sum_{m \in I} P_m \cdot (c - x_m) + d - y_m), \quad (38)$$

s. t.

$$D_{mn}^x \geq x_m - x_n \quad \text{for all } n > m, \quad (39)$$

$$D_{mn}^x \geq x_n - x_m \quad \text{for all } n > m, \quad (40)$$

$$D_{mn}^y \geq y_m - y_n \quad \text{for all } n > m, \quad (41)$$

$$D_{mn}^y \geq y_n - y_m \quad \text{for all } n > m, \quad (42)$$

$$\sum_{r \in J} I_{mr} = 1 \quad \text{for all } m, \quad (43)$$

$$B_r = \frac{1}{H} \sum_{m \in I} I_{mr} A_m \quad \text{for all } r, \quad (44)$$

$$S_m^{\min} I_{mr} \leq B_r \leq S_m^{\max} + W(1 - I_{mr}) \quad \text{for all } m, r, \quad (45)$$

$$x_m \geq \sum_{s \leq r \in J} B_s - 0.5B_r - (W - S_m^{\min})(1 - I_{mr}) \quad \text{for all } m, r, \quad (46)$$

$$x_m \leq \sum_{s \leq r \in J} B_s - 0.5B_r + (W - S_m^{\min})(1 - I_{mr}) \quad \text{for all } m, r, \quad (47)$$

$$\frac{L_{mr}}{A_m} - \frac{L_{nr}}{A_n} - \max \left\{ \frac{S_m^{\max}}{A_m}, \frac{S_m^{\max}}{A_n} \right\} 2 - I_{mr} - I_{nr} \leq 0 \quad \text{for all } r, n > m, \quad (48)$$

$$\frac{L_{mr}}{A_m} - \frac{L_{nr}}{A_n} + \max \left\{ \frac{S_m^{\max}}{A_m}, \frac{S_m^{\max}}{A_n} \right\} 2 - I_{mr} - I_{nr} \geq 0 \quad \text{for all } r, n > m, \quad (49)$$

$$\sum_{m \in I} L_{mr} = H \cdot \sum_{e \in E} U_{re} \quad \text{for all } r, \quad (50)$$

$$\sum_{e \in E} U_{re} \leq 1 \quad \text{for all } r, \quad (51)$$

$$S_m^{\min} I_{mr} \leq L_{mr} \leq S_m^{\max} I_{mr} \quad \text{for all } l, r, \quad (52)$$

$$\sum_{r \in J} L_{mr} = H_m \quad \text{for all } m, \quad (53)$$

$$y_m - 0.5 \cdot H_m \geq y_n + 0.5 \cdot H_n - H(1 - Y_{mn}) \quad \text{for all } m \neq n, \quad (54)$$

$$Y_{mn} + Y_{nm} \leq 1 \quad \text{for all } n > m, \quad (55)$$

$$Y_{mn} + Y_{nm} \geq I_{mr} + I_{nr} - 1 \quad \text{for all } n > m, r, \quad (56)$$

$$0.5 \cdot H_m \leq y_m \leq H - 0.5 \cdot H_m \quad \text{for all } m, \quad (57)$$

$$\sum_{r \in J} \sum_{e \in E} F_{re} \cdot U_{re} + \sum_{m \in I} \sum_{n \in I} \sum_{t \in T} f_{mnt} \cdot \left(\alpha \left[\frac{Tr_{mn}^1 + Tr_{mn}^2}{2} \right] + 1 - \alpha \right) \left[\frac{Tr_{mn}^3 + Tr_{mn}^4}{2} \right] \cdot (D_{mn}^x + D_{mn}^y) \leq Tot, \quad (58)$$

$$B_r, L_{mr}, H_m, x_m, y_m, D_{mn}^x, D_{mn}^y \geq 0, \quad (59)$$

$$I_{mr}, U_{re}, Y_{mn} \in \{0,1\}. \quad (60)$$

۴- روش‌های حل

با توجه به *NP-Hard* بودن و هم‌چنین تابع چندهدفه بودن مدل ریاضی چیدمان استوار تسهیلات در شرایط عدم قطعیت، برای حل مساله در سائزهای کوچک از روش دقیق اپسیلون محدودیت و برای حل مساله در سائزهای بزرگ‌تر از الگوریتم‌های *NSGA-II*، *MOPSO* و *MOGWO* استفاده شده است. از این‌رو در این بخش ابتدا به تشریح کروموزوم اولیه مناسب برای حل مساله پرداخته شده و در ادامه الگوریتم‌های فرا ابتکاری به‌کاررفته در حل مساله ارایه شده است. در نهایت شاخص‌های مقایسه جواب‌های کارا و تنظیم پارامتر الگوریتم‌های فرا ابتکاری نشان داده شده است.

کروموزوم طراحی شده برای حل مساله چیدمان تسهیلات مطابق با شکل ۲ از سه بخش مجزا تشکیل شده است. بخش اول کروموزوم، اولویت بندی دپارتمان ها جهت چیدمان در سالن را نشان می دهد. بخش دوم کروموزوم دسته بندی دپارتمان ها جهت قرارگیری در هر بخش را نشان می دهد و در نهایت بخش سوم کروموزوم تجهیزات و امکانات تخصیص یافته به هر بخش از سالن را تعیین می کند. شکل ۲ یک مساله با فرض ۶ دپارتمان، ۳ بخش و ۳ نوع تجهیزات و امکانات نشان می دهد؛ لذا بخش اول کروموزوم جایگشتی از اعداد طبیعی به طول تعداد دپارتمان ها $|I|$ می باشد. بخش دوم کروموزوم اعداد تصادفی بین صفر و یک به طول $|I|+|J|-1$ و بخش سوم کروموزوم اعداد صحیح بین یک و $|E|$ و به طول تعداد بخش ها $|I|$ می باشد.

بخش 1	6	5	1	2	3	4
بخش 2	0.23	0.15	0.37	0.11	0.029	0.76
بخش 3	3			2		1

شکل ۲- کروموزوم اولیه طراحی شده برای حل مساله.

Figure 2- Primary chromosome designed to solve a problem.

مطابق با شکل ۲ مشاهده می شود که ترتیب اولویت بندی دپارتمان ها برای چیدمان به ترتیب از دپارتمان ۶ شروع و در دپارتمان ۴ به اتمام می رسد و هم چنین با توجه به بخش سوم کروموزوم طراحی شده مشاهده می شود که تجهیزات نوع سوم به بخش اول سالن، تجهیزات نوع دوم به بخش دوم سالن و تجهیزات نوع اول به بخش سوم سالن تخصیص یافته است.

برای رمزگشایی کروموزوم فوق، ابتدا بایستی کروموزوم شکل ۲ با توجه به گام های زیر اصلاح شود:

گام ۱- بزرگ ترین عدد از بین کروموزوم بخش ۲ انتخاب و اولین اولویت بخش ۱ جایگزین آن گردد.

گام ۲- در صورتی که ژن های بخش ۲ کروموزوم دارای اعداد یکسانی باشد، یک عدد به تصادف انتخاب و اولویت مربوطه از بخش ۱ جایگزین آن می شود.

گام ۳- بعد از جایگزینی کلیه اعداد بخش ۱ در کروموزوم بخش ۲، اعداد تصادفی باقیمانده به صفر کاهش می یابد.

با توجه به گام های فوق، شکل اصلاح شده کروموزوم مساله به صورت شکل ۳ تبدیل می گردد.

بخش ۲	3	4	2	0	0	6	5	1
بخش ۳	3	2	1					

شکل ۳- کروموزوم اصلاح شده برای حل مساله.

Figure 3- Modified chromosome for problem solving.

مطابق با شکل ۳ مشاهده می گردد که دپارتمان های ۳-۴-۲ به بخش اول با سطح تجهیزات نوع ۳ و دپارتمان های ۶-۵-۱ به بخش دوم با سطح تجهیزات نوع ۲ تخصیص یافته است. هم چنین مطابق با شکل ۳ می توان این استنباط را نمود که دپارتمان ۳ زیر دپارتمان ۴ و زیر دپارتمان ۲ بایستی قرار گیرد. هم چنین در بخش دوم نیز دپارتمان ۶ زیر دپارتمان ۵ و در زیر دپارتمان ۱ بایستی قرار گیرد. اعداد صفر در بخش دوم کروموزوم اصلاح شده به معنی عدم تخصیص دپارتمان های جدید به بخش قبلی جهت چیدمان در سالن می باشد.

پس از دسته بندی و مشخص نمودن جایگاه هر یک از دپارتمان ها جهت چیدمان از دو رابطه زیر جهت تخصیص فضای مورد نیاز هر دپارتمان در هر بخش استفاده و سپس مرکز مختصات هر دپارتمان محاسبه می شود.





گام ۱- مجموع فضای مورد نیاز هر بخش بر عرض مشخص شده سالن تقسیم می‌گردد. با این رابطه، طول هر بخش محاسبه می‌شود $B_r =$

$$B_m = \frac{\sum_{m \in I} A_m}{H}$$

گام ۲- عرض هر یک از دپارتمان‌ها با استفاده از رابطه $H_m = \frac{A_m}{B_m}$ قابل محاسبه است.

گام ۳- در صورتی که شکل تغییر یافته دپارتمان‌ها از بازه بین S_m^{min} و S_m^{max} تجاوز کند، از تابع جریمه جهت موجه کردن مساله استفاده می‌شود.

۲-۴- الگوریتم‌های فرا ابتکاری

۱-۲-۴- NSGA-II الگوریتم

یکی از کارآمدترین و مشهورترین الگوریتم‌های بهینه‌سازی چندهدفه، الگوریتم ژنتیک مرتب‌سازی نامغلوب ۲ (NSGA-II) است. این الگوریتم یکی از سریع‌ترین و توانمندترین الگوریتم‌های بهینه‌سازی است که نسبت به سایر روش‌ها از پیچیدگی عملیاتی کم‌تری برخوردار بوده و با استفاده از اصل عدم تسلط (عدم غلبه کردن) و محاسبه فاصله ازدحام نقاط بهینه پارتو را به دست می‌آورد که از گستردگی مطلوبی در حوزه تغییرات توابع اهداف برخوردارند و به طراح، آزادی انتخاب طراحی مورد نظر خود را از میان طراحی‌های بهینه‌شده می‌دهد. در NSGA-II، به طور هم‌زمان حفظ نخبه‌گرایی و پراکندگی مدنظر قرار گرفته است. انتخاب جمعیت جدید در هر گام این روش بر اصل غلبگی استوار بوده و با استفاده از نخبه‌گرایی و رتبه‌بندی جمعیت در هر گام حل، بهترین جواب‌های نامغلوب را برگزیده و به گام بعد می‌رود. اگر دو تابع هدف بیشینه‌سازی f_1 و f_2 وجود داشته باشند، در آن صورت برای دو جواب x و y ، جواب x ، جواب y را مغلوب می‌کند اگر $x < y$ داشته باشیم $f_1(x) \geq f_1(y)$ و $f_2(x) > f_2(y)$ یا این‌که $f_1(x) > f_1(y)$ و $f_2(x) > f_2(y)$. هم‌چنین برای رعایت توزیع مناسب چگالی جواب‌ها در این الگوریتم از مفهومی با عنوان فاصله ازدحام استفاده می‌شود. به‌طور کلی برای مرتب کردن جمعیتی با اندازه n بر اساس سطوح نامغلوب‌ها، هر جواب با تمام جواب‌های دیگر موجود در جمعیت مقایسه می‌شود تا مشخص شود که آن جواب مغلوب می‌شود یا خیر. در نهایت یک تعداد حل وجود دارد که هیچ‌کدام غالب و مغلوب همدیگر نمی‌شوند؛ لذا این جواب‌ها، اولین مرز از مرزهای نامغلوب را تشکیل می‌دهند. این جواب‌ها به مجموعه F_1 انتقال داده می‌شوند. برای تعیین جواب‌های موجود در مرزهای بعدی، جواب‌های موجود در مرز اول به طور موقت نادیده گرفته می‌شود و فرآیند فوق دوباره تکرار می‌شود و این بار جواب‌ها به مجموعه F_2 منتقل شده و رتبه دوم را کسب می‌کنند. این روند برای همه جواب‌های نامغلوب جمعیت ادامه دارد. یکی از معیارهای مورد نظر الگوریتم تکاملی در راه رسیدن به مرز بهینه پارتو، حفظ تنوع و گستردگی جواب‌ها در مجموعه جواب‌های به دست آمده می‌باشد. در واقع مرتب کردن غیر مغلوب‌ها رویه‌ای است در جهت رسیدن به جواب‌های بهتر و مکانیسم تنوع هم درصدد حفظ تنوع و گستردگی در این جواب‌ها می‌باشد. در این الگوریتم این کار توسط فاصله ازدحام به این صورت انجام می‌شود. مقدار کم‌تر فاصله ازدحامی یک جواب، بیان‌کننده تراکم بیشتر جواب‌ها در اطراف آن است. برای مرحله بعد، جواب‌هایی که در ناحیه‌ای با تراکم کم‌تر یا به عبارت دیگر با فاصله ازدحامی بیشتر هستند، انتخاب شوند. با این کار تنوع و پراکندگی در جواب‌های به دست آمده بیشتر می‌شود. هدف از به‌کارگیری فاصله ازدحام در NSGA-II، ایجاد تنوع در جواب‌های جمعیت بوده و نشان‌دهنده میزان تراکم جواب‌ها در کنار یک جواب مشخص است. فاصله ازدحام برای جواب‌های مرتب‌شده به صورت صعودی و مختص به مجموعه F از رابطه (۶۱) به دست می‌آید.

$$CD(X^1) = CD(X^S) = \infty,$$

(۶۱)

$$CD(X^i) = \left[\frac{Z_1(X^{i+1}) - Z_1(X^{i-1})}{Z_1(X^S) - Z_1(X^1)} \right] + \left[\frac{Z_2(X^{i+1}) - Z_2(X^{i-1})}{Z_2(X^S) - Z_2(X^1)} \right], \quad i = 2, \dots, S-1.$$

در رابطه (۶۱)، $CD(X^i)$ میزان فاصله ازدحام برای جواب X^i است. پس از ادغام جمعیت والدین و فرزندان، مرتب‌سازی نامغلوب انجام شده و گام‌های ۷ و ۸ که در زیر توضیح داده می‌شوند، اجرا می‌شود. بر اساس گام ۱۰، برای ایجاد یک زیرمجموعه از آخرین مجموعه نامغلوب و به علت زیاد شدن اندازه جمعیت بعدی از معیار فاصله ازدحام استفاده می‌شود.

گام ۱- جمعیت اولیه P_0 به اندازه N با جواب‌های تصادفی ایجاد کنید و $t=0$ قرار دهید.

گام ۲- در صورت عدم برقراری شرط توقف، به P_t بازگردید.

گام ۳- با استفاده از عملگر انتخاب مسابقه‌ای دودویی، N والد از جمعیت P_t انتخاب کنید.

گام ۴- با اعمال عملگرهای تقاطع و جهش بر روی جمعیت P_t ، جمعیت فرزندان Q_t به اندازه N ایجاد کنید.

گام ۵- قرار دهید $R_t = P_t \cup Q_t$.

گام ۶- از روش رتبه‌بندی نامغلوب برای تعیین مجموعه‌های پارتو F_i در جمعیت R_t استفاده کنید.

گام ۷- قرار دهید $P_{t+1} = \emptyset$ و $i=1$.

گام ۸- تا زمانی که $|P_{t+1}| + |F_i| < N$:

۱. جواب‌های مجموعه F_i را به جمعیت P_{t+1} اضافه کنید.

۲. قرار دهید $i=i+1$.

گام ۹- جواب‌های مجموعه F_i را بر اساس فاصله ازدحام و به صورت نزولی مرتب کنید.

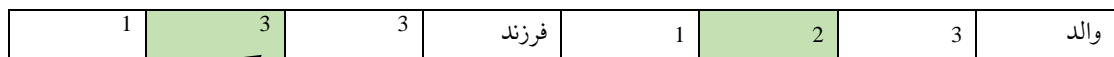
گام ۱۰- به اندازه $N - |P_{t+1}|$ از اولین جواب‌های F_i به جمعیت P_{t+1} انتقال دهید.

گام ۱۱- قرار دهید $t=t+1$ و به گام ۲ بازگردید.

با توجه به موارد بیان شده دو عملگر بسیار مهم الگوریتم *NSGA-II* شامل عملگر جهش و ترکیب می‌باشد که در ادامه به تشریح آن‌ها پرداخته شده است.

۴-۲-۲- عملگر جهش

باتوجه به استفاده از الگوریتم *NSGA-II* برای حل مساله در سایزهای بزرگ‌تر، از عملگر جهش برای تخصیص تجهیزات و امکانات جدید به بخش‌های مختلف سالن استفاده شده است. در این عملگر در هر تکرار الگوریتم یک بخش از سالن انتخاب و یک عدد جدید بین یک و $|E|$ به عنوان نوع امکانات و تجهیزات جدید تخصیص یافته جایگزین ژن قبلی کروموزوم می‌شود. شکل ۴ نحوه انجام عملگر جهش تک نقطه‌ای را بر روی ژن‌های بخش سوم کروموزوم اصلاح شده را نشان می‌دهد.



شکل ۴- نحوه انجام عملگر جهش تک نقطه‌ای در بخش سوم کروموزوم.

Figure 4- How to perform the single-point mutation operator in the third part of the chromosome.

مطابق با شکل ۴ مشاهده می‌شود بخش ۲ سالن انتخاب و سطح تجهیزات و امکانات نوع دوم این بخش طی عمل جهش به تجهیزات و امکانات نوع سوم تغییر یافته است.

۴-۲-۳- عملگر ترکیب

نوع دوم عملگر مورد استفاده در الگوریتم *NSGA II*، عملگر ترکیب می‌باشد که جهت اولویت بندی چیدمان دپارتمان‌ها در بخش‌های مختلف سالن به کار گرفته شده است. مطابق با این عملگر دو ژن از بخش اول کروموزوم والدین انتخاب و ژن‌های انتخاب شده به صورت معکوس در کروموزوم‌های فرزند جایگزین می‌شود. شکل‌های ۵ و ۶ به ترتیب نحوه انجام عملگر ترکیب را بر روی ژن‌های بخش اول و دوم کروموزوم مساله و هم چنین کروموزوم اصلاح شده نشان می‌دهد.





والد ۱	4	3	2	1	5	6	بخش ۱	
	0.53	0.67	0.76	0.09	0.16	0.37	0.15	0.23
والد ۲	6	5	3	1	4	2	بخش ۱	
	0.94	0.16	0.20	0.34	0.82	0.34	0.18	0.12

عملگر ترکیب دونقطه‌ای



فرزند ۱	4	2	3	1	5	6	بخش ۱	
	0.53	0.67	0.76	0.09	0.11	0.37	0.94	0.16
فرزند ۲	6	5	1	3	4	2	بخش ۱	
	0.15	0.23	0.20	0.34	0.82	0.34	0.18	0.12

شکل ۵- نحوه انجام عملگر ترکیب دونقطه‌ای در بخش اول و دوم کروموزوم.

Figure 5- How to perform the binary combination operator in the first and second part of the chromosome.

با توجه به شکل ۵ مشاهده می‌شود که اولویت دپارتمان ۲ و ۳ در والد اول و هم‌چنین اولویت ۱ و ۳ در والد دوم به صورت معکوس جایگزین ژن‌های مربوطه در فرزندان ۱ و ۲ شده است. هم‌چنین در بخش دوم کروموزوم، ژن‌ها مربوط به والد اول/دوم جایگزین ژن‌های مربوط به فرزند دوم/اول شده است. براین اساس تاثیر انجام عملگر ترکیب بر روی کروموزوم اصلاح شده به صورت شکل ۶ می‌باشد.

والد ۱	1	5	6	0	0	2	4	3
والد ۲	2	0	5	3	4	1	6	0
فرزند ۱	3	1	5	0	0	2	6	4
فرزند ۲	0	1	5	3	2	4	6	0

شکل ۶- کروموزوم اصلاح شده برای حل مساله براساس عملگر ترکیب.

Figure 6- Modified chromosome for problem solving based on combination operator.

۴-۲-۴- الگوریتم MOPSO

به‌طورکلی الگوریتم حرکت تجمعی ذرات شباهت‌های زیادی را با الگوریتم‌هایی نظیر مورچگان یا ژنتیک دارد، اما تفاوت‌های جدی نیز با آن‌ها دارد که باعث تمایز و سادگی این الگوریتم می‌شود. به‌عنوان نمونه این الگوریتم از عملگرهایی نظیر تقاطع و جهش استفاده نمی‌کند؛ در نتیجه این الگوریتم نیاز به استفاده از رشته‌های اعداد و مرحله رمزخوانی ندارد و بسیار ساده‌تر از الگوریتم‌هایی نظیر ژنتیک است. این الگوریتم فضای حل را با استفاده از یک تابع شبه احتمالی به مسیرهایی چندتکه تقسیم می‌کند که این مسیرها در اثر حرکت ذرات انفرادی در فضا تشکیل می‌شوند. حرکت یک گروه از ذرات از دو جز قطعی و احتمالی تشکیل می‌شود. هر ذره علاقه‌مند است در جهت بهترین جواب جاری x^* یا بهترین جواب به‌دست آمده تاکنون g^* حرکت کند. فرآیند کلی الگوریتم MOPSO به شرح زیر است:

گام ۱- ایجاد جمعیت اولیه.

گام ۲- جدا کردن اعضای نامطلوب جمعیت و ذخیره کردن آن‌ها در آرشیو یا مخزن خارجی.

گام ۳- جدول بندی فضای هدف کشف شده.

گام ۴- هر ذره از میان اعضای آرشیو یک رهبر انتخاب می کند.

گام ۵- به روزرسانی سرعت و موقعیت ذرات.

هر ذره، اطلاعاتی شامل بهترین مقداری که تاکنون به آن رسیده (بهینه شخصی) و موقعیت X_i را دارا است. این اطلاعات، حاصل مقایسه تلاش هایی است که هر ذره برای یافتن بهترین جواب انجام می دهد. هم چنین هر ذره بهترین جوابی را که تاکنون در کل گروه به دست آمده است، از مقایسه مقادیر بهینه ذرات مختلف می شناسد (بهینه فراگیر). هر ذره برای رسیدن به بهترین جواب سعی می کند موقعیت خود را با استفاده از اطلاعات زیر تغییر دهد. بدین ترتیب سرعت هر ذره و به تبع آن موقعیت جدید آن به صورت رابطه (۶۲) تغییر می کند.

$$V_i^{t+1} = wV_i^t + c_1 \text{rand} \cdot pbest_i - X_i^t + c_2 \text{rand} \cdot gbest_i - X_i^t, \quad (62)$$

$$X_i^{t+1} = X_i^t + V_i^{t+1}.$$

گام ۶- بهترین خاطره شخصی هر ذره به روزرسانی می شود.

گام ۷- اعضای نامغلوب جدید را به آرشیو اضافه کرده و اعضای مغلوب آرشیو را حذف کنید.

گام ۸- در صورتی که برقراری شرایط توقف، الگوریتم متوقف می شود و بهترین ذره در بین ازدحام، جواب به دست آمده برای مساله است. در غیر این صورت به گام ۴ بروید.

۵-۲-۴- الگوریتم MOGWO

گرگ خاکستری *Canis Iupus* متعلق به خانواده *Candidae* است. گرگ های خاکستری شکارچیان در راس هرم غذایی می باشند، به این معنی که آن ها در راس زنجیره غذایی می باشند. گرگ های خاکستری عمدتاً ترجیح می دهند تا به طور گروهی زندگی کنند. اندازه گروه به طور متوسط ۵-۱۲ گرگ است. رهبران شامل یک نر و یک ماده می باشند که به آن ها *Alpha* گفته می شود. *Alpha* مسئول اصلی تصمیم گیری ها در مورد شکار، محل خواب، زمان بیدار شدن و ... است. تصمیمات *Alpha* به گروه اعلام می شود؛ با این حال برخی از رفتارهای دموکراتیک نیز مشاهده شده است که در آن یک *Alpha* از سایر گرگ ها در گروه تبعیت می کند. در اجتماعات، کل گله با پایین نگه داشتن خود، *Alpha* را تایید می کنند. گرگ *Alpha* مرسوم به گرگ غالب نیز است، زیرا دستورات رو باید توسط گروه اجرا شود. گرگ های *Alpha* تنها مجاز به جفت گیری در گله می باشند. نکته قابل توجه این است که *Alpha* لزوماً قوی ترین عضو گله نیست، بلکه بهترین عضو از نظر مدیریت در گله است. دومین سطح در سلسله مراتب گرگ های خاکستری *Beta* است. *Beta* گرگ های زیردستی هستند که به *Alpha* در تصمیم گیری یا سایر تصمیمات گله کمک می کنند. گرگ *Beta* می تواند نر یا ماده باشد و او بهترین جایگزین *Alpha* در صورت مرگ یا پیر شدن او است. *Beta* دستورات و فرمان های *Alpha* را در سراسر گله اجرا کرده و بازخوردها را به *Alpha* می دهد. گرگ *Omega* پایین ترین طبقه در سلسله مراتب گرگ خاکستری است. گرگ *Omega* نقش قربانی را ایفا می کند. معمولاً گرگ های *Omega* باید از همه گرگ های سطح بالا و غالب پیروی کنند. آن ها آخرین گرگ هایی هستند که اجازه غذا خوردن دارند. در صورتی که گرگ یک *Alpha* یا *Omega* نباشد، به او *Delta* می گویند. گرگ های *Delta* باید تابع *Alpha* و *Beta* باشند. با این حال آن ها بر *Omega* غالب هستند.

در مدل سازی ریاضی سلسله مراتب اجتماعی گرگ ها، α (*Alpha*) به عنوان مناسب ترین راه حل در نظر گرفته می شود. متعاقباً β (*Beta*) و δ (*Delta*) دومین و سومین راه حل های مناسب هستند. بقیه راه حل های کاندید به صورت Ω (*Omega*) فرض می شوند. برای انجام شکار، گرگ های خاکستری باید طعمه را پیدا و محاصره کنند؛ لذا معادلات زیر موقعیت های گرگ ها را در اطراف طعمه به روز می کند.

$$\vec{D} = |\vec{C} \cdot \vec{X}_p(t) - \vec{X}(t)|. \quad (63)$$

$$\vec{X}(t+1) = \vec{X}(t) - \vec{A} \cdot \vec{D}. \quad (64)$$





در روابط فوق \vec{C} و \vec{A} بردارهای ضرایب هستند. \vec{X}_p بردار موقعیت شکار و \vec{X} بردار موقعیت گرگ‌های خاکستری است. این یک معادله تعادلی بین محاصره و شکار است؛ بنابراین، شعاع جستجو باید طی فرآیند، بهینه‌سازی شود، برای این منظور معادلات مربوط به دو ضریب استفاده شده در روابط فوق به شرح زیر است:

$$\vec{A} = 2\vec{a} \cdot \vec{r}_1 - \vec{a}. \quad (65)$$

$$\vec{C} = 2\vec{r}_2. \quad (66)$$

معادله‌های فوق، گرگ‌های خاکستری را قادر می‌سازد موقعیت خود را در اطراف طعمه به‌روز کنند. در نتیجه برای انجام شکار، معادله‌های زیر استفاده می‌شود:

$$\vec{D}_\alpha = |\vec{C}_1 \cdot \vec{X}_\alpha - \vec{X}|, \vec{D}_\beta = |\vec{C}_2 \cdot \vec{X}_\beta - \vec{X}|, \vec{D}_\delta = |\vec{C}_1 \cdot \vec{X}_\delta - \vec{X}|. \quad (67)$$

$$\vec{X}_1 = \vec{X}_\alpha - \vec{A}_1 \cdot \vec{D}_\alpha, \vec{X}_2 = \vec{X}_\beta - \vec{A}_2 \cdot \vec{D}_\beta, \vec{X}_3 = \vec{X}_\delta - \vec{A}_3 \cdot \vec{D}_\delta. \quad (68)$$

$$\vec{X}(t+1) = \frac{\vec{X}_1 + \vec{X}_2 + \vec{X}_3}{3}. \quad (69)$$

۳-۴- شاخص‌های مقایسه جواب‌های کارا

چندهدفه بودن مدل‌های ریاضی منجر به ایجاد جواب‌های کارای متفاوت توسط روش‌های حل مختلف می‌شود که مقایسه جواب‌های کارا و تصمیم‌گیری در خصوص عملکرد روش حل را سخت می‌کند. از این‌رو شاخص‌های زیر جهت مقایسه جواب‌های کارای ایجاد شده توسط روش‌های حل مختلف به کار می‌رود:

۱. میانگین توابع هدف ($MOBVF$): الگوریتمی که بهترین میانگین را در جستجوی هر تابع هدف کسب کند، به‌عنوان کاراترین روش حل، انتخاب می‌شود.
۲. زمان محاسبات ($CPU-Time$): روش حلی که زمان محاسبات کم‌تری داشته باشد، مطلوب‌تر خواهد بود.
۳. تعداد جواب‌ها در پارتو (NPF): تعداد جواب‌های نامغلوب در مجموعه پارتو به‌دست آمده برای هر مساله را نشان می‌دهد و هر مقدار تعداد این نقاط بیشتر باشد بدین معنی است که روش حل کارایی بیشتری دارد.
۴. بیش‌ترین گسترش (MSI): این معیار نشان می‌دهد که چه میزان از جواب‌های یک مجموعه پارتو در فضای جواب توزیع شده که از رابطه (۷۰) محاسبه می‌شود. بزرگ‌تر بودن مقدار این معیار، نشان‌دهنده تنوع مناسب جواب‌های مجموعه پارتو است.

$$MSI = \sqrt{\sum_{m=1}^M (\max_{i=1:|Q|} f_m^i - \min_{i=1:|Q|} f_m^i)^2}. \quad (70)$$

۵. فاصله متریک (SM): نشان‌دهنده میزان قرار گرفتن جواب‌ها به‌طور یکنواخت در کنار هم بوده که از رابطه (۷۱) محاسبه می‌شود.

$$SM = \sqrt{\frac{1}{|Q|} \sum_{i=1}^{|Q|} \left(d_i - \sum_{k \in Q, k \neq i} \frac{\min_{m=1}^M |f_m^i - f_m^k|}{|Q|} \right)^2}. \quad (71)$$

در رابطه (۷۱)، $|Q|$ بیانگر اندازه آرشو پارتو می‌باشد. روش حلی که میزان این معیار کم‌تر باشد، مطلوب‌تر خواهد بود.

۴-۴- تنظیم پارامتر الگوریتم‌های فرا ابتکاری

در این بخش به تنظیم پارامتر الگوریتم‌های فرا ابتکاری پیشنهادی در حل مدل چندهدفه چیدمان یکپارچه استوار پرداخته شده است. در روش تاگوچی، در ابتدا باید فاکتورهای مناسب را شناسایی و سپس سطوح هر یک از فاکتورها را انتخاب و در ادامه باید طرح آزمایش مناسب را برای این فاکتورهای کنترل مشخص شود. پس از مشخص شدن طرح آزمایش، آزمایش‌ها را انجام داده و با هدف پیدا کردن بهترین ترکیب پارامترها، آزمایش‌ها تحلیل می‌شود. در این مقاله، برای هر فاکتور ۳ سطح در نظر گرفته شده و با توجه به تعداد فاکتورها و تعداد سطوح آن‌ها به تعیین طراحی آزمایش و اجرای آن‌ها پرداخته شده است. قابل ذکر است هر یک از آزمایش‌ها به‌طور متوسط ۳ مرتبه تکرار شده و متوسط مقادیر به‌دست آمده مورد بررسی نهایی قرار داده شده است. با توجه به دودهنده بودن مدل طراحی شده، بایستی ابتدا مقدار هر آزمایش از رابطه (۷۲) محاسبه شود. در این رابطه در صورت کسر شاخص‌های مورد استفاده در مقایسه الگوریتم‌ها فرا

ابتکاری شامل شاخص‌های تعداد جواب‌ها در پارتو، بیش‌ترین گسترش، فاصله متریک و زمان محاسباتی به‌کار برده شده است. پس از تعیین مقدار هر آزمایش، از رابطه (۷۲) مقدار بی‌مقیاس شده هر آزمایش (RPD) جهت تحلیل طراحی آزمایش تاگوچی محاسبه می‌گردد [29].

$$S_i = \left| \frac{NPF + MSI + SM + CPU_{time}}{4} \right|, \quad (72)$$

$$RPD = \frac{S_i - S_i^*}{S_i^*}$$

در رابطه (۷۲)، S_i مقدار شاخص به‌دست‌آمده از انجام هر آزمایش تاگوچی و S_i^* بهترین مقدار شاخص در بین کلیه آزمایش‌های تاگوچی می‌باشد. جدول ۳ سطوح پارامتر الگوریتم‌های *MOGWO* و *MOPSO*، *NSGA-II* را نشان می‌دهد.

جدول ۳- سطوح پارامتر پیشنهادی برای تنظیم پارامتر الگوریتم‌های فرا ابتکاری به روش تاگوچی.

Table 3- Suggested parameter levels for parameter setting of meta-heuristic algorithms using Taguchi method.

الگوریتم	پارامتر	سطح ۱	سطح ۲	سطح ۳
MOGWO	NWOLF	50	100	200
	Max it	50	100	200
	A	1	2	4
NSGA II	C	1	2	4
	Max it	50	100	200
	Npop	50	100	200
MOPSO	Pc	0.1	0.3	0.5
	Pm	0.1	0.3	0.5
	Max it	50	100	200
MOPSO	Nparticle	50	100	200
	C1	1	1.5	2
	C2	1	1.5	2
	W	0.5	0.6	0.7

شکل ۷ نمودار متوسط نسبت S/N را برای الگوریتم‌های *MOGWO*، *MOPSO* و *NSGA-II* نشان می‌دهد. مطابق با آنچه بیان شد، بیش‌ترین مقدار معیار S/N ، ملاک انتخاب مقادیر پارامترها می‌باشد. مطابق با نتایج قابل مشاهده از شکل ۷، در الگوریتم *NSGA-II*، در صورتی که مقدار حداکثر تعداد تکرار در سطح ۳، تعداد جمعیت در سطح ۲، نرخ ترکیب در سطح ۳ و نرخ جهش در سطح ۲ قرار بگیرد، الگوریتم *NSGA-II* بیش‌ترین کارایی را خواهد داشت. در الگوریتم *MOPSO*، در صورتی که مقدار حداکثر تعداد تکرار در سطح ۳، تعداد ذرات در سطح ۲، ضریب گراش در سطح ۳، ضریب یادگیری فردی در سطح ۳ و ضریب یادگیری جمعی در سطح ۱ قرار بگیرد، الگوریتم *MOPSO* بیش‌ترین کارایی را خواهد داشت و در الگوریتم *MOGWO* در صورتی که مقدار حداکثر تعداد تکرار در سطح ۳، تعداد گرگ‌های خاکستری در سطح ۲، ضریب A و C در سطح ۳ و ۱ قرار بگیرد، الگوریتم *MOGWO* بیش‌ترین کارایی را در حل مسایل خواهد داشت.

براین اساس جدول ۴ سطوح بهینه پارامترهای تنظیم شده الگوریتم‌های فرا ابتکاری را برای حل مدل چندهدفه چیدمان تسهیلات استوار نشان می‌دهد.

جدول ۴- سطوح بهینه پارامتر الگوریتم‌های فرا ابتکاری به روش تاگوچی.

Table 4- Optimum parameter levels of meta-heuristic algorithms by Taguchi method.

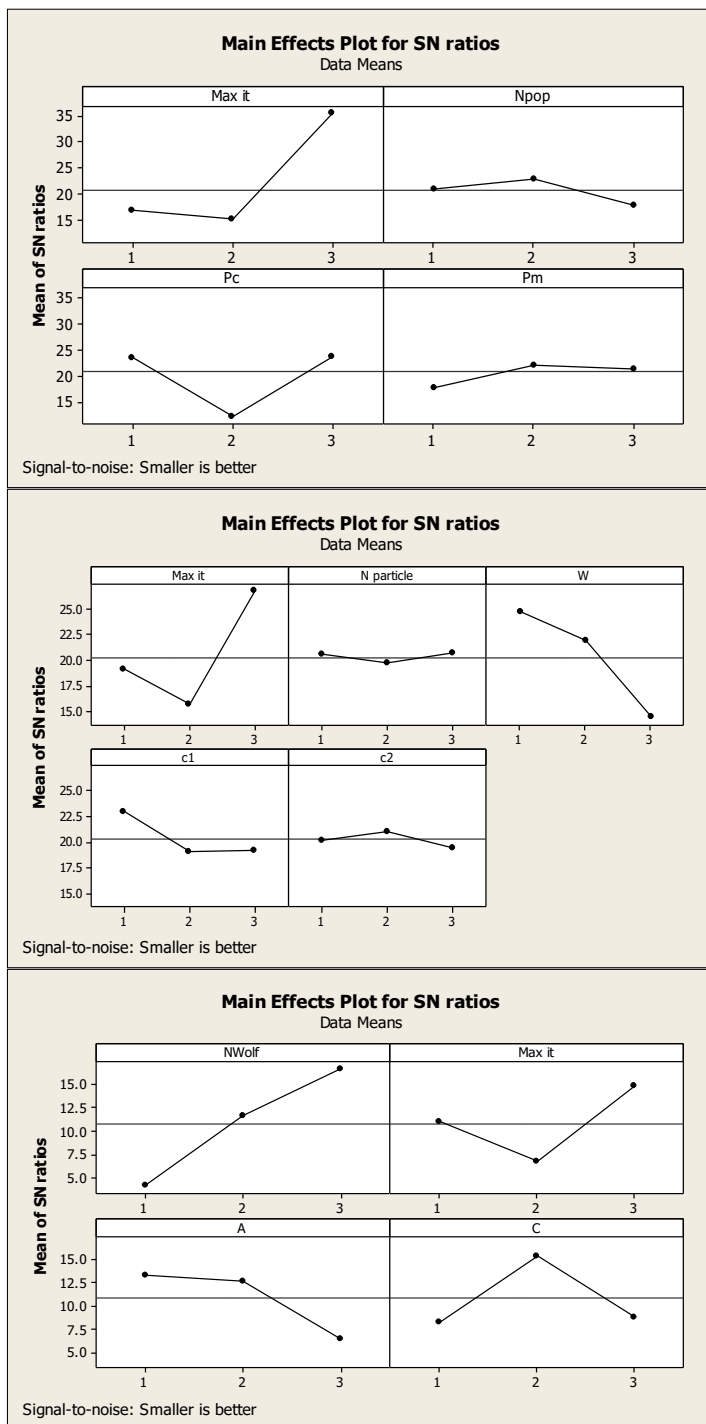
الگوریتم	پارامترها
NSGA II	Pm Pc Npop Max it
	2 4 100 200
MOPSO	W C2 C1 Nparticle Max it
	0.5 2 2 100 200
MOGWO	C A Max it NWOLF
	1 4 100 200

۵- تجزیه و تحلیل آزمایش‌ها

در این بخش ابتدا به بررسی یک مساله نمونه ساین کوچک با ۷ دپارتمان، ۵ بخش، ۳ نوع تجهیزات و امکانات و ۲ دوره زمانی پرداخته شده است. با توجه به به‌کارگیری سه الگوریتم *NSGA-II*، *MOPSO* و *MOGWO* برای حل مدل چندهدفه، ابتدا به بررسی تک تک



توابع هدف مساله با نرم افزار *GAMS* و همگرایی الگوریتم های *GA*، *PSO* و *GWO* پرداخته شده است؛ لذا الگوریتم ها تک هدفه روش های پیشنهادی برای بررسی دستیابی به جواب نزدیک به بهینه استفاده و همگرایی آن ها استفاده شده است. با توجه به عدم دسترسی به داده های دنیای واقعی از داده های تصادفی و بر اساس تابع توزیع یکنواخت مطابق با جدول ۵ استفاده شده است.



NSGA-II

MOPSO

MOGWO

شکل ۷- نمودار متوسط نسبت S/N در الگوریتم های فرا ابتکاری.
Figure 7- Average diagram of S/N ratio in meta-heuristic algorithms.

جدول ۵- حدود بازه‌های داده‌های قطعی و غیر قطعی مساله.

Table 5- Interval limits of definite and non-deterministic data of the problem.

پارامتر قطعی	حدود بازه‌ای	پارامتر قطعی	حدود بازه‌ای
W	15	F_{re}	$\sim U[900,1200]$
H	9	MC_{re}	$\sim U[1000,4000]$
A_m	$\sim U[6,10]$	f_{mnt}	$\sim U[10,20]$
α_m	2	ToT	180000
P_m	$\sim U[40,100]$	V_{mn}	$\sim U[1,6]$
a,b)	(0,0)	G_m	$\sim U[10,60]$
c,d)	(W,H)		

پارامتر غیر قطعی	سطح ۱	سطح ۲	سطح ۳	سطح ۴
$\tilde{T}_{r_{mn}}$	$\sim U[20,30]$	$\sim U[30,40]$	$\sim U[40,50]$	$\sim U[50,60]$
$\tilde{T}_{i_{mn}}$	$\sim U[50,60]$	$\sim U[60,70]$	$\sim U[70,80]$	$\sim U[80,90]$

با توجه به غیر قطعی بودن مدل پیشنهادی، برای تجزیه و تحلیل نتایج از مقدار نرخ عدم قطعیت $\alpha = 0.5$ استفاده شده است. بر این اساس جدول ۶ مقادیر بهینه توابع هدف به دست آمده از روش بهینه‌سازی انفرادی با روش دقیق (GAMS) و الگوریتم‌های فرا ابتکاری GA، PSO و GWO را نشان می‌دهد.

جدول ۶- بهترین مقدار هر تابع هدف در روش‌های حل مختلف.

Table 6- The best value of each objective function in different solution methods.

تابع هدف	GAMS	GWO	PSO	GA
1	6985.43	6985.44	4997.46	1999.15
2	7281	7281	7281	7281
3	1319.34	1319.34	1324.48	1319.34
4	1082.76	1082.76	1087.84	1082.76
5	8137.99	8137.99	8138.85	8137.99

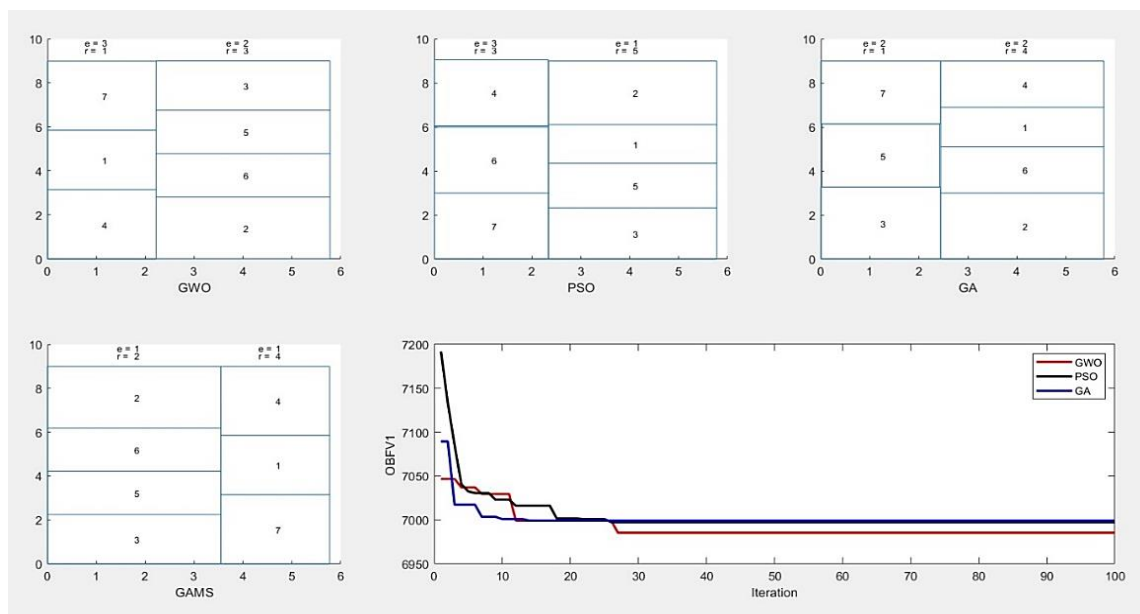
با توجه به نتایج کسب شده مشاهده می‌گردد، مقدار توابع هدف کسب شده از الگوریتم‌های فرا ابتکاری بسیار نزدیک به مقدار بهینه کسب شده از روش دقیق می‌باشد. در برخی از مسایل نیز مقدار تابع هدف کسب شده از الگوریتم‌های فرا ابتکاری با روش دقیق یکسان می‌باشد. از این رو جدول ۷ اختلاف نسبی مقادیر توابع هدف و هم‌چنین میانگین زمان محاسباتی را نشان می‌دهد.

جدول ۷- درصد اختلاف نسبی و میانگین زمان محاسباتی در مساله نمونه سائز کوچک.

Table 7- Percentage of relative difference and average computing time in the problem of small sample size.

تابع هدف	GAMS	GWO	PSO	GA
1	-	0	0.17%	0.19%
2	-	0	0	0
3	-	0	0.38%	0
4	-	0	0.46%	0
5	-	0	0	0
میانگین زمان محاسباتی	1410.15	84.34	76.11	93.18

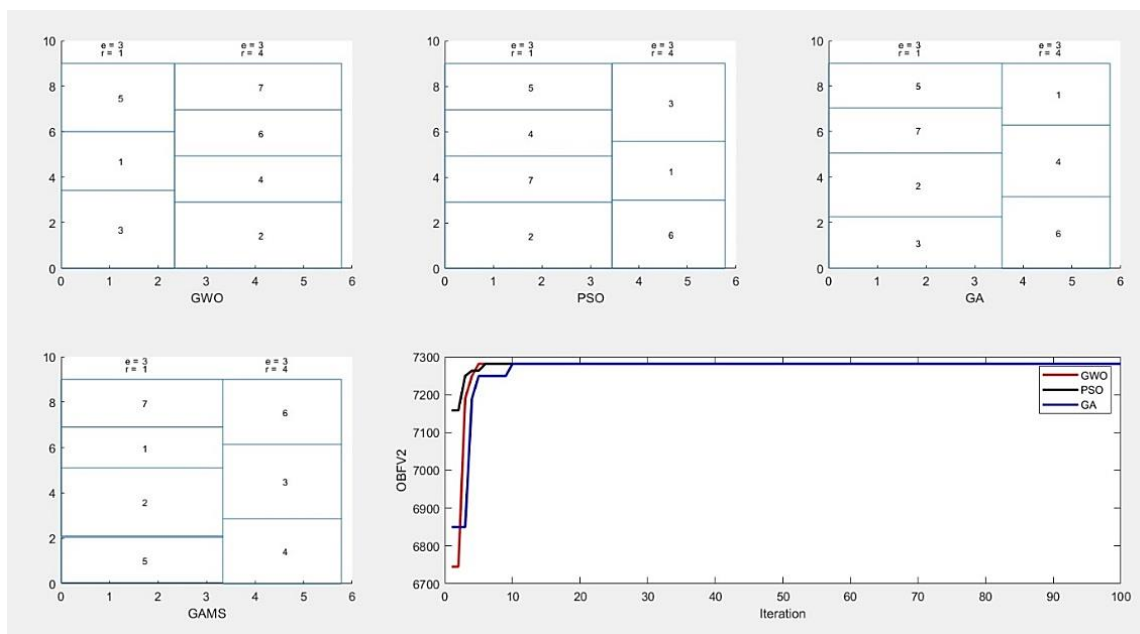
با توجه به نتایج جدول ۷ مشاهده می‌گردد که الگوریتم GWO در تمامی توابع هدف به بهترین مقدار تابع هدف (مقدار بهینه) دست پیدا کرده است. هم‌چنین با مقایسه زمان محاسباتی می‌توان نتیجه گرفت الگوریتم‌های فرا ابتکاری در زمان بسیار کوتاه‌تری به مقدار نزدیک به بهینه توابع هدف دست یافته‌اند. شکل ۸ بهترین چیدمان حاصل از تابع هدف اول مساله را با روش‌های حل مختلف و هم‌چنین همگرایی الگوریتم‌ها را در تکرار مختلف جهت کسب مقدار بهینه تابع هدف نشان می‌دهد.



شکل ۸- چیدمان بهینه حاصل از حل تابع هدف اول.

Figure 8- The optimal arrangement resulting from solving the first objective function.

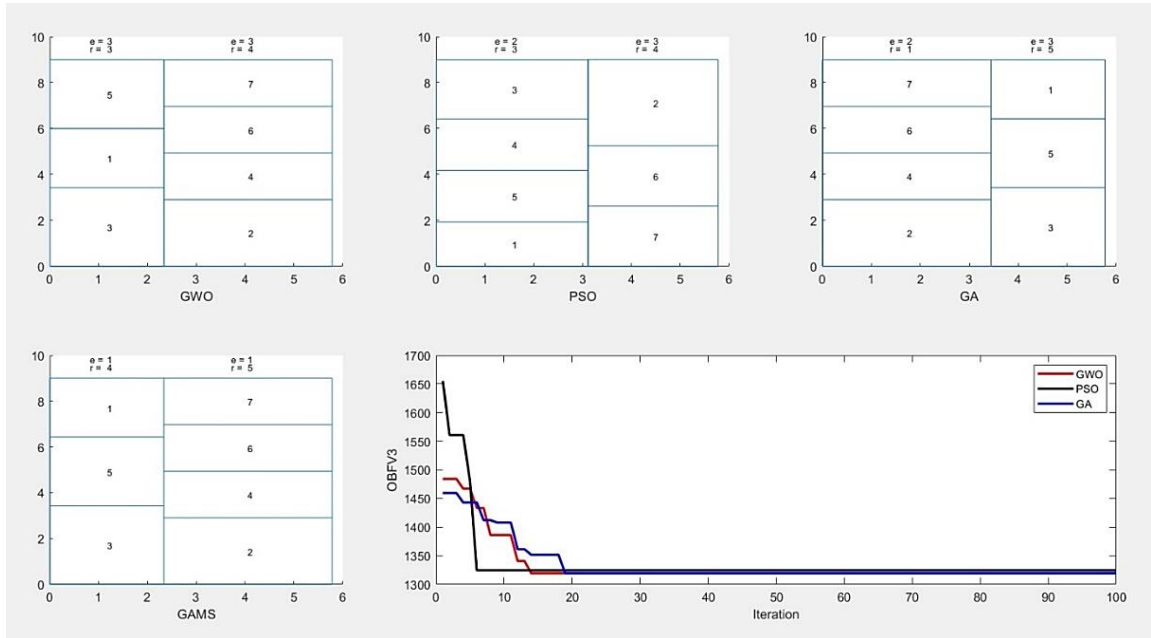
هدف اصلی در چیدمان شکل ۸ کاهش زمان انتقال جریان بین دیارتمان‌ها می‌باشد. شکل ۹ بهترین چیدمان حاصل از تابع هدف دوم مساله را با روش‌های حل مختلف و هم‌چنین همگرایی الگوریتم‌ها را در تکرار مختلف جهت کسب مقدار بهینه تابع هدف نشان می‌دهد.



شکل ۹- چیدمان بهینه حاصل از حل تابع هدف دوم.

Figure 9- The optimal arrangement resulting from solving the second objective function.

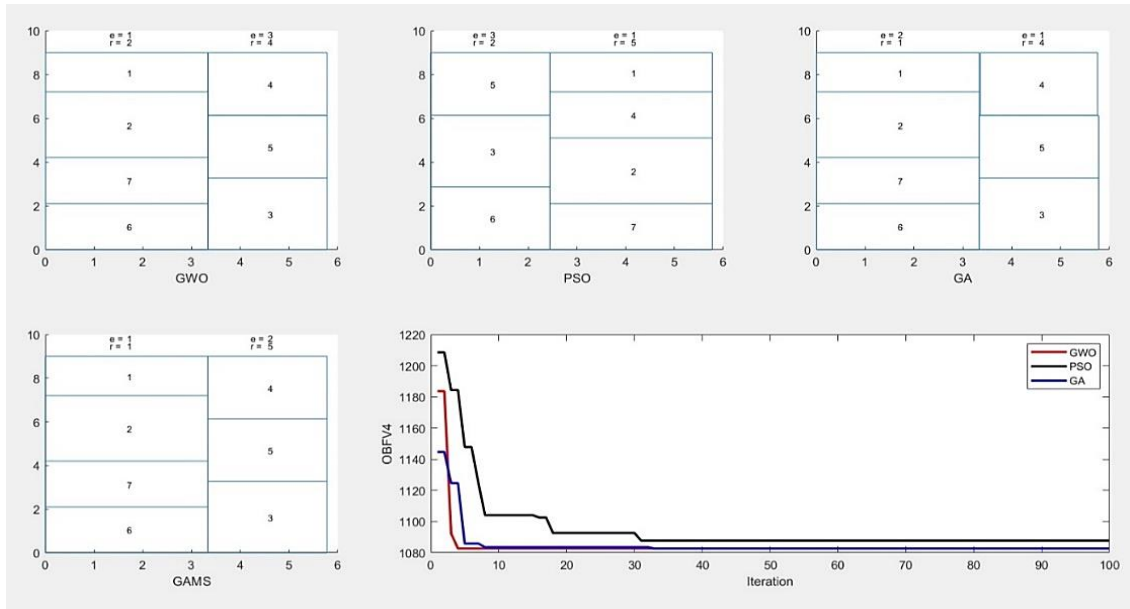
هدف اصلی در چیدمان شکل ۹ افزایش استفاده از سطح تجهیزات و امکانات با توجه به محدودیت بودجه در دسترس می‌باشد. براین اساس مشاهده می‌شود که بخش ۱ و ۴ با سطح تجهیزات ۳ در کلیه روش‌های حل مساله انتخاب شده است. شکل ۱۰ بهترین چیدمان حاصل از تابع هدف سوم مساله را با روش‌های حل مختلف و هم‌چنین همگرایی الگوریتم‌ها را در تکرار مختلف جهت کسب مقدار بهینه تابع هدف نشان می‌دهد.



شکل ۱۰- چیدمان بهینه حاصل از حل تابع هدف سوم.

Figure 10- The optimal arrangement resulting from solving the third objective function.

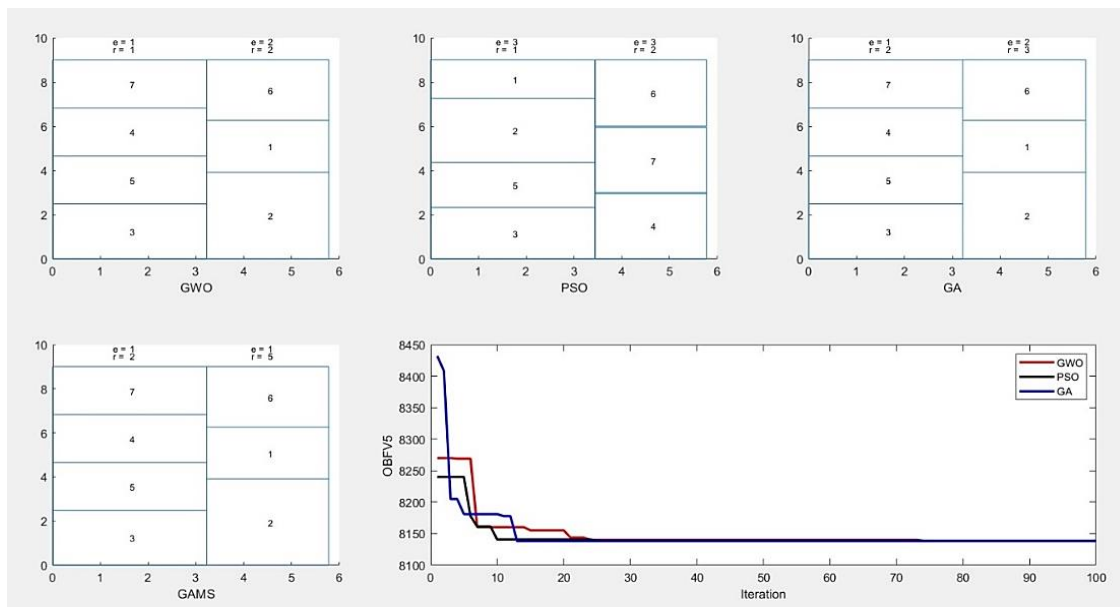
هدف اصلی در چیدمان شکل ۱۰ نزدیکی دیارتیمان‌های دارای روابط A به یکدیگر و دوری دیارتیمان‌های دارای روابط X از یکدیگر می‌باشد. شکل ۱۱ بهترین چیدمان حاصل از تابع هدف چهارم مساله را با روش‌های حل مختلف و هم‌چنین همگرایی الگوریتم‌ها را در تکرار مختلف جهت کسب مقدار بهینه تابع هدف نشان می‌دهد.



شکل ۱۱- چیدمان بهینه حاصل از حل تابع هدف چهارم.

Figure 11- The optimal arrangement resulting from the solution of the fourth objective function.

هدف اصلی در چیدمان شکل ۱۱ نزدیکی دیارتیمان‌های ملزم به استفاده بیش‌تر از تجهیزات آتش‌نشانی به مرکز قرارگیری تجهیزات آتش‌نشانی است. درنهایت شکل ۱۲ بهترین چیدمان حاصل از تابع هدف پنجم مساله را با روش‌های حل مختلف و هم‌چنین همگرایی الگوریتم‌ها را در تکرار مختلف جهت کسب مقدار بهینه تابع هدف نشان می‌دهد.



شکل ۱۲- چیدمان بهینه حاصل از حل تابع هدف پنجم.

Figure 12- The optimal arrangement resulting from solving the fifth objective function.

هدف اصلی در چیدمان شکل ۱۲ نزدیکی دپارتمان‌های خاص به شرایط اقلیمی مناسب است. در شکل ۸ تا شکل ۱۲ بخش‌های انتخاب شده جهت چیدمان و هم‌چنین سطح تجهیزات و امکانات تخصیص یافته به هر بخش با هر روش به کاررفته نشان داده شده است.

پس از بررسی تک تک توابع هدف به روش بهینه‌سازی انفرادی و استفاده از الگوریتم‌های تک هدفه *GA*، *PSO* و *GWO* می‌توان نتیجه گرفت که کروموزوم مورد استفاده در حل مساله و هم‌چنین استفاده از الگوریتم‌های مذکور از کارایی بالایی در کسب جواب بهینه در مدت زمان کوتاه برخوردارند. از این رو با استناد به نتایج به دست آمده از الگوریتم‌های چندهدفه *NSGA-II*، *MOPSO* و *MOGWO* و هم‌چنین روش اپسیلون محدودیت به عنوان یک روش دقیق برای حل مدل چندهدفه استفاده شده است. با در نظرگیری مساله نمونه سائز کوچک با ۷ دپارتمان، ۵ بخش، ۳ نوع تجهیزات و امکانات و ۲ دوره زمانی، مجموعه جواب‌های کارای مساله با روش اپسیلون محدودیت به شرح جدول ۸ می‌باشد.

جدول ۸- مجموعه جواب‌های کارای به دست آمده از حل مساله با روش اپسیلون محدودیت.

Table 8- The set of efficient solutions obtained from solving the problem with the epsilon constraint method.

جواب کارا	Z1	Z2	Z3	Z4	Z5
1	7390.19	7263	1485.95	1392.5	8640.73
2	7768.81	7249	1761.64	1258.51	8497.39
3	7718.25	7190	1914.73	1198.39	8614.12
4	7690.27	7176	1793.96	1205.1	8575.41
5	7486.1	7158	1434.17	1363.85	8306.03
6	7483.06	6850	1871.3	1143.5	8743.74
7	7373.25	6777	1541.32	1318.1	8325.95
8	7434.95	6759	1770.36	1288.23	8343.2
9	7558.94	6745	1796.77	1348.35	8576.61
10	7702.16	6569	1845.1	1296.97	8274.62
11	7647.91	6478	1845.3	1187.43	8580.33
12	7457.12	6464	1594.57	1401.14	8421.97
13	7414.57	6120	1795.29	1137.02	8633.17
14	7479.71	6065	1978.41	1454.46	8333.84
15	7717.71	5923	1836.28	1462.57	8429.53
16	7706.33	5746	1775.11	1366.44	8480.51
17	7572.04	5674	1589.22	1224.52	8689.5
18	7463.21	5171	1618.52	1205.65	8484.78

مطابق با جدول ۸، ۱۸ جواب کارا برای مساله چیدمان استوار تسهیلات در سائز کوچک با روش اپسیلون محدودیت به دست آمده است. هم‌چنین نتایج به دست آمده از حل مساله سائز کوچک با الگوریتم‌های فرا ابتکاری نشان می‌دهد که ۶۷ جواب کارا با الگوریتم *NSGA*-

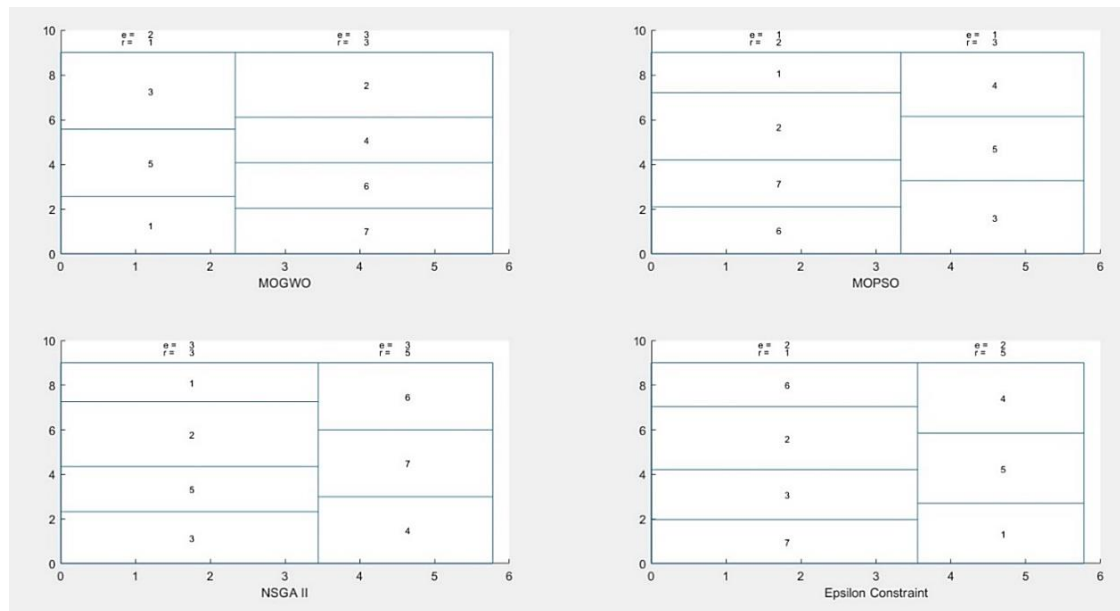
II، ۸۱ جواب کارا با الگوریتم *MOGWO* و ۷۲ جواب کارا با الگوریتم *MOPSO* حاصل شده است. جدول ۹ شاخص‌های مقایسه جواب‌های کارا را در بین روش‌های حل مختلف نشان می‌دهد.

جدول ۹- مقایسه شاخص‌های به‌دست‌آمده توسط روش‌های حل مختلف در مساله سایز کوچک.

Table 9- Comparison of indices obtained by different solution methods in the small size problem.

شاخص	NSGA-II	MOPSO	MOGWO	اپسیلون محدودیت
Z1	7198.23	7193.44	7207.75	7559.14
Z2	5667.71	5611.66	5633.86	6520.94
Z3	1656.45	1632.74	1638.28	1736
Z4	1227.5	1238.36	1246.42	1291.81
Z5	8451.74	8443.1	8427.53	8497.3
NPF	67	72	81	18
MSI	4618.72	4963.86	4622.24	2270.5
SM	0.34	0.29	0.26	0.28
Cpu-time	38.25	18.79	25.94	618.67

با توجه به نتایج مقایسه شاخص‌های جواب کارا می‌توان نتیجه گرفت که الگوریتم *NSGA-II* در کسب شاخص میانگین تابع هدف دوم، میانگین تابع هدف چهارم کارا تر از دیگر روش‌های حل بوده است. الگوریتم *MOPSO* نیز در کسب شاخص‌های میانگین تابع هدف اول، میانگین تابع هدف سوم، بیش‌ترین گسترش و زمان محاسباتی کارایی بالاتری دارد. در نهایت الگوریتم *MOGWO* نیز در کسب شاخص تعداد جواب کارا، میانگین تابع هدف پنجم از کارایی بالاتری برخوردار است. هم‌چنین با مقایسه نتایج به‌دست‌آمده از حل مساله نمونه سایز کوچک می‌توان بیان کرد که الگوریتم‌های فرا ابتکاری در کسب جواب‌های کارا و تشکیل جبهه پارتو از کارایی بالاتری نسبت به زمان حل برخوردارند. برای مثال اولین جواب کارا به‌دست‌آمده از جواب کارای روش‌های حل مختلف در شکل ۱۳ نشان داده شده است.

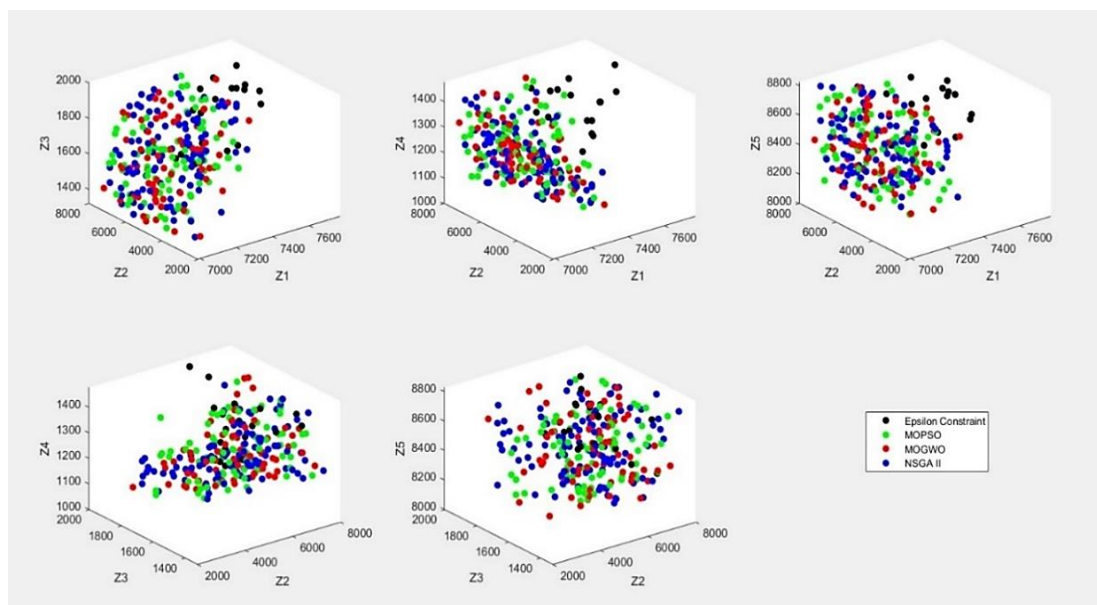


شکل ۱۳- چیدمان بهینه اولین جواب کارای مساله با روش‌های حل مختلف.

Figure 13- Optimal arrangement of the first efficient solution of the problem with different solution methods.

هم‌چنین جهت بررسی جبهه پارتو به‌دست‌آمده از حل مساله نمونه سایز کوچک، شکل ۱۴ به مقایسه جبهه پارتو روش‌های حل مختلف در بین دو به دو توابع هدف پرداخته است.





شکل ۱۴- چیدمان بهینه اولین جواب کارای مساله با روش‌های حل مختلف.

Figure 14- Optimal arrangement of the first efficient solution of the problem with different solution methods.

شاخص‌های مقایسه نشان داد که الگوریتم‌های فرا ابتکاری *NSGA-II*، *MOPSO* و *MOGWO* از کارایی بالایی در دستیابی به جواب کارا و تشکیل جبهه پارتو برخوردارند؛ لذا برای حل مساله در سایزهای بزرگ‌تر از این روش‌های حل استفاده و در نهایت مقایسات آماری بین آن‌ها انجام پذیرفته است. از این رو جدول ۱۰، ۱۵ مساله نمونه در سایزهای مختلف (کوچک تا بزرگ) را نشان می‌دهد. هم‌چنین داده‌های مربوط به مسایل نمونه در سایزهای مختلف مطابق با داده‌های ارزیابی شده در جدول ۵ می‌باشد.

جدول ۱۰- اندازه مسایل نمونه مختلف در سایزهای بزرگ‌تر.

Table 10- The size of different sample problems in larger sizes.

W	H	E	T	J	I	مساله نمونه
10	10	3	4	5	8	1
10	10	3	4	5	10	2
12	10	3	5	6	12	3
12	12	4	5	6	15	4
12	15	4	6	8	20	5
15	18	4	6	8	30	6
15	20	5	8	10	40	7
15	22	5	8	10	50	8
20	25	5	10	12	60	9
20	28	6	10	12	70	10
20	30	6	12	15	80	11
22	35	8	12	15	100	12
25	38	8	15	20	120	13
25	40	10	15	30	140	14
25	50	12	18	40	150	15

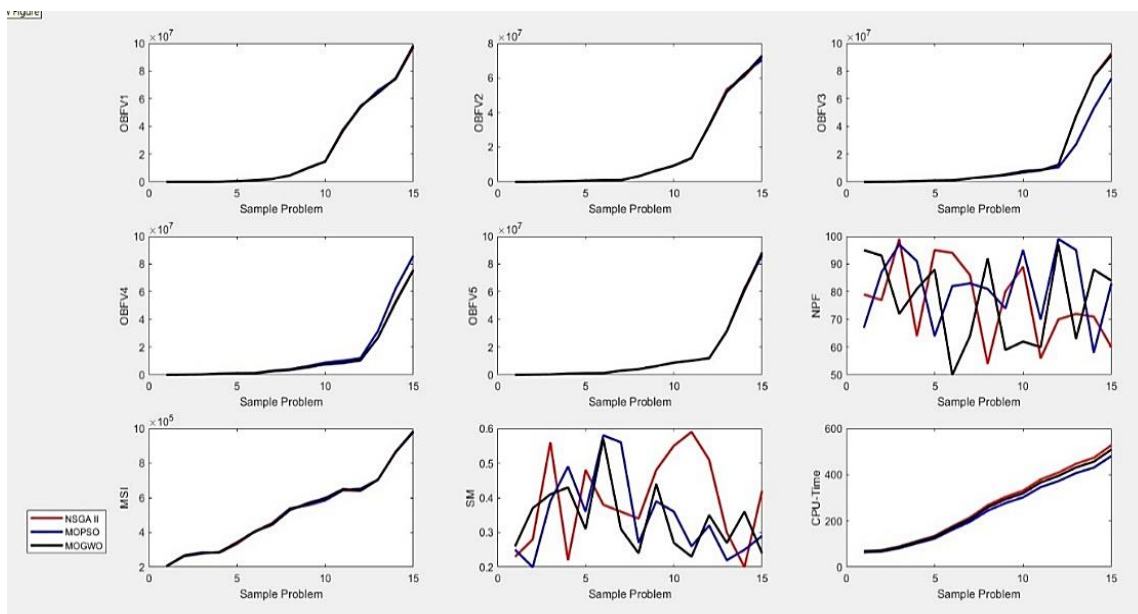
هر یک از مسایل نمونه ۳ بار توسط الگوریتم‌های پیشنهادی حل و میانگین‌های توابع هدف و شاخص‌های مقایسه جواب‌های کارا محاسبه شده است. جهت بررسی نتایج کلی شاخص‌های مقایسه جدول ۱۱ میانگین‌های کلی شاخص‌های مقایسه جواب‌های کارا را بین ۱۵ مساله نمونه نشان می‌دهد.

براساس نتایج جدول ۱۱ الگوریتم *NSGA II* بهترین مقدار میانگین تابع هدف اول، دوم و پنجم را به دست آورده است. الگوریتم *MOPSO* بهترین میانگین تعداد جواب کارا و زمان محاسباتی و در نهایت الگوریتم *MOGWO* بهترین مقدار میانگین تابع هدف سوم، چهارم، بیش‌ترین گسترش و فاصله متریک را کسب نموده است؛ لذا در شکل ۱۵ و ۱۶ به ترتیب روند تغییرات میانگین‌های شاخص‌ها در هر مساله نمونه و میانگین کل شاخص‌های به دست آمده در تمام مسایل نمونه نشان داده شده است.

جدول ۱۱- میانگین کل شاخص‌های جواب‌های کارا در بین همه مسایل نمونه.

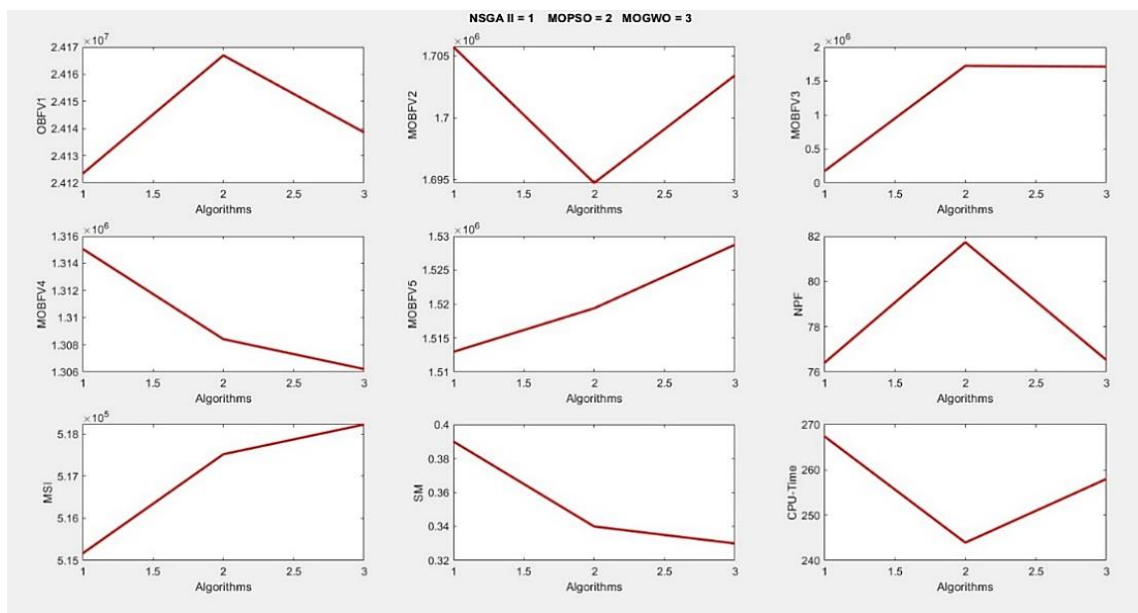
Table 11- The average of the total indicators of effective answers among all sample problems.

MOGWO	MOPSO	NSGA-II	شاخص
24138593	24166933	24123407	میانگین تابع هدف اول
1703436.6	1694745.9	1705733.2	میانگین تابع هدف دوم
1712054.8	1723182.7	1722763.4	میانگین تابع هدف سوم
1306218.6	1308420.5	1315063.8	میانگین تابع هدف چهارم
1528735.9	1519380.2	1512976.9	میانگین تابع هدف پنجم
76.53	81.73	76.4	میانگین تعداد جواب کارا
518228.37	517523.36	515167.21	میانگین بیش‌ترین گسترش
0.33	0.34	0.39	میانگین فاصله متریک
257.99	243.93	267.42	میانگین زمان محاسباتی



شکل ۱۵- روند تغییرات شاخص‌های به‌دست‌آمده از حل مسایل نمونه سایز بزرگ‌تر.

Figure 15- The trend of changes of indicators obtained from solving the problems of a larger sample size.



شکل ۱۶- مقایسه شاخص‌های به‌دست‌آمده از حل مسایل کل نمونه سایز بزرگ‌تر.

Figure 16- Comparison of indicators obtained from solving the problems of the larger sample size.



با توجه به نزدیکی نتایج به‌دست‌آمده از حل مسایل نمونه در سائزهای بزرگ توسط الگوریتم‌های فرا ابتکاری، بایستی از لحاظ معناداری نتایج به‌دست‌آمده، میانگین نتایج با یکدیگر مقایسه شود. از این رو از آزمون آماری *T-Test* جهت بررسی معناداری میانگین‌های شاخص‌های مقایسه بین دو به دو الگوریتم‌های فرا ابتکاری استفاده شده است. جدول ۱۲ مقدار *T-Value* و *P-Value* به‌دست‌آمده از آزمون آماری *T-Test* را در سطح اطمینان ۹۵٪ نشان می‌دهد.

جدول ۱۲ - نتایج آزمون آماری *T-Test* در بررسی معناداری شاخص‌های مقایسه.

Table 12- The results of the T-Test statistical test in examining the significance of the comparison indicators.

T-Value	P-Value	الگوریتم	شاخص
0.34	0.74	NSGA-II-MOPSO	میانگین تابع هدف اول
0.08	0.93	NSGA-II-MOGWO	
0.18	0.86	MOPSO-MOGWO	
0.59	0.56	NSGA-II-MOPSO	میانگین تابع هدف دوم
0.16	0.87	NSGA-II-MOGWO	
0.49	0.63	MOPSO-MOGWO	
0.05	0.96	NSGA-II-MOPSO	میانگین تابع هدف سوم
1.06	0.31	NSGA-II-MOGWO	
0.96	0.35	MOPSO-MOGWO	
0.74	0.47	NSGA-II-MOPSO	میانگین تابع هدف چهارم
1.31	0.21	NSGA-II-MOGWO	
0.24	0.81	MOPSO-MOGWO	
0.4	0.67	NSGA-II-MOPSO	میانگین تابع هدف پنجم
1.31	0.21	NSGA-II-MOGWO	
0.58	0.5	MOPSO-MOGWO	
1.12	0.28	NSGA-II-MOPSO	میانگین تعداد جواب کارا
0.02	0.98	NSGA-II-MOGWO	
0.93	0.37	MOPSO-MOGWO	
2.04	0.06	NSGA-II-MOPSO	میانگین بیش‌ترین گسترش
1.73	0.11	NSGA-II-MOGWO	
0.48	0.64	MOPSO-MOGWO	
1.1	0.29	NSGA-II-MOPSO	میانگین فاصله متریک
1.28	0.22	NSGA-II-MOGWO	
0.35	0.73	MOPSO-MOGWO	
6.48	0	NSGA-II-MOPSO	میانگین زمان محاسباتی
6.61	0	NSGA-II-MOGWO	
6.39	0	MOPSO-MOGWO	

نتایج جدول ۱۲ نشان از وجود اختلاف معنادار بین میانگین‌های زمان محاسباتی روش‌های حل مختلف دارد. از این رو به دلیل بالا بودن مقدار *P-Value* از مقدار ۰/۰۵ برای سایر شاخص‌ها برای انتخاب کاراترین الگوریتم برای حل مساله چیدمان تسهیلات استوار از روش چند شاخصه تاپسیس استفاده شده است. جدول ۱۳ میانگین شاخص‌های کلی مورد استفاده در حل مساله برای انتخاب کاراترین الگوریتم و وزن مطلوبیت به‌دست‌آمده با روش تاپسیس را نشان می‌دهد.

جدول ۱۳ - میانگین کل شاخص‌های جواب‌های کارا و وزن مطلوبیت روش تاپسیس.

Table 13- The total average of the indexes of effective answers and the weight of the desirability of the TOPSIS method.

MOGWO	MOPSO	NSGA-II	شاخص
24138593.3	24166933.3	24123406.7	میانگین تابع هدف اول
1703436.64	1694745.86	1705733.2	میانگین تابع هدف دوم
1712054.82	1723182.71	1722763.44	میانگین تابع هدف سوم
1306218.63	1308420.47	1315063.78	میانگین تابع هدف چهارم
1528735.91	1519380.17	1512976.92	میانگین تابع هدف پنجم
76.53	81.73	76.4	میانگین تعداد جواب کارا
518228.37	517523.36	515167.21	میانگین بیش‌ترین گسترش
0.33	0.34	0.39	میانگین فاصله متریک
257.99	243.93	267.42	میانگین زمان محاسباتی
0.94	0.82	0.06	وزن مطلوبیت

الگوریتم *MOGWO* با کسب وزن مطلوبیت ۰/۹۴ به‌عنوان کاراترین الگوریتم برای حل مساله چیدمان استوار تسهیلات برای فضای نابرابر با در نظر گرفتن معیارهای ایمنی بهداشت و زیست‌محیطی تحت پارامترهای غیر قطعی انتخاب می‌گردد.

در این مقاله به مدل سازی یک مساله چیدمان استوار تسهیلات با در نظر گرفتن معیارهای ایمنی بهداشت و زیست محیطی تحت عدم قطعیت پرداخته شد. هدف اصلی در این مساله چیدمان دپارتمانها در بخش های مختلف یک سالن و تخصیص فضای لازم به دپارتمانها و همچنین تعیین نوع تجهیزات و امکانات مورد نیاز به هر بخش انتخابی بود. برای دستیابی به هدف فوق، ۵ معیار هزینه کل انتقال و انتخاب بخش، دسترسی به تجهیزات و امکانات بیش تر، دسترسی به تجهیزات اطفاء حریق، دسترسی به شرایط اقلیمی مطلوب و دور بودن دپارتمانهای پر صدا از یکدیگر بود. با توجه به چند هدفه بودن مدل ریاضی طراحی شده، برای حل مساله از روش دقیق اپسیلون محدودیت و همچنین الگوریتم های *NSGA-II*، *MOPSO* و *MOGWO* با ارایه یک کروموزوم مناسب استفاده شد. نتایج بررسی نتایج محاسباتی نشان داد که الگوریتم های تک هدفه *GA*، *PSO* و *GWO* از کارایی بالایی در دستیابی به مقدار بهینه تابع هدف در زمان بسیار کوتاه تر برخوردارند؛ لذا از کروموزوم طراحی شده می توان برای حل مدل چند هدفه استفاده نمود. از این رو با طراحی یک مساله نمونه در سایز کوچک و حل با استفاده از روش اپسیلون محدودیت و الگوریتم های مذکور نشان داده شد که الگوریتم های چند هدفه در دستیابی به تعداد جواب های کارایی بیش تر در زمان کوتاه تر از کارایی بالاتری برخوردارند. برای نشان دادن کارایی الگوریتم های فرا ابتکاری ۱۵ مساله نمونه در سایزهای بزرگ تر طراحی و براساس شاخص های میانگین توابع هدف، تعداد جواب کارا، بیش ترین گسترش، فاصله متریک و زمان محاسباتی نتایج بررسی شد. براساس نتایج الگوریتم *NSGA-II* بهترین مقدار میانگین تابع هدف اول، دوم و پنجم؛ الگوریتم *MOPSO* بهترین میانگین تعداد جواب کارا و زمان محاسباتی و در نهایت الگوریتم *MOGWO* بهترین مقدار میانگین تابع هدف سوم، چهارم، بیش ترین گسترش و فاصله متریک را کسب نموده است. همچنین مقایسات آماری تنها نشان از وجود اختلاف معنادار بین میانگین های زمان محاسباتی را داشته است. برای ارزیابی و رتبه بندی الگوریتم ها از روش تاپسیس استفاده و نتایج نشان از کارایی بالای الگوریتم *MOGWO* در حل مسایل نمونه سایز بزرگ تر بود.

از سوی دیگر با طراحی مدل چیدمان تسهیلات استوار در این مقاله، مدیریت می تواند با اتخاذ تصمیمات مناسب براساس یکی از جواب های کارایی به دست آمده از الگوریتم *MOGWO*، مناسب ترین چیدمان را از حیث کمینه کردن زمان انتقال و دوری دپارتمان های پر صدا از یکدیگر، نزدیکی دپارتمانها به شرایط اقلیمی مناسب و همچنین نزدیکی دپارتمانها به تجهیزات اطفاء حریق انتخاب کند. همچنین از آنجایی که داده های مساله براساس نظرات خبرگان جمع آوری و با روش برنامه ریزی فازی کنترل شده است، بیش ترین کمترین تغییرات در نتایج تابع هدف و همچنین تغییرات در اندازه و سطح تجهیزات به کاررفته برای مدیریت آشکار شده و مدیریت می تواند کنترل دقیق تری را در شرایط بحرانی و بدبینانه داشته باشد.

توافقنامه نویسندگان

مقاله حاضر توسط نویسندگان به طور کامل مطالعه شده است و مقاله، اثر اصلی نویسندگان بوده، قبلا چاپ نشده و در حال حاضر تحت انتشار نمی باشد.

منابع مالی

هیچ گونه تضاد منافی بین نویسندگان وجود ندارد و تمامی منابع توسط خود نویسندگان تامین شده است.

تعارض با منافع

نویسندگان اعلام می دارند که هیچ تضادی در منافع در مورد انتشار این نسخه وجود ندارد.





- [1] Tavakkoli-Moghaddam, R., Javadian, N., Javadi, B., & Safaei, N. (2007). Design of a facility layout problem in cellular manufacturing systems with stochastic demands. *Applied mathematics and computation*, 184(2), 721–728.
- [2] Jafari, H., & Sheykhani, A. (2021). Using a new algorithm to improve the search answer in quadratic assignment problem (QAP). *International journal of research in industrial engineering*, 10(2), 165–173.
- [3] McKendall Jr, A. R., & Shang, J. (2006). Hybrid ant systems for the dynamic facility layout problem. *Computers & operations research*, 33(3), 790–803.
- [4] Aiello, G., La Scalia, G., & Enea, M. (2012). A multi objective genetic algorithm for the facility layout problem based upon slicing structure encoding. *Expert systems with applications*, 39(12), 10352–10358. DOI:10.1016/j.eswa.2012.01.125
- [5] Pourvaziri, H., Pierreval, H., & Marian, H. (2021). Integrating facility layout design and aisle structure in manufacturing systems: formulation and exact solution. *European journal of operational research*, 290(2), 499–513. DOI:10.1016/j.ejor.2020.08.012
- [6] Anjos, M. F., & Vieira, M. V. C. (2017). Mathematical optimization approaches for facility layout problems: the state-of-the-art and future research directions. *European journal of operational research*, 261(1), 1–16. DOI:10.1016/j.ejor.2017.01.049
- [7] Allahyari, M. Z., & Azab, A. (2018). Mathematical modeling and multi-start search simulated annealing for unequal-area facility layout problem. *Expert systems with applications*, 91, 46–62.
- [8] Liu, S., Zhang, Z., Guan, C., Zhu, L., Zhang, M., & Guo, P. (2021). An improved fireworks algorithm for the constrained single-row facility layout problem. *International journal of production research*, 59(8), 2309–2327.
- [9] Ghahremani-Nahr, J., Nozari, H., & Bathaee, M. (2021). Robust box approach for blood supply chain network design under uncertainty: hybrid moth-flame optimization and genetic algorithm. *International journal of innovation in engineering*, 1(2), 40–62.
- [10] Anjos, M. F., & Vieira, M. V. C. (2021). Mathematical optimization approach for facility layout on several rows. *Optimization letters*, 15(1), 9–23.
- [11] Drira, A., Pierreval, H., & Hajri-Gabouj, S. (2007). Facility layout problems: a survey. *Annual reviews in control*, 31(2), 255–267.
- [12] Samarghandi, H., & Eshghi, K. (2010). An efficient tabu algorithm for the single row facility layout problem. *European journal of operational research*, 205(1), 98–105.
- [13] Jiang, S., & Nee, A. Y. C. (2013). A novel facility layout planning and optimization methodology. *CIRP annals - manufacturing technology*, 62(1), 483–486. DOI:10.1016/j.cirp.2013.03.133
- [14] Xu, J., & Song, X. (2015). Multi-objective dynamic layout problem for temporary construction facilities with unequal-area departments under fuzzy random environment. *Knowledge-based systems*, 81, 30–45.
- [15] Wang, S., Zuo, X., Liu, X., Zhao, X., & Li, J. (2015). Solving dynamic double row layout problem via combining simulated annealing and mathematical programming. *Applied soft computing*, 37, 303–310.
- [16] Ulutas, B., & Islier, A. A. (2015). Dynamic facility layout problem in footwear industry. *Journal of manufacturing systems*, 36, 55–61. DOI:10.1016/j.jmsy.2015.03.004
- [17] Azevedo, M. M., Crispim, J. A., & de Sousa, J. P. (2017). A dynamic multi-objective approach for the reconfigurable multi-facility layout problem. *Journal of manufacturing systems*, 42, 140–152.
- [18] Paes, F. G., Pessoa, A. A., & Vidal, T. (2017). A hybrid genetic algorithm with decomposition phases for the unequal area facility layout problem. *European journal of operational research*, 256(3), 742–756.
- [19] Liu, J., Wang, D., He, K., & Xue, Y. (2017). Combining Wang–Landau sampling algorithm and heuristics for solving the unequal-area dynamic facility layout problem. *European journal of operational research*, 262(3), 1052–1063. DOI:10.1016/j.ejor.2017.04.002
- [20] Turanoğlu, B., & Akkaya, G. (2018). A new hybrid heuristic algorithm based on bacterial foraging optimization for the dynamic facility layout problem. *Expert systems with applications*, 98, 93–104.
- [21] Guan, C., Zhang, Z., Liu, S., & Gong, J. (2019). Multi-objective particle swarm optimization for multi-workshop facility layout problem. *Journal of manufacturing systems*, 53, 32–48.
- [22] García-Hernández, L., Salas-Morera, L., Garcia-Hernandez, J. A., Salcedo-Sanz, S., & de Oliveira, J. V. (2019). Applying the coral reefs optimization algorithm for solving unequal area facility layout problems. *Expert systems with applications*, 138, 112819.
- [23] Liu, J., & Liu, J. (2019). Applying multi-objective ant colony optimization algorithm for solving the unequal area facility layout problems. *Applied soft computing*, 74, 167–189.
- [24] García-Hernández, L., Salas-Morera, L., Carmona-Muñoz, C., Garcia-Hernandez, J. A., & Salcedo-Sanz, S. (2020). A novel island model based on coral reefs optimization algorithm for solving the unequal area facility layout problem. *Engineering applications of artificial intelligence*, 89, 103445.



- [25] Dahlbeck, M. (2021). A mixed-integer linear programming approach for the T-row and the multi-bay facility layout problem. *European journal of operational research*, 295(2), 443–462.
- [26] Ahmadi-Javid, A., & Ardestani-Jaafari, A. (2021). The unequal area facility layout problem with shortest single-loop AGV path: how material handling method matters. *International journal of production research*, 59(8), 2352–2374. DOI:10.1080/00207543.2020.1733124
- [27] Ghahremani Nahr, J., & Bathaee, M. (2021). Design of a humanitarian logistics network considering the purchase contract. *Journal of decisions and operations research*, 6(3), 423–444.
- [28] Nozari, H., Najafi, E., Fallah, M., & Hosseinzadeh Lotfi, F. (2019). Quantitative analysis of key performance indicators of green supply chain in FMCG industries using non-linear fuzzy method. *Mathematics*, 7(11), 1020. <https://doi.org/10.3390/math7111020>
- [29] Nory, F., & Ghahremani Nahr, J. (2019). Robust-possibilistic optimization method at design of a pharmaceutical supply chain network under uncertainty and discount on purchase the raw material. *Journal of modeling in engineering*, 17(58), 249–266. (In Persian). https://modelling.semnan.ac.ir/article_4015_en.html?lang=fa
- [30] Ghahremani Nahr, J. (2020). Improvement the efficiency and efficiency of the closed loop supply chain: whale optimization algorithm and novel priority-based encoding approach. *Journal of decisions and operations research*, 4(4), 299–315. (In Persian). https://www.journal-dmor.ir/article_103943_en.html?lang=fa