E-ISSN: 2676-6159 | P-ISSN: 2538-5079

Journal of Decisions and Operations Research

www.journal-dmor.ir

J. Decis. Oper. Res. Vol. 7, No. 4 (2022) 648–665.

Paper Type: Original Article

Developing a Multi-Product Economic Order Quantity Model with Necessary Simultaneous Orders for Imperfect Quality Items

Pegah Farhangian[1], Hadi Mokhtari[1,*]

[1] *Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, University of Kashan, Kashan, Iran; farhangianp8@gmail.com; mokhtari_ie@kashanu.ac.ir.*

Citation:

Farhangian, P., & Mokhtari, H. (2022). Developing a multi-product economic order quantity model with necessary simultaneous orders for imperfect quality items. *Journal of decisions and operations research, 7*(4), 648-665.

Received: 13/04/2021 Reviewed: 10/05/2021 Revised: 26/07/2021 Accepted: 16/08/2021

Abstract

Purpose: The classic model of economic order quantity was introduced several decades ago to reduce inventory costs in companies and has since been widely used in various areas of inventory control. In recent years, researchers have developed various aspects of the EOQ model. Because the classic EOQ model does not take into account many important parameters in the real world. The purpose of this paper is to develop a classic EOQ model in order to operationalize and realize the assumptions in the space of simultaneous orders with imperfect quality items.

Methodology: In this research, a mathematical modeling is developed for the imperfect inventory system as well as the simultaneous ordering requirement. Finally, a numerical example is provided along with the analysis of the results.

Findings: The results show that changing the screening rate can have a significant effect on reducing or increasing costs. This cost effect is due to the cost of maintaining items of poor quality until the end of the inspection period. The faster the screening operation and the faster the defective items are removed from the system, the lower the cost.

Originality/Value: In classic models, it is assumed that items of appropriate quality are ordered. In fact, due to the unstable quality of the production process, improper transportation, corruption or other factors, the presence of defective items is inevitable. In the proposed EOQ inventory system, these items are separated by 100% inspection of the consignment, and then these isolated items are sold in a package at a discounted price. Also, in order to reduce the fixed costs of ordering and shipping, the policy of simultaneous ordering has been used for all product categories, which has a high efficiency in reducing costs.

Keywords: Imperfect quality items, 100% inspection, Multiple products, Simultaneous ordering, Inventory control.

Corresponding Author: mokhtari_ie@kashanu.ac.ir http://dorl.net/dor/20.1001.1.25385097.1401.7.4.11.2

Licensee. **Journal of Decisions and Operations Research**. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (http://creativecommons.org/licenses/by/4.0).

Journal of Decisions and Operations Research

تصمیم‌گیری و تحقیق در عملیات

دوره ۷، شماره (۴)، (۱۴۰۱)، ۶۶۵-۶۴۸

www.journal-dmor.ir

نوع مقاله: پژوهشی

توسعه مدل مقدار سفارش اقتصادی چند محصولی با الزام سفارشات هم‌زمان برای اقلام باکیفیت نامطلوب

پگاه فرهنگیان[۱]، هادی مختاری[۱*]

[۱]گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه کاشان، کاشان، ایران.

چکیده

هدف: مدل کلاسیک مقدار سفارش اقتصادی چندین دهه قبل برای کاهش هزینه‌های موجودی ارایه شد و از ان زمان تاکنون به‌طور گسترده در زمینه‌های مختلف کنترل موجودی مورداستفاده قرارگرفته است. در سال‌های اخیر محققان جنبه‌های گوناگون مدل EOQ را توسعه داده اند؛ زیرا مدل کلاسیک EOQ بسیاری از پارامترهای مهم در دنیای واقعی را در نظر نمی‌گیرد. هدف در این مقاله، توسعه‌ی مدل کلاسیک EOQ در راستای عملیاتی و واقعی کردن مفروضات در فضای سفارش‌ها هم‌زمان و با اقلام کیفیت نامطلوب است.

روش‌شناسی پژوهش: در این تحقیق یک مدل‌سازی ریاضی برای سیستم موجودی کالای معیوب و همچنین الزام سفارش هم‌زمان توسعه داده می‌شود، سپس مدل ریاضی با روش تحلیلی حل می‌شود و اعتبارسنجی مدل با حذف مفروضات ارایه شده و تبدیل مدل فعلی را به مدل کلاسیک و درنهایت یک مثال عددی به همراه تحلیل نتایج ان ارایه می‌گردد.

یافته‌ها: نتایج نشان می‌دهد که تغییر نرخ غربالگری می‌تواند تاثیر به نسبت زیادی بر کاهش یا افزایش هزینه‌ها داشته باشد، این تاثیر هزینه ناشی از هزینه نگه‌داری اقلام با کیفیت نامطلوب تا انتهای دوره بازرسی است. هرچه عملیات غربالگری سریع‌تر انجام شود و اقلام معیوب سریع‌تر از سیستم خارج شوند، این هزینه‌ی تحمیل‌شده کمتر می‌شود.

اصالت/ارزش‌افزوده علمی: در مدل‌های کلاسیک فرض شده است اقلام باکیفیت مناسب سفارش داده می‌شوند. درحالی‌که در واقعیت به علت کیفیت ناپایدار فرایند تولید، حمل‌ونقل نامناسب، فسادپذیری یا دیگر فاکتورها، وجود اقلام معیوب امری اجتناب‌ناپذیر است. در سیستم موجودی EOQ پیشنهادی این اقلام به کمک بازرسی ۱۰۰% از محموله جداسازی شده و سپس این اقلام جداسازی شده در قالب یک بسته باقیمت تخفیف یافته به فروش می‌رسد. همچنین به‌منظور کاهش هزینه‌های ثابت سفارش دهی و حمل‌ونقل، از سیاست دوره سفارش دهی هم‌زمان برای تمام دسته محصولات استفاده‌شده است که کارایی بالایی در کاهش هزینه‌ها دارد.

کلیدواژه‌ها: اقلام باکیفیت نامطلوب، بازرسی صد درصد، چند محصولی، سفارش هم‌زمان، کنترل موجودی.

۱- مقدمه

برای امروزه شرکت‌ها و سازمان‌ها به‌تناسب فعالیت و ماموریت خود به اشکال مختلف از قبیل خرید، انتقال، استفاده، نگهداری، توزیع و یا فروش با مواد و موجودی‌ها سروکار دارند. مدیریت مواد و موجودی‌ها به‌عنوان یکی از ابزارهای مدیریت عملیات و تولید در زنجیره تامین

* نویسنده مسئول

mokhtari_ie@kashanu.ac.ir

http://dorl.net/dor/20.1001.1.25385097.1401.7.4.11.2

تاثیر مستقیمی بر حوزه‌های مالی، تولیدی و بازاریابی شرکت‌ها دارد. به‌طوری‌که مدیریت کارآمد مواد و موجودی‌ها موجب افزایش سوددهی شرکت‌ها می‌گردد. درگذشته امور مربوط به طراحی، تامین مالی و تولید از اساسی‌ترین دغدغه‌های مدیریت به شمار می‌رفت و به‌طور سنتی بخش زیادی از زمان مدیریت و بودجه سازمان به منابع انسانی و تامین تجهیزات اختصاص می‌یافت و کنترل موجودی امری ساده و پیش‌پاافتاده به شمار می‌رفت، زیرا سازمان‌ها موادی را که نیاز داشتند به‌طور ثابت خریداری کرده و مازاد آن‌ها را به تامین‌کننده عودت می‌دادند. با گسترش حوزه‌های تخصصی شرکت‌ها و افزایش تعداد و تنوع مواد و همچنین پیچیده‌تر شدن محصولات تولیدی، مواد اولیه، مواد در جریان ساخت و زیر مونتاژها، برنامه‌ریزی و کنترل موجودی‌ها پیچیده‌تر شده که همین امر موجب گردید تا نیاز به مهارت‌های مدیریت مواد و موجودی‌ها در سطح صنایع مختلف افزایش یابد. از طرفی تاثیر مدیریت مواد بر قیمت نهایی محصول امری اجتناب‌ناپذیر است به‌طوری‌که امروزه در صنایع تولیدی هزینه مواد بیشترین سهم از هزینه‌ها را به خود اختصاص داده است (عبدالله زاده و نیکوفکر[1]، ۲۰۱٦). با توجه به مطالعات انجام‌شده در زمینه مدل‌های کنترل موجودی، خصوصا مدل‌هایی با محموله‌های دریافتی که شامل درصدی موارد معیوب ازلحاظ کیفیت می‌باشد، مشخص می‌شود که مدل‌های ارایه شده توسط محققین، به فرض‌های چندمحصولی بودن سیستم موجودی و الزام سفارش هم‌زمان برای انواع محصولات به‌منظور کاهش هزینه سفارش دهی و حمل‌ونقل توجه چندانی نشده است. در این زمینه بیشتر، تصمیم‌گیری در مورد میزان سفارش دهی برای یک محصول بررسی‌شده است. در این تحقیق یک مدل چندمحصولی ارایه خواهد شد که با در نظر گرفتن محدودیت سفارش دهی هم‌زمان برای انواع محصولات و همچنین بازرسی ۱۰۰% آن‌ها منجر به کاهش هزینه‌های سفارش دهی و تعیین مقدار بهینه می‌شود. به این منظور ابتدا باید یک دوره زمانی سفارش دهی بهینه برای تمام محصولات به دست آورده تا سپس بتوانیم مقدار سفارش دهی هریک از محصولات را بهینه کنیم. در این پژوهش با توجه به محدب بودن تابع هدف (تابع سود) از روش مشتق‌گیری برای یافتن مقدار بهینه تابع هدف استفاده می‌گردد. در ادامه ابتدا مروری بر پژوهش‌های قبلی مرتبط با موضوع این تحقیق و بررسی مفروضات آن‌ها پرداخته می‌شود. سپس مدل پیشنهادی با توصیف کامل پارامترها و مفروضات مدل و همچنین بررسی شکل‌های سطح موجودی ارایه شده و مقادیر بهینه دوره و مقدار سفارش دهی به دست می‌آید. در فصل چهارم اعتبارسنجی مدل، برای اطمینان از صحت مدل انجام می‌گردد و در انتهای همین فصل یک مثال عددی ارایه می‌شود و به تحلیل حساسیت و بررسی نتایج این مثال عددی در فصل پنجم پرداخته می‌شود. در بخش نهایی نتیجه‌گیری و جمع‌بندی بیان می‌گردد.

۲- پیشینه پژوهش

با پیدایش مطالعات کلاسیک در زمینه مدیریت علمی، مبحث کنترل موجودی‌ها و چگونگی تصمیم‌گیری در مورد آن‌ها همواره مشغله فکری مدیران بوده است. تاکنون پیشرفت‌های گسترده‌ای در این زمینه انجام‌گرفته و مدل‌های مختلفی برای کنترل موجودی‌ها ارایه شده است. بیشتر مدل‌هایی که در ابتدا مطرح شدند مدل‌های ساده‌ای بودند که بسیاری از شرایط محیط واقعی را در نظر نمی‌گرفتند اما باگذشت زمان مدل‌ها توسط محققان این زمینه توسعه فراوانی یافتند. در ادامه ابتدا به معرفی مدل‌های کلاسیک کنترل موجودی پرداخته‌شده است. سپس با جزئیات بیشتر، مروری بر ادبیات چهار فرض اصلی این پژوهش پرداخته می‌شود که عبارت‌اند از:

۱. مدل مقدار اقتصادی سفارش.
۲. مدل چند محصولی.
۳. مدل اقلام باکیفیت نامطلوب.
٤. الزام سفارش هم‌زمان.

۲-۱- مدل مقدار اقتصادی سفارش

مدل سفارش اقتصادی اولین و ساده‌ترین مدل قطعی کنترل موجودی است (هریس[2]، ۱۹۱۵). مدل سفارش اقتصادی، مدل *EOQ* ساده یکی از مدل‌های اولیه در مبحث برنامه‌ریزی و کنترل موجودی‌هاست که تحت عنوان مدل دریافت آنی و یا مدل کلاسیک سفارش دهی نیز شناخته می‌شود. هدف این مدل تعیین مقدار بهینه در یک سیستم سفارش دهی است به‌نحوی‌که مجموع هزینه‌های آن سیستم حداقل

[1] Abdollahzadeh and Nikoofekr
[2] Harris

مقدار ممکن گردد. در این مدل تمامی پارامترها قطعی است، سفارش به‌صورت آنی دریافت می‌شود و کمبود موجودی هم مجاز نیست. مفروضات لازم برای توجیه استفاده از مدل‌های تولید اقتصادی (*EPQ/EOQ*) به‌ندرت برآورده می‌شوند. برای تهیه مدل‌های ریاضی که بیشتر با مدل‌های واقعی مطابقت داشته و به عوامل تاثیرگذار در هزینه‌های موجودی پاسخ دهند، مدل‌ها باید توسعه یا تغییر یابند. مدل *EOQ* ساده بعدا توسط محققان دیگری با فرض‌های متفاوتی بسط و توسعه داده شد تا به دنیای واقعی نزدیک‌تر شود. به‌عنوان‌مثال چندین مدل قطعی را گسترش داده شد (هادی و ویتین[1]، ۱۹۶۳). آن‌ها در مدل‌هایشان فرض مجاز بودن کمبود را بررسی کردند. فرض کیفیت کامل اقلام تولیدی در مدل *EOQ* غیرواقعی شناخته شد زیرا پذیرش این فرض می‌تواند منجر به خطا در انتخاب اندازه دسته گردد (چنگ[2]، ۱۹۹۱). همچنین فرض‌های دیگری مانند فرض در نظر گرفتن کمبود، فرض احتمالی بودن تقاضا، فرض تحویل گسسته اقلام، فرض چند کالایی بودن سیستم و بسیاری دیگر از فرض‌ها توسط پژوهشگران مختلف برای توسعه این مدل ارایه شد.

۲-۲- مدل چند محصولی

مدل‌های موجودی تولید چند محصول برای دو دهه گذشته توسط محققان موردتوجه بسیاری قرارگرفته است. یک مدل تولید اقتصادی چند محصولی با تولید ناقص، دوباره‌کاری و محدودیت فضا تهیه شد (پسندیده و همکاران[3]، ۲۰۱۰). یک مدل تولید چند محصولی با ظرفیت تولید محدود و محدودیت سطح خدمات مورد تجزیه‌وتحلیل قرار گرفت (طالعی‌زاده و همکاران[4]، ۲۰۱۰). به‌علاوه، مدل تولید ناقص با میزان محصولات معیوب تصادفی تحت ظرفیت تولید محدود به‌روزرسانی شد، هزینه کل را در مقادیر بهینه سفارش داده‌شده، طول چرخه و مقدار تولید به حداقل رسانده‌اند (طالعی‌زاده و همکاران، ۲۰۱۳). با استفاده از الگوریتم ژنتیک و بهینه‌سازی، مدل تولیدی ناقص چند محصولی با ظرفیت تولید محدود حل‌شده است (پیرایش و پورمعید[5]، ۲۰۱۵). با توجه به محدودیت‌های بودجه و فضا، یک مدل موجودی برای تعیین میزان اقتصادی سفارش کالاها تهیه شد (پسندیده و همکاران، ۲۰۱۵). برای بهینه‌سازی مقدار سفارش و کیفیت فرایند، مدل چند کالایی با محدودیت تقاضای نامشخص، سطح خدمات و فضای ذخیره‌سازی آنالیز شد (ملیک و سرکر[6]، ۲۰۱۸).

۲-۳- مدل اقلام باکیفیت نامطلوب

در محیط تجاری رقابتی امروز، هر سازمان تولیدی مایل به تولید اقلام باکیفیت خوب است. به همین ترتیب، مشتریان بیشتر نگران کیفیت کالا هستند که منجر به افزایش رقابت بین سازمان‌ها در اطمینان از تولیدکنندگان اقلام باکیفیت بالا شده است (نوبیل و همکاران[7]، ۲۰۲۰). در مدیریت موجودی، تلاش‌های زیادی انجام‌شده است تا اندازه سفارش اقتصادی بر اساس مفروضات محدودکننده مدل *EOQ* که منجر به نزدیک شدن مدل‌های مدرن به کاربردهای صنعتی می‌شود، بهینه گردد. به‌عنوان‌مثال فرض کیفیت عالی در اکثر صنایع غیرواقعی است و در عمل ممکن است درنتیجه عوامل مختلف مانند حمل‌ونقل نامناسب، کیفیت پایین تولید، مواد اولیه نامناسب و... اقلام نامرغوبی در بین سفارشات وجود داشته باشد که می‌تواند منجر به خطاهایی در تعیین مقدار سفارش اقتصادی شود. ازاین‌رو عرضه غیرقابل پیش‌بینی می‌باشد.

پس از ارایه اولین مدل اندازه بزرگ توسط هریس، تحقیقات مختلفی سعی در استفاده از مفروضات غیرواقعی داشته‌اند. تاثیر عدم اطمینان عرضه در کنترل موجودی توسط بسیاری از محققان به رسمیت شناخته‌شده است. مدل‌های "عملکرد تصادفی" برای مواردی تهیه شد که مقدار دریافتی ممکن است با مقدار سفارش داده‌شده به دلیل فرایند عرضه غیرقابل‌اعتماد، مطابقت نداشته باشد.

اولین بار مفروضات زیر ساختار اجزای هزینه موجودی موردمطالعه قرار گرفت و سه مدل برای توصیف مطلوب خط‌مشی سفارش دهی تحت عملکرد تصادفی را ارایه شد (آرو و همکاران[8]، ۱۹۵۸). سپس یک بررسی دقیق مدل‌های عملکرد تصادفی ارایه شد (یانو و لی[9]، ۱۹۹۵). تاثیر موارد معیوب در مدل *EOQ* ساده با فرض این‌که یک فرایند خارج از کنترل با یک احتمال ثابت باشد موردمطالعه قرار گرفت

---

[1] Hadley and Whitin
[2] Cheng
[3] Pasandideh et al.
[4] Taleizadeh et al.
[5] Pirayesh and Poormoaied
[6] Malik and Sarkar
[7] Nobil et al.
[8] Arrow et al.
[9] Yano and Lee

(پرتئوس[۱]، ۱۹۸۶) و پیشنهاد کردند در صورت کامل نبودن فرایند، تعداد بیشتری تولید شود، آن‌ها فرض کردند زمان بین کنترل بودن و خارج از کنترل بودن یک فرایند از توزیع نمایی پیروی کند و موارد معیوب بلافاصله دوباره‌کاری شوند (رزونبلات و لی[۲]، ۱۹۸۶).

سیاست بازرسی برای مدل *EOQ* با کسری ثابت از محصولات معیوب موردمطالعه قرار گرفت (لی و رزونبلات[۳]، ۱۹۸۷). مدل‌های *EOQ* با اضافه کردن فرضی که نرخ خرابی یک توزیع شناخته‌شده در تعداد زیادی از محصولات وجود داشته باشد ارایه شد و هزینه‌های بازرسی ثابت و متغیر برای یافتن و حذف محصولات ناقص بررسی شد (شوالر[۴]، ۱۹۸۸). یک سیاست بازرسی مشترک تحت یک مدل *EOQ* موردمطالعه قرار گرفت که تعداد تصادفی از کالاها دارای نقص هستند و مدلی را در نظر گرفته شد که درآن واحدهای معیوب قابل‌استفاده نباشند بنابراین باید با واحدهای سالم جایگزین شوند (ژانگ و گرچک[۵]، ۱۹۹۰). برخی معتقدند است زمان اجرا بر کیفیت محصول تاثیر می‌گذارد و میزان نقص یک فرایند را به‌عنوان تابعی از زمان اجرای فرایند برای مقدار تولید اقتصادی به دست آورد (اوربن[۶]، ۱۹۹۸).

تحقیقات بالا فرایندهای تولید محصول باکیفیت نامطلوب و دارای عملیات دوباره‌کاری یا اصلاح را نشان داد. برخلاف این آثار، سلامه و جابر[۷] (۲۰۰۰) یک مدل *EOQ* گسترده تهیه کردند که در آن اقلام باکیفیت نامطلوب با تخفیف فروخته می‌شد. تعداد زیادی از مواد اولیه واردشده حاوی مواردی باکیفیت نامطلوب بود که بر اساس نرخ تصادفی با توزیع احتمال شناخته‌شده، تحت بازرسی قرار می‌گرفت که در آن موارد ناقص موجود در دسته تا پایان دوره بازرسی جداشده و باقیمت پایین‌تر فروخته می‌شد. مدلی احتمالی برای سیستم موجودی چندمحصولی و چندمرحله‌ای با محدودیت ظرفیت تولید با به‌کارگیری ارزش زمانی پول ارایه شد و هدف مدل حداقل کردن مجموع هزینه‌ها بیان شد و برای حل مدل، از برنامه‌ریزی پویا و به‌عنوان ابزار ساخت مدل استفاده کردند (گروبستروم و وانگ[۸]، ۲۰۰۳). سپس یک سیاست تولید بهینه برای تولید تقاضا و نرخ بازده با توزیع یکنواخت تعیین گردید (ایندرفورث[۹]، ۲۰۰۳). مرور ادبیاتی در مورد سیستم‌های تولیدی ناقص تک‌مرحله‌ای و چندمرحله‌ای که شامل عملکرد و بازرسی تصادفی هستند بررسی کرد (گروسفیلد و گرچک[۱۰]، ۲۰۰۴). مدل موجودی قطعی مقدار سفارش اقتصادی چند محصولی و چند تامین‌کننده با موارد دارای کیفیت معیوب و انتخاب تامین‌کننده موردبررسی قراردادند که خریدار نیاز دارد با توجه به محدودیت ظرفیت در مورد اینکه چه محصولی و به چه اندازه و از کدام تامین‌کننده و درک دام دوره بخرد تصمیم‌گیری کند (رضایی و داوودی[۱۱]، ۲۰۰۸).

در مقاله‌ای به بازبینی مدل سلامه و جابر (۲۰۰۰) پرداخته شد و اشکالات آن را برطرف نمودند (مداح و جابر[۱۲]، ۲۰۰۸). سپس مدلی را ارایه دادند که در آن تولیدکننده مرتکب خطا در غربالگری می‌شود و عملیات بازیابی و دوباره‌کاری برای اقلام غربالگری شده انجام می‌شود (یو و همکاران[۱۳]، ۲۰۰۹). در یک مقاله هزینه نگهداری متفاوت برای اقلام سالم و معیوب در نظر گرفته شد (خان و همکاران[۱۴]، ۲۰۱۰). از طرف دیگر به بررسی کمبود پس‌افت در مدل اقلام باکیفیت نامطلوب پرداختند (رضایی[۱۵]، ۲۰۰۵). همچنین یو و همکاران[۱۶] (۲۰۰۵) به بررسی پس‌افت جزئی و فروش ازدست‌رفته پرداختند. مداح و همکاران[۱۷] (۲۰۱۰) همپوشانی سفارش برای جلوگیری از کمبود را ارایه دادند.

یک چارچوب کلی برای تعیین نقطه سفارش مجدد در مدل موجودی سلامه و جابر (۲۰۰۰) بر اساس ویژگی‌هایی ارایه شد که سیستم موجودی از کمبود رنج نمی‌برند. این مدل به مدیران و محققان کمک می‌کند تا سیستم‌های موجودی خود را با در نظر گرفتن میزان معینی از تولید ناقص، زمان تحویل و هزینه‌های سیستم طراحی کنند تا حداکثر و کارایی سیستم را به حداکثر برسانند (نوبیل و همکاران، ۲۰۲۰). سپس یک مقدار سفارش اقتصادی *EOQ* در نظر گرفته که اقلام تولیدشده از نوع ناقص تصادفی است. غربالگری به‌صورت

---

[1] Porteus
[2] Rosenblatt and Lee
[3] Lee and Rosenblatt
[4] Schwaller
[5] Zhang and Gerchak
[6] Urban
[7] Salameh and Jaber
[8] Grubbström and Wang
[9] Inderfurth
[10] Grosfeld-Nir and Gerchak
[11] Rezaei and Davoodi
[12] Maddah and Jaber
[13] Yoo et al.
[14] Khan and Jaber
[15] Rezaei
[16] Chen et al.
[17] Maddah et al.

کامل انجام‌شده و اقلام باکیفیت ناقص به‌صورت دسته‌ای با تخفیف به فروش می‌رسند. سپس با روش‌های مختلف روش فازی مانند روش‌های کلی فازی، فازی ابری و فازی قفل ابری حل شده است. چالش اساسی تصمیم‌گیرندگان، توسعه بهترین استراتژی است تا بتوانند با آگاهی از ماهیت واقعی منحنی تقاضا، سیاست سفارش را کنترل کرده و حداکثر سود را به دست آورند. این مطالعه نشان می‌دهد که تصمیم‌گیرنده می‌تواند با انتخاب روش فازی قفل ابری بهترین روش را انتخاب کند (دی و ماهاتا[1]، ۲۰۲۰).

تاثیر کاهش هزینه سفارش و بهبود کیفیت فرایند بر روی سیستم زنجیره تامین دومرحله‌ای با یک خریدار و یک فروشنده تحت تقاضای تصادفی یکپارچه بازمان تحویل متغیر در محیط تولید به‌موقع (*JIT*) بررسی شد و فرض بر این بود که فروشنده برای بهبود کیفیت فرایند تولید و کاهش تعداد معیوب‌ها پول سرمایه‌گذاری می‌کند و خریدار برای کاهش هزینه سفارش، پول سرمایه‌گذاری می‌کند. هر قطعه دریافت شده توسط خریدار حاوی درصد معینی از اقلام معیوب است و فرض بر این است که از طرف خریدار یک فعالیت بازرسی با نرخ غربالگری ثابت بیشتر از میزان تقاضا وجود دارد. کمبودها تا حدی با محدودیت معینی از تخفیف قیمت عقب مانده است. هدف از این مطالعه به دست آوردن تصمیمات بهینه و بهترین سیاست سرمایه‌گذاری برای به حداقل رساندن هزینه کل مشترک خریدار و فروشنده است. یک الگوریتم کارآمد برای تعیین سیاست بهینه توسعه داده شده است (سرکر و گیری[2]، ۲۰۲۰).

یک مدل *EOQ* باکیفیت ناقص و کمبود تحت نظریه بازی و رهبری از طریق سیستم فازی قفل موردمطالعه قرار گرفت که اقلام به‌صورت دسته‌ای خریداری می‌شوند، پس از غربالگری اقلام باکیفیت خوب در قیمت‌های منصفانه فروخته می‌شوند و نواقص با تخفیف در یک دسته به فروش می‌رسد. این مساله برای یافتن بهترین مقادیر بهینه سفارش و مقادیر معکوس به‌منظور دستیابی به حداکثر سود حل می‌شود و درنهایت مدل در محیط فازی واضح و کلی حل شد (دی و ماهاتا، ۲۰۲۱).

مدل موجودی سفارش اقتصادی (*EOQ*) برای اقلام باکیفیت ناقص و سالم توسعه یافت، با توجه به اینکه موارد ناقص به‌عنوان یک قطعه واحد برای تعمیر مجدد به تعمیرگاه ارسال می‌شود. پس از ترمیم، اقلام به سیستم موجودی بازمی‌گردند و دوباره بازرسی می‌شوند. بسته به لحظه‌ای که قطعه کارشده مجددا به سیستم موجودی می‌رسد، دو سناریو ممکن است رخ دهد. علاوه بر این، در نظر گرفته می‌شود که هزینه نگهداری اقلام سالم و ناقص متمایز است. تقاضای محصولات غیرخطی و وابسته به قیمت است که از یک تابع چندجمله‌ای پیروی می‌کند. هدف اصلی بهینه‌سازی اندازه قطعه و قیمت فروش به‌گونه‌ای است که مجموع سود مورد انتظار در واحد زمان به حداکثر برسد (کاردناس‌بارن و همکاران[3]، ۲۰۲۱).

از طرف دیگر به یک مدل موجودی پرداخته شد که در آن درصدی از اقلام موجودی ناقص است و تامین‌کننده از خریدار فاصله دارد. پس از دریافت سفارش، بلافاصله محصولات بازرسی می‌شوند و موارد ناقص شناسایی می‌شوند. با توجه به این واقعیت که تامین‌کننده در فاصله زیادی قرار دارد و نیاز به پوشش است، اقلام ناقص توسط اقلام سالم از یک تامین‌کننده محلی با هزینه بیشتر جایگزین می‌شود. علاوه بر این، اقلام ناقص برداشته می‌شوند و باقیمت ذخیره‌شده به‌عنوان اقلام درجه‌دو به فروش می‌رسند. همچنین کمبود مجاز و تا حدی قابل تنظیم است. هدف به دست آوردن مقدار مطلوب طول دوره و درصد مدت دوره‌ای که در آن سطح موجودی مثبت است (طالعی‌زاده و همکاران، ۲۰۲۰). سپس مطالعات نشان داد که استفاده از یک مدل زنجیره تامین مطلق احتمال وجود چند مورد معیوب در یک قطعه عرضه‌شده را از بین نمی‌برد؛ بنابراین انجام یک فرایند بازرسی برای تفکیک اقلام معیوب ضروری است، در این مطالعه به بررسی اقلام باکیفیت ناقص تحت مدل زنجیره تامین که در آن کمبود مجاز است پرداخته شد. کمبود به‌عنوان متغیر تصمیم فروشنده شناخته می‌شود که مربوط به مدل زنجیره تامین فروشنده–خریدار است که در آن تاثیر کمبود تحت الگوی اطلاعات متقارن بر عملکرد و تصمیم شرکت‌کنندگان در زنجیره تامین به‌دست آمده است (یداو و همکاران[4]، ۲۰۲۱).

۴-۲- جدول مرور ادبیات

مفروضات لازم برای توجیه استفاده از مدل‌های تولید اقتصادی *EOQ* به‌ندرت برآورده می‌شوند. برای تهیه مدل‌های ریاضی که بیشتر با مدل‌های واقعی مطابقت داشته و به عوامل تاثیرگذار در هزینه‌های موجودی پاسخ دهند، مدل‌ها باید توسعه یا تغییریافته باشند. سلامه و

[1] De and Mahata
[2] Sarkar and Giri
[3] Cárdenas-Barrón et al.
[4] Yadav et al.

جابر (۲۰۰۰) به تعیین اندازه بهینه دسته سفارش دهی با عملیات بازرسی برای اقلام باکیفیت نامطلوب پرداختند. در این مقاله فرض بر این است که کالاهای دریافتی از کیفیت عالی برخوردار نیستند. موارد باکیفیت نامطلوب لزوما ناقص نیستند، می‌تواند در وضعیت دیگری، یعنی در فرایندی با سختگیری‌های کمتر مورداستفاده قرار گیرد. صنعت‌های الکترونیک نمونه‌های خوبی از چنین موقعیت‌هایی را نشان می‌دهد. سپس به بازبینی مدل آن‌ها پرداخته و اشکالات آن برطرف شد (مداح و جابر، ۲۰۰۸). این دو مقاله به این صورت بود که دسته‌ای محصول به‌صورت لحظه‌ای باقیمت خرید c واحد پولی و هزینه سفارش K، تحویل داده می‌شود؛ و فرض بر این است که هر دسته دریافتی حاوی درصدی محصول باکیفیت نامطلوب p، با تابع شناخته‌شده چگالی احتمال $f(p)$ است. در این مقاله برخلاف تصور رزونبلات و لی (۱۹۸۶) که کالاهای معیوب می‌توانند بلافاصله با هزینه‌ای تعمیر شوند، فرض بر این است که کالاهای معیوب به‌صورت یک دسته واحد باقیمت تخفیف‌دار فروخته می‌شوند. یک عملیات بازرسی ۱۰۰% با نرخ x محصول در هر واحد زمانی انجام می‌شود. کالاهای بی‌کیفیت در انبار نگهداری می‌شوند و قبل از دریافت محموله بعدی به‌صورت دسته‌ای واحد باقیمت تخفیف‌دار v واحد پولی به فروش می‌رسد. نوآوری این پژوهش ترکیب مدل اقلام باکیفیت نامطلوب به همراه بازرسی ۱۰۰% و مدل است؛ که قصد داریم چند محصول متفاوت را به‌اندازه‌ای سفارش دهیم که دوره سفارش دهی تمام محصولات برابر باشد، در یک‌لحظه تمام محصولات وارد سیستم موجودی شوند و در تمام سیکل دچار کمبود نشویم. همچنین در طول یک سیکل از سیستم موجودی عملیات بازرسی ۱۰۰% تمام محصولات (هرکدام با نرخ غربالگری مختص به خودش) بازرسی‌شده و اقلام معیوب با تخفیف فروخته و از سیستم موجودی خارج می‌شوند. به این منظور ابتدا باید دوره سفارش دهی بهینه که برای تمام محصولات مناسب باشد را پیداکرده، سپس مقدار سفارش اقتصادی برای هر محصول را محاسبه می‌کنیم. **جدول ۱**، مروری بر ادبیات موضوع با تاکید بر جنبه‌های کلیدی موضوع ارایه می‌دهد.

جدول ۱- مرور ادبیات.

Table 1- Literature review.

نویسندگان	سیستم موجودی		کمبود								
	EOQ	EPQ	غیرمجاز	پس‌افت	فروش از دست‌رفته	بازرسی	دوباره‌کاری	بی‌کیفیت	فروش محصول	چندمحصولی	سفارشات همزمان
چنگ (۱۹۹۱)	✓		✓			✓					
پسندیده و همکاران (۲۰۱۰)		✓	✓				✓			✓	
طالعی‌زاده و همکاران (۲۰۱۰)		✓	✓							✓	
طالعی‌زاده و همکاران (۲۰۱۳)		✓	✓			✓	✓			✓	
پیرایش و همکاران (۲۰۱۵)		✓	✓			✓	✓			✓	
پسندیده و همکاران (۲۰۱۵)	✓		✓							✓	
ملیک و سرکر (۲۰۱۸)		✓	✓			✓				✓	
نوبیل و همکاران (۲۰۲۰)	✓		✓			✓					
یانو و لی (۱۹۹۵)	✓		✓								
پرتئوس (۱۹۸۶)		✓	✓			✓	✓				
رزونبلات و لی (۱۹۸۶)		✓	✓				✓				
لی و رزونبلات (۱۹۸۷)	✓		✓			✓					
شوالر (۱۹۸۸)	✓		✓			✓		✓			
ژانگ و گرچک (۱۹۹۰)	✓		✓			✓		✓			
اوربن (۱۹۹۸)		✓	✓			✓	✓				
سلامه و جابر (۲۰۰۰)	✓			✓		✓		✓			
گروبستروم و وانگ (۲۰۰۳)		✓	✓			✓	✓			✓	
ایندرفورث (۲۰۰۳)		✓	✓			✓					
گروسفیلد و گرچک (۲۰۰۴)		✓	✓			✓					
رضایی و داوودی (۲۰۰۸)											
مداح و جابر (۲۰۰۸)	✓		✓			✓		✓			

جدول ۱- ادامه.

Table 1- Continued.

نویسندگان	سیستم موجودی		کمبود								
	EOQ	EPQ	غیرمجاز	پس‌افت	فروش ازدست‌رفته	بازرسی	دوباره‌کاری	بی‌کیفیت	فروش محصول	چندمحصولی	سفارشات همزمان
یو و کیم (۲۰۰۹)		✓	✓			✓	✓	✓			
خان و همکاران (۲۰۱۰)	✓		✓			✓		✓			
رضایی (۲۰۰۵)	✓			✓		✓		✓			
یو و وی (۲۰۰۵)	✓			✓	✓	✓					
مداح و سلامه (۲۰۱۰)	✓		✓			✓					
دی و ماهاتا (۲۰۲۰)	✓		✓			✓		✓			
سرکر و گیری (۲۰۲۰)	✓			✓		✓					
دی و ماهاتا (۲۰۲۱)	✓			✓	✓	✓			✓		
کاردناس‌بارن و همکاران (۲۰۲۱)	✓		✓			✓	✓				
طالعی‌زاده و همکاران (۲۰۲۰)	✓		✓			✓		✓			
یداو و همکاران (۲۰۲۱)	✓			✓	✓	✓					
تحقیق‌فعلی	✓		✓			✓		✓		✓	✓

۳- مدل پیشنهادی

۳-۱- معرفی مدل

مدلی که در این پژوهش به آن پرداخته‌شده، *EOQ* چند محصولی با الزام سفارشات هم‌زمان برای اقلام باکیفیت نامطلوب، دارای n دسته محصول با پارامترهای متفاوت اما دوره سفارش دهی یکسان است. تمام محصولات در یک‌لحظه باقیمت c_i واحد پولی و هزینه سفارش k_i، تحویل داده می‌شوند. اهمیت سفارش هم‌زمان برای کاهش هزینه‌های ثابت سفارش دهی است، به این صورت که اگر در یک دوره برای هر نوع محصول به‌صورت جداگانه سفارش دهی انجام شود هزینه‌های سنگین و اضافی سفارش دهی به‌دفعات تکرار می‌شود درصورتی‌که با یک برنامه‌ریزی ساده برای سفارش دهی هم‌زمان n دسته محصول می‌توان هزینه‌های ثابت سفارش دهی و هزینه‌های ثابت حمل‌ونقل را فقط یک‌بار در دوره پرداخت کرد.

فرض بر این است که هر دسته از محصولات دارای نرخ خرابی مختص به خود هستند و حاوی درصدی محصول باکیفیت نامطلوب با تابع شناخته‌شده چگالی احتمال $f(p_i)$ است. طی یک پروسه بازرسی ۱۰۰% با نرخ x_i محصول در هر واحد زمانی توسط خریدار در لحظه‌ی ورود محصولات به سیستم انجام می‌شود. کالاهای بی‌کیفیت در انبار نگهداری می‌شوند و قبل از دریافت محموله بعدی به‌صورت دسته ای واحد باقیمت تخفیف‌دار v_i واحد پولی به فروش می‌رسد. هدف این پژوهش ارایه مدلی کارآمدتر و نزدیک به دنیای واقعی و همچنین کاهش هزینه‌های ثابت سفارش دهی است.

در این پژوهش با استفاده از فرمول‌های دو مقاله فوق، مدل *EOQ* اقلام باکیفیت نامطلوب گسترش می‌یابد. یک مدل ریاضی تهیه و مثال‌های عددی برای نشان دادن روش حل ارایه شده است.

۲-۳- نمادگذاری

پارامترهای مورداستفاده در مدل تحقیق به شرح زیر می باشد:

پارامترهای مدل

D_i	نرخ تقاضای دوره.
k_i	هزینه خرید ثابت محصول i^{th}.
c_i	هزینه خرید متغیر محصول i^{th}.
d_i	هزینه بازرسی یک واحد محصول i^{th}.
h_i	هزینه نگهداری یک واحد محصول i^{th}.
s_i	قیمت فروش هر واحد محصول i^{th} باکیفیت مطلوب.
v_i	قیمت فروش هر واحد محصول i^{th} باکیفیت نامطلوب.
P_i	نرخ اقلام نامطلوب در هر دسته سفارش (متغییر تصادفی با یک چگالی احتمال).
x_i	نرخ غربالگری محصول i^{th} (یک مقدار برای نرخ غربالگری می‌باشد که تعداد اقلام بازرسی‌شده برای یافتن اقلام معیوب در هر واحد زمانی را مشخص می‌کند).
w_1	اختلاف سطح موجودی از زمان $T=0$ تا قبل از خروج محصولات معیوب از سیستم.
w_2	اختلاف سطح موجودی از زمان $T=0$ تا بعد از خروج محصولات معیوب از سیستم.
w_3	مقدار اختلاف $TEOQ$ با T که با استفاده از روابط مثلثاتی محاسبه می‌شود.

متغیرهای مدل

t_i	دوره بازرسی محصول i^{th}.
T_i	دوره سفارش دهی محصول i^{th}.
Y_i	اندازه دسته سفارش دهی محصول i^{th}.

۳-۳- مفروضات مدل

۱. کمبود مجاز نیست.
۲. نرخ تقاضای هر محصول ثابت است.
۳. پارامتر نرخ اقلام نامطلوب در هر دسته سفارش (P_i) دارای توزیع یکنواخت است.
٤. اقلام معیوب به‌عنوان یک دسته جداگانه به فروش می‌رسند.
٥. دوره سفارش دهی برای تمام محصولات $(i=1,2,\dots,n)$ یکسان است.

$$T = T_1 = T_2 = \cdots = T_n. \qquad (۱)$$

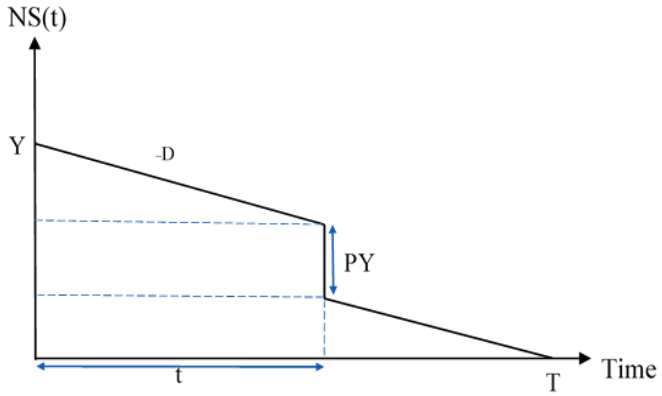
همان‌طور که در **شکل ۲** مشخص است، دوره اقتصادی سفارش باید از زمان بازرسی بزرگ‌تر باشد که این خود محدودیتی به مدل برای تعیین اقتصادی دوره سفارش، اعمال می‌کند. هرچند که اگر دوره بازرسی کوتاه باشد، در عمل مشکلی برای بهینه‌سازی ازنظر عملی ایجاد نمی‌کند، اما برای رفع این مشکل برای مقدار پارامتر ورودی نرخ غربالگری x_i یک حد پائین تعیین می‌شود که زمان بازرسی محصولات از دوره سفارش دهی بزرگ‌تر نشود (نحوه محاسبه رابطه زیر در بخش مدل ریاضی آورده شده است).

$$x_i \geq \frac{D_i}{1 - P_i)}. \qquad (۲)$$

۴-۳- شکل سطح موجودی

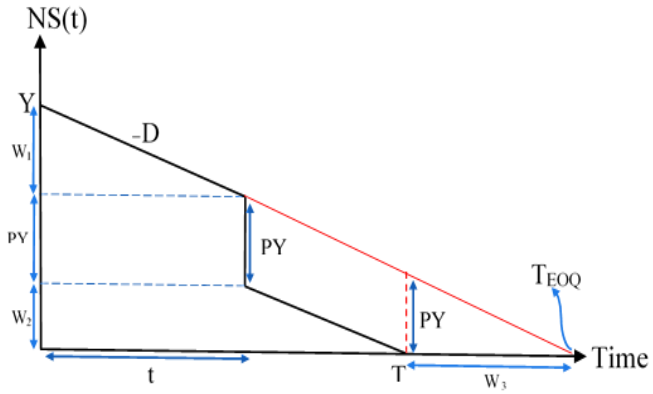
طبق شکل خالص موجودی در **شکل ۱**، در یک دوره سفارش دهی T سفارشی به‌اندازه Y صادر می‌گردد و محصولات با تقاضای D مصرف می‌شوند. ازآنجایی‌که محصولات دارای اقلام باکیفیت نامطلوب هستند، در انتهای زمان بازرسی که در مدت t انجام می‌شود، اقلام باکیفیت نامطلوب (با نرخ خرابی P)، از سیستم خارج می‌شوند و باقیمت پایین‌تر به فروش می‌رسند.

طبق شکل خالص موجودی در **شکل ۲** که مدل EOQ ساده با مدل EOQ اقلام باکیفیت نامطلوب مقایسه شده است. از آنجایی‌که در مدل EOQ اقلام باکیفیت نامطلوب پس از بازرسی، محصولات بی‌کیفیت با نرخ خرابی P از سیستم خارج می‌شوند؛ بنابراین در انتهای دوره بازرسی سطح موجودی به‌اندازه PY کاهش می‌یابد و دوباره سطح موجودی با شیب D کاهش می‌یابد. ازآنجایی‌که در مدل موجودی EOQ ساده، بازرسی برای محصولات وجود ندارد، سطح موجودی از ابتدا با شیب D کاهش می‌یابد؛ بنابراین دوره سفارش‌دهی EOQ ساده به اندازه W_3 از دوره سفارش‌دهی EOQ اقلام باکیفیت نامطلوب بیشتر است؛ و مقدار W_3 که اختلاف T_{EOQ} با T می‌باشد با استفاده از روابط مثلثاتی محاسبه می‌شود. همچنین برای سادگی محاسبات محدوده Y به سه بخش تقسیم می‌شود و با استفاده از روابط مثلثاتی مقادیر w_1 و w_2 که اختلاف سطح موجودی مدل از زمان $T=0$ تا قبل و بعد از خروج محصولات معیوب از سیستم هستند، تعیین می‌گردد.



شکل ۱- سطح موجودی مدل EOQ با اقلام باکیفیت نامطلوب.

Figure 1- Inventory level of EOQ model with imperfect quality items.

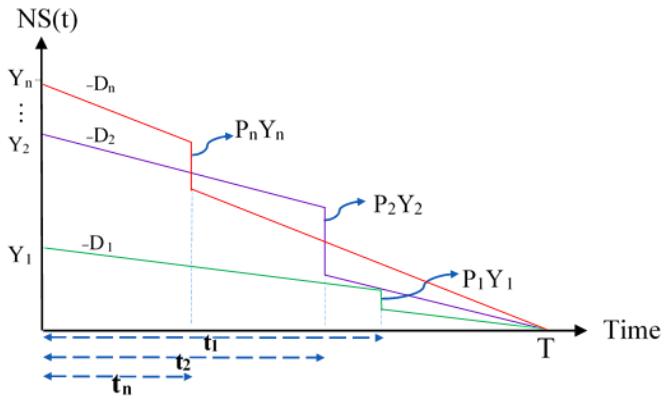


شکل ۲- مدل EOQ و مدل EOQ اقلام باکیفیت نامطلوب.

Figure 2- EOQ model and EOQ model with imperfect quality items.

اکنون به سراغ شکل خالص موجودی برای مدل پیشنهادی رفته و مدلی که در این پژوهش به آن پرداخته‌شده EOQ چند محصولی با الزام سفارش‌ها هم‌زمان برای اقلام باکیفیت نامطلوب است؛ که بر اساس مدل EOQ اقلام باکیفیت نامطلوب پس از پایان عملیات بازرسی برای هر محصول (هر محصول بر اساس نرخ بازرسی‌اش، زمان بازرسی متفاوتی دارد) به‌اندازه تعداد محصولات بی‌کیفیت هر محصول از سطح موجودی‌اش کم می‌شود و دوباره محصولات با تقاضای مربوط به هر محصول به فروش می‌رسند تا زمانی که سطح موجودی به صفر برسد.

در این پژوهش هدف بهینه‌سازی مقدار Y برای هر محصول به صورتی است که دوره سفارش دهی برای تمام محصولات برابر باشد، یعنی تمامی محصولات در یک‌زمان سفارش داده شوند و در یک‌زمان سطح موجودی تمام آن‌ها صفر شوند.



شکل ۳- مدل EOQ چند محصولی با الزام سفارش هم‌زمان برای اقلام باکیفیت نامطلوب.

Figure 3- Multiple product EOQ model with necessary simultaneous orders for imperfect quality items.

۵-۳- مدل ریاضی

ازآنجایی‌که در این مدل هدف حداکثر کردن سود است، بنابراین ابتدا هزینه‌ها و درامدهای مدل را شناسایی و استخراج نموده، سپس درصدد یافتن مقدار بهینه سفارش برآمده که با آن مقدار، دوره سفارش دهی تمام محصولات برابر باشد و تابع هزینه ایجادشده در کمترین مقدار خود قرار گیرد. مدل EOQ را با نرخ تقاضای D واحد در سال در نظر گرفته، هر بار که سطح موجودی به صفر می‌رسد سفارشی به‌اندازه Y صادر می‌گردد؛ که هزینه ثابت هر بار سفارش دهی K، هزینه هر واحد محصول C که هر دسته سفارش حاوی کسری از موارد معیوب است؛ بنابراین نیاز است که در هر دوره عملیات بازرسی محصولات توسط خریدار در لحظه ورود محصولات به سیستم انجام‌شده و اقلام باکیفیت مطلوب از اقلام باکیفیت نامطلوب جدا شوند. پس از پایان عملیات بازرسی، اقلام باکیفیت نامطلوب باقیمت V_i فروخته‌شده و از سیستم موجودی خارج می‌شوند. از آن‌جایی‌که هر محصول دارای نرخ خرابی P_i است، بنابراین تعداد کل محصولات نامطلوب در هر دسته سفارش که از سیستم خارج می‌شوند برابر P_iY_i است. همچنین اقلام باکیفیت مطلوب با نرخ تقاضای D و به قیمت S_i فروخته می‌شوند. تا زمانی که سطح موجودی محصولات سیستم به صفر برسد و مجددا سفارشی به‌اندازه Y_i صادر می‌گردد.

$N\ Y_i.\ P_i)$ تعداد محصولات باکیفیت مطلوب در هر سفارش آن است. برای اجتناب از کمبود باید تعداد اقلام باکیفیت مطلوب حداقل برابر با تقاضا در دوره بازرسی باشد؛ بنابراین

$$N\ Y_i.\ P_i) = Y_i - P_iY_i = \ 1 - P_i)Y_i. \qquad (۳)$$

$$N\ Y_i.P_i) \geq D_it. \qquad (۴)$$

همان‌طور که از **شکل ۲** مشخص است دوره بازرسی محصول (t_i) یعنی مدت‌زمانی که طول می‌کشد تا تمامی محصولات بازرسی شوند، از تقسیم اندازه دسته سفارش (Y_i) به مدت‌زمان بازرسی یک محصول (x_i) به دست می‌آید.

$$t_i = \frac{Y_i}{x_i}. \qquad (۵)$$

آنجایی که D مقدار تقاضا در سال است، با جای‌گذاری **رابطه (٤)** در **رابطه (٥)** به دست می‌آید:

$$P_i \leq 1 - {D_i}/{x_i}. \qquad (۶)$$

با توجه به **شکل ۳** و استفاده از روابط مثلثاتی مقادیر زیر استخراج می‌شوند:

$$w_1 = \frac{D_iY_i}{x_i}. \qquad (۷)$$

$$w_2 = y_i\left(1 - P_i - \frac{D_i}{x_i}\right). \qquad (۸)$$

$$w_3 = \frac{P_iY_i}{D_i}. \qquad (۹)$$

از آنجایی‌که **شکل ۳** میزان اختلاف مدل *EOQ* ساده و *EOQ* اقلام باکیفیت نامطلوب را نشان می‌دهد می‌توان مقدار دوره سفارش دهی مدل جدید را با استفاده از **رابطه (۹)** به دست آورد:

$$T = T_{EOQ} - w_3 = \frac{Y_i}{D_i} - w_3 = \frac{Y_i\,1-P_i)}{D_i}. \qquad (۱۰)$$

درنهایت برای تعیین حداکثر مقدار مجاز نرخ غربالگری برای رعایت محدودیت بزرگ‌تر بودن دوره اقتصادی سفارش از دوره بازرسی به دست می‌آید؛

$$t_i \le T. \qquad (۱۱)$$

$$\frac{Y_i}{x_i} \le \frac{Y_i\,1-P_i)}{D_i}. \qquad (۱۲)$$

$$x_i \ge \frac{D_i}{1-P_i)}. \qquad (۱۳)$$

بنابراین در تعیین نرخ غربالگری که جزء پارامترهای ورودی مساله است باید دقت کرد که از حد پایین آن کمتر نشود تا شرایط مساله برقرار باشد.

۱-۵-۳- تابع سود کل

از آن‌جایی‌که هدف مدل حداکثر کردن سود سیستم موجودی است؛ بنابراین در اولین قدم نیاز است که تابع سود کل تشکیل داده شود.

۱. تابع درآمد در هر سیکل:

$$TR\ Y_1.\,Y_2.\,\dots.\,Y_n) = \sum_{i=1}^{n}[s_iY_i\,1-P_i) + v_iP_iY_i]. \qquad (۱۴)$$

۲. تابع هزینه در هر سیکل:

$$TC\ Y_1.\,Y_2.\,\dots.\,Y_n) = \sum_{i=1}^{n}\left[k_i + c_iY_i + d_iY_i + h_i\left(\frac{Y_i\,1-P_i)T}{2} + \frac{P_iY_i^2}{x_i}\right)\right]. \qquad (۱۵)$$

۳. تابع سود کل در هر سیکل:

$$TP\ Y_1.\,Y_2.\,\dots.\,Y_n) = TR\ Y_1.\,Y_2.\,\dots.\,Y_n) - TC\ Y_1.\,Y_2.\,\dots.\,Y_n). \qquad (۱۶)$$

$$TP\ Y_1.\,Y_2.\,\dots.\,Y_n) = \sum_{i=1}^{n}\left[s_iY_i\,1-P_i) + v_iP_iY_i - k_i - c_iY_i - d_iY_i - h_i\left(\frac{Y_i\,1-P_i)T}{2} + \frac{P_iY_i^2}{x_i}\right)\right]. \qquad (۱۷)$$

در **رابطه (۱۸)** بجای مقادیر *Yi* **رابطه (۱۹)** جای‌گذاری می‌شود:

$$Y_i = \frac{TD_i}{(1-P_i)}. \qquad (۱۸)$$

$$TP(T) = \sum_{i=1}^{n}\left[s_iD_iT + \frac{v_iP_iD_i}{1-P_i)}T - k_i - \frac{c_iD_iT}{1-P_i)} - \frac{d_iD_iT}{1-P_i)} - h_i\left(\frac{T^2D_i}{2} + \frac{P_iD_i^2T^2}{x_i(1-P_i)^2}\right)\right]. \qquad (۱۹)$$

۲-۵-۳- محاسبه دوره بهینه سفارش دهی

از آن‌جایی‌که P_i متغییری تصادفی با تابع چگالی احتمالی است، امید ریاضی **رابطه (۱۹)** را محاسبه کرده و بر T تقسیم می‌کنیم تا سود هر دوره سفارش دهی تعیین گردد:

$$E[TP\ T)] = \sum_{i=1}^{n}\left[s_iD_iT + \frac{v_i\,D_i\,E[P_i]}{1-E[P_i])}T - k_i - \frac{c_i\,D_i\,T}{1-E[P_i])} - \frac{d_i\,D_i\,T}{1-E[P_i])} - h_i\left(\frac{T^2D_i}{2} + \frac{E[p_i]\,D_i^2\,T^2}{x_i\,E[(1-p_i)^2]}\right)\right]. \qquad (۲۰)$$

$$E[TPU\ T)] = \frac{E[TP\ T)]}{E[T]} = \frac{E[TP\ T)]}{T} = \sum_{i=1}^{n}\left[s_iD_i + \frac{v_i\,D_i\,E[P_i]}{1-E[P_i])} - \frac{k_i}{T} - \frac{c_i\,D_i}{1-E[P_i])} - \frac{d_i\,D_i}{1-E[P_i])} - h_i\left(\frac{TD_i}{2} + \frac{E[P_i]\,D_i^2T}{x_i\,E[(1-P_i)^2]}\right)\right]. \qquad (۲۱)$$

برای حداکثر کردن تابع سود، مشتق آن را برابر صفر قرار داده و با ساده کردن آن فرمولی برای T به دست می‌آید.

$$\frac{d(E[TPU\ T)])}{d(T)} = 0.$$

$$\frac{d(E[TPU\ T)])}{d(T)} = \sum_{i=1}^{n}\left[-\frac{k_i}{T^2} - \frac{h_i D_i}{2} - \frac{E[P_i]\ D_i^2}{x_i\ E[(1-P_i)^2]}\right] = 0. \quad (۲۲)$$

درنهایت با ساده‌سازی عبارت فوق، دوره بهینه سفارش دهی و با جای‌گذاری در **رابطه (۱۰)** مقدار بهینه سفارش دهی به دست می‌آید.

$$T^* = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}(k_i) * \sum_{i=1}^{n}\left[\frac{2x_i\ E[(1-P_i)^2]}{h_i D_i x_i\ E[(1-P_i)^2]+2E[P_i]\ D_i^2}\right]}. \quad (۲۳)$$

$$Y_i^* = \frac{D_i}{1-E[P_i])} * \sqrt{\sum_{i=1}^{n}(k_i) * \sum_{i=1}^{n}\left[\frac{2x_i\ E[(1-P_i)^2]}{h_i D_i x_i\ E[(1-P_i)^2]+2E[P_i]\ D_i^2}\right]}. \quad (۲۴)$$

۴- اعتبارسنجی و مثال عددی

۴-۱- اعتبارسنجی مدل

یکی از اقداماتی که معمولا در مدل‌های کنترل موجودی استفاده می‌شود، اعتبارسنجی یا صحت‌سنجی مدل است. در این راستا با حذف و نادیده گرفتن مفروضات مدل ارایه‌شده، سعی می‌شود مدل فعلی را به مدل کلاسیک تبدیل کرد. از فرض‌های اصلی مدل ارایه‌شده در این پژوهش وجود اقلام باکیفیت نامطلوب و عملیات غربالگری محصولات است. حال باید بررسی شود که این با حذف فرض‌های مدل فعلی، این مدل به مدل کلاسیک EOQ شبیه می‌شود یا خیر؟ که در صورت مشابه شدن مهر تاییدی بر درستی مدل است.

مهم‌ترین فرض‌های مساله وجود اقلام باکیفیت نامطلوب و چندمحصولی بودن مدل است و ازآنجایی‌که در مدل EOQ اقلام معیوب وجود ندارد، بنابراین مقدار P_i (نرخ اقلام نامطلوب در هر دسته سفارش) برابر صفر و n (تعداد محصولات) را برابر یک قرار داده می‌شود.

$$\begin{cases} if\ \ p = 0\ \ a = 0\ .b = 0), \\ if\ \ \mathrm{n} = 1. \end{cases}$$

محاسبه مقادیر $E[P]$ و $E[(1-P)^2]$ طبق رابطه زیر:

$$E[P] = \frac{(a+b)}{2} = \frac{(0+0)}{2} = 0\ . \quad (۲۵)$$

$$E[(1-P)^2] = \frac{1}{b-a}\int_a^b (1-p)^2 dp = \frac{a^2+ab+b^2}{3} + 1 - a - b = \frac{0^2+0*0+0^2}{3} + 1 - 0 - 0 = 1. \quad (۲۶)$$

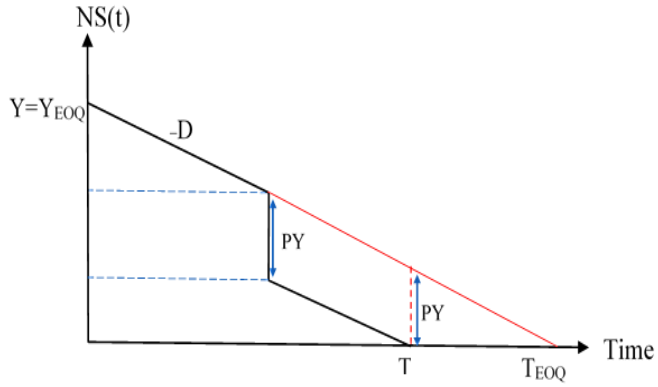
با استفاده از مقادیر بالا، دوره بهینه سفارش دهی در **مدل (۲۷)** و مقدار بهینه سفارش دهی در **مدل (۲۸)** به دست می‌آید.

$$T = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}(k_i) * \sum_{i=1}^{n}\left[\frac{2x_i\ E[(1-P_i)^2]}{h_i D_i x_i\ E[(1-P_i)^2]+2E[P_i]\ D_i^2}\right]} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}(k_i) * \sum_{i=1}^{n}\left[\frac{2x_i*1}{h_i D_i x_i\ +2*0*\ D_i^2}\right]} = \quad (۲۷)$$

$$\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(k_i) * \sum_{i=1}^{n}\left[\frac{2}{h_i D_i}\right]} \xrightarrow{\text{فرض } n=1} T = \sqrt{\frac{2k}{hD}}\ .$$

$$Y_i = \frac{TD_i}{1-E[P_i])} = \frac{TD}{1-0)} = D * \sqrt{\frac{2k}{hD}} = \sqrt{\frac{2kD}{h}} = Y_{EOQ}. \quad (۲۸)$$

درنهایت مدل کلاسیک EOQ ایجادشده است، با توجه به نتایج به‌دست‌آمده می‌توان صحت و درستی مدل را تایید کرد. همچنین با توجه به شکل نیز مشخص است که اگر نرخ اقلام معیوب به صفر برسد، مقدار PY مشخص‌شده در شکل برابر صفر خواهد شد و شکل مدل EOQ اقلام باکیفیت نامطلوب بر مدل EOQ ساده منطبق می‌شود.



شکل ۴- مقایسه مدل EOQ ساده و مدل EOQ اقلام باکیفیت نامطلوب.

Figure 4- Comparison of simple EOQ and EOQ with imperfect quality items.

۲-۴- مثال عددی

پارامترهای مورداستفاده در مدل تحقیق در **جدول ۲** آمده است:

c_1 هزینه متغیر خرید ۳۰ واحد پولی به ازای هر واحد محصول اول، k_1 هزینه ثابت خرید محصول اول ۱۱۰ واحد پولی در هر دوره سفارشی دهی، S_1 قیمت فروش ٦٠ واحد پولی برای هر واحد محصول اول باکیفیت مطلوب، V_1 قیمت فروش ٢٦ واحد پولی برای هر واحد محصول اول باکیفیت نامطلوب، h_1 هزینه نگهداری سالیانه ٦ واحد پولی برای هر واحد محصول اول، X_1 هزینه غربالگری ۰/۸۵ محصول اول در یک دقیقه و d_1 هزینه غربالگری ۰/٦ واحد پولی برای هر واحد محصول اول و ... (هرسال ٣٦٥ روز ٨ ساعت شیفت کاری و ٦٠ دقیقه است).

جدول ۲- اطلاعات ورودی مثال عددی.

Table 2- Input information of numerical example.

پارامتر	واحد	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5
C_i	واحدپولی	30	25	20	45	20
S_i	واحدپولی	60	50	48	75	40
V_i	واحدپولی	26	20	18	39	15
K_i	$1/$دوره	110	100	95	90	110
h_i	واحدپولی/سال	6	5	4	4	6
	حد پائین	40,000	52,084	106,667	125,000	73,447
X_i	کالا/دقیقه	0.85	1	1.02	1	1.02
	کالا/سال	150,000	175,200	180,000	175,200	180,000
D_i	کالا/سال	40,000	50,000	80,000	100,000	65,000
d_i	واحدپولی	0.6	0.5	0.4	0.6	0.4
P_i	a	-	0.05	0.05	0.05	0.03
	b	-	0.3	0.45	0.35	0.2

همان‌طور که قبلا اشاره شد هدف این مدل ابتدا محاسبه مقدار T ثابت برای تمام محصولات و سپس محاسبه مقدار سفارش‌دهی (Y_i) بهینه برای هرکدام از محصولات است. به این منظور ابتدا مقادیر $E(P_i)$ و $E[(1-P_i)2]$ را محاسبه می‌شود. سپس با استفاده از **رابطه‌های (۲۳)** و **(۲۴)** به ترتیب مقادیر بهینه دوره سفارش دهی و مقدار سفارش دهی را مطابق به دست می‌آید (**جدول ۳**).

جدول ۳- محاسبات مثال عددی.

Table 3- The calculations of numerical example.

متغیر	واحد	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5
$E(P_i)$	-	0.175	0.25	0.185	0.115	0.115
$E[(1-P_i)^2]$	-	0.69	0.58	0.67	0.79	0.78
T	سال	0.1285				
	روز	46.91				
Y_i	کالا	4,241.41	4,819.78	8,379.99	11,374.68	7,393.54
TR	واحد پولی	1,870,314				
TC	واحد پولی	1,104,168				
TP	واحد پولی	766,146				

با جای‌گذاری پارامترهای مساله در **رابطه‌های (۵)** و **(۷)** و **(۸)**، **جدول ٤** را تشکیل داده تا به کمک این جدول بتوان شکل مثال را رسم کرد.

P_iY_i: تعداد اقلام باکیفیت نامطلوب محصول ith.

t_i: زمان غربالگری محصول ith.

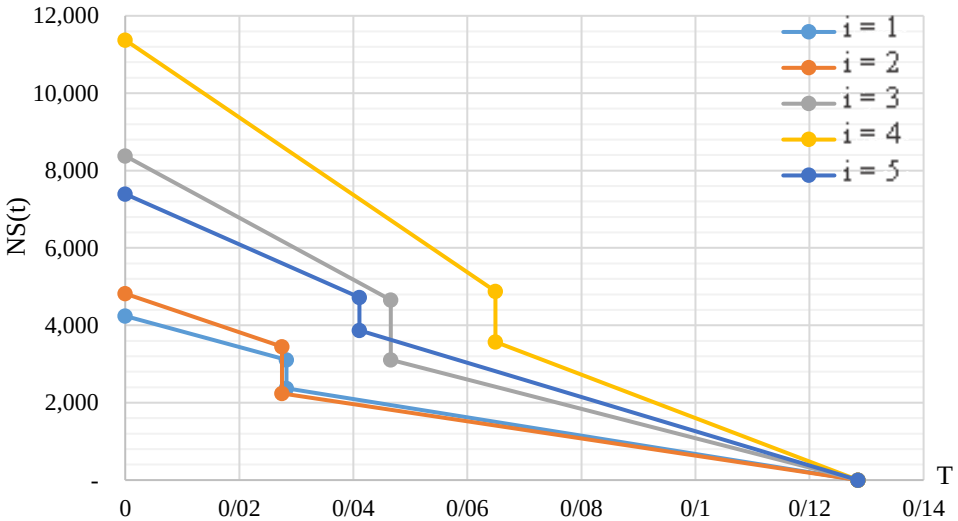
W_1: محدوده مشخص‌شده روی **شکل ۲**.

W_2: محدوده مشخص‌شده روی **شکل ۲**.

جدول ۴- محاسبات مربوط به شکل سطح موجودی مثال عددی.

Table 4- Te calculations of inventory level of numerical example.

واحد	i=1	i=2	i=3	i=4	i=5
سال	0.0283	0.0275	0.0466	0.0649	0.0411
واحد کالا	742.25	1,204.95	1,550.30	1,308.09	850.26
واحد کالا	1,131.04	1,375.51	3,724.44	6,492.40	2,669.89
واحد کالا	2,368.12	2,239.33	3,105.25	3,574.20	3,873.40

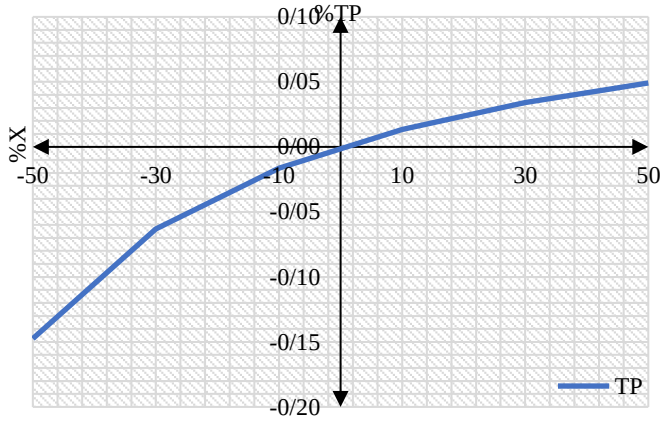


شکل ۵- سطح موجودی مثال عددی.

Figure 5- Inventory level for numerical example.

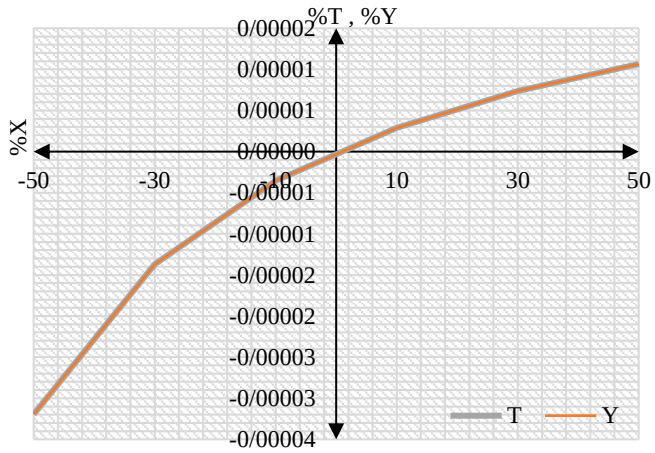
۵- تحلیل حساسیت

پس از حل و محاسبه مقادیر بهینه‌ی متغییرها، گام بعد در رویه حل، تجزیه‌وتحلیل حساسیت می‌باشد. در این بخش تحلیل حساسیت مساله بر روی پارامترهای ورودی مساله انجام می‌شود.



شکل ۶- تحلیل حساسیت تابع هدف نسبت به تغییر در نرخ غربال.

Figure 6- Sensitivity analysis of objective function with respect to screening rate change.



شکل ۷- تحلیل حساسیت مقادیر بهینه نسبت به تغییر در نرخ غربالگری.

Figure 7- Sensitivity analysis of optimal values with respect to screening rate change.

روند تغییرات تابع هدف، مقدار بهینه سفارش دهی و دوره بهینه سفارش دهی در **شکل ٦** و **شکل ۷** مشخص شده است. همان‌طور که واضح است تغییرات مقدار بهینه سفارش دهی و دوره بهینه سفارش دهی نسبت به تغییر نرخ غربالگری بسیار ناچیز و نامحسوس است و تاثیر چشمگیری در تعیین مقدار بهینه آن‌ها ندارد اما به‌وضوح مشاهده می‌کنیم تغییر نرخ غربالگری می‌تواند تاثیر به نسبت بیشتری بر کاهش یا افزایش هزینه‌ها داشته باشد، این تاثیر هزینه ناشی از هزینه نگه‌داری اقلام باکیفیت نامطلوب تا انتهای دوره بازرسی است که هرچه عملیات غربالگری سریع‌تر انجام شود، اقلام معیوب سریع‌تر از سیستم خارج شوند و این هزینه‌ی تحمیل‌شده کمتر می‌شود.

در **جدول ۵** خلاصه‌ای از نتایج نشان داده می‌شود که کاهش یا افزایش پارامترهای هزینه متغیر خرید محصولات، قیمت فروش اقلام باکیفیت مطلوب و نامطلوب، هزینه غربالگری محصولات تاثیری بر مقدار و دوره سفارش اقتصادی ندارد؛ اما بر تابع هدف مساله تاثیرگذار هستند و با افزایش هزینه متغییر خرید و غربالگری محصولات، تابع هدف کاهش می‌یابد و با افزایش قیمت فروش اقلام باکیفیت مطلوب و نامطلوب، تابع هدف کاهش می‌یابد. از طرفی پارامتر قیمت فروش اقلام باکیفیت نسبت به سایر پارامترها بیشترین تاثیر را بر تابع هدف دارد و با شیب بیشتری منجر به تغییر آن می‌گردد.

جدول ۵- تاثیر تغییر پارامترها بر مساله.

Table 5- The effect of parameters changes on problem.

پارامتر	درصد تغییر	T	Y_i	تابع هدف
K_i	50%	22.47	22.47	22.08
	20%	9.54	9.54	9.39
	-20%	-10.56	-10.56	-10.42
	-50%	-29.29	-29.29	-28.99
h_i	50%	-18.35	-18.35	-18.61
	20%	-8.71	-8.71	-8.83
	-20%	11.80	11.80	11.97
	-50%	41.42	41.42	42.02
X_i	50%	0.00001	0.00001	0.049
	20%	0.000005	0.000005	0.024
	-20%	-0.000007	-0.000007	-0.03
	-50%	-0.00003	-0.00003	-0.14
D_i	50%	-18.35	22.47	22.72
	20%	-8.71	9.54	9.65
	-20%	11.80	-10.55	-10.67
	-50%	41.42	-29.28	-29.64
A	50%	-0.000002	-1.38	-2.67
	20%	-0.000001	-0.55	-1.07
	-20%	0.000001	0.55	1.08
	-50%	0.000002	1.38	2.72
B	50%	-0.000025	-8.94	-17.06
	20%	-0.000008	-3.57	-7.05
	-20%	0.000007	3.57	7.35
	-50%	0.000017	8.94	18.95
c_i	50%	0	0	-70.16
	20%	0	0	-28.06
	-20%	0	0	28.06
	-50%	0	0	70.16
s_i	50%	0	0	113.24
	20%	0	0	45.29
	-20%	0	0	-45.29
	-50%	0	0	-113.24
v_i	50%	0	0	8.82
	20%	0	0	3.52
	-20%	0	0	-3.52
	-50%	0	0	-8.82
d_i	50%	0	0	-1.18
	20%	0	0	-0.47
	-20%	0	0	0.47
	-50%	0	0	1.18

۶- بینش‌های مدیریتی

این مقاله برای مدیران شرکت‌هایی که مواد اولیه خود را از تامین‌کننده‌های خارج از کشور خریداری می‌کنند مفید است. به‌عنوان‌مثال تولیدکنندگان خودرو و لوازم‌خانگی که تعداد زیادی از مواد اولیه و قطعات موردنیاز خود را از خارج از کشور خریداری می‌کنند باید هزینه زیادی برای سفارش دهی، حمل‌ونقل و گمرک پرداخت کنند. به همین دلیل باید برنامه‌ریزی این مدیران برای سفارش محصولات به‌گونه‌ای باشد که بتوانند یک‌بار سفارش دهند تا هزینه‌های ذکرشده را یک‌بار مشترک پرداخت کنند و از هزینه‌های گزاف ناهماهنگی در سفارش کالاهای موردنیاز پرهیز کنند. از طرفی زمانی که سفارش به دست خریدار می‌رسد ممکن است کیفیت مطلوبی نداشته باشد به

همین دلیل برای پرهیز از نگهداری محصولات معیوب و پرداخت هزینه نگهداری بیهوده در ابتدای ورود محصولات به سیستم عملیات بازرسی شروع می‌شود و محصولات معیوب از سالم جدا شده و پس از بازرسی به‌عنوان یک دسته کالای بی‌کیفیت باقیمتی پایین‌تر به فروش برسانند، پس‌ازاین مرحله موجودی به‌اندازه محصولات معیوب کاهش می‌یابد که برای جبران این خسارت و عدم مواجهه با کمبود باید مقدار بهینه سفارش دهی به‌اندازه تعداد معیوب‌های موجود در سفارش بیشتر باشد؛ بنابراین در این شرکت‌های تولیدی دو مساله مهم برای تصمیم‌گیری اندازه سفارش دهی و دوره سفارش دهی با شرایط فوق است که مدل ما تمام این شرایط را در نظر گرفته بود.

۷- جمع‌بندی

در این پژوهش یک مدل کنترل موجودی *EOQ* چند محصولی با الزام سفارشات هم‌زمان برای اقلام باکیفیت نامطلوب ارایه شده است. فرض بر این است که تمام محصولات در یک‌لحظه به خریدار تحویل داده می‌شوند و هر دسته از محصولات دارای نرخ خرابی مختص به خود هستند و حاوی درصدی محصول باکیفیت نامطلوب با تابع شناخته‌شده چگالی احتمال $f(p_i)$ است. در ابتدای ورود محصولات به سیستم طی یک پروسه بازرسی ۱۰۰% که توسط خریدار با نرخ x_i محصول در هر واحد زمانی انجام می‌شود کالاهای بی‌کیفیت جداسازی شده و در انبار نگهداری می‌شوند و پس از اتمام پروسه‌ی بازرسی هر نوع محصول به‌صورت دسته‌ای واحد باقیمت تخفیف‌دار v_i واحد پولی به فروش می‌رسد. در **جدول ۵** نشان داده‌شده است با افزایش میانگین درصد اقلام باکیفیت نامطلوب، مقدار سفارش اقتصادی تمایل به افزایش پیدا می‌کند، چون کمبود مجاز نیست و باید تقاضا تامین شود از طرفی محصولات معیوب فروخته می‌شوند و هزینه سنگینی به سیستم تحمیل نمی‌کنند. درحالی‌که در مدل‌های قبلی با افزایش میانگین درصد اقلام باکیفیت نامطلوب، مقدار سفارش اقتصادی تمایل به کاهش پیدا می‌کند، زیرا محصولات باکیفیت نامطلوب بلافاصله دوباره‌کاری و در انبار نگهداری می‌شوند که منجر به افزایش هزینه‌ها می‌شود؛ بنابراین مقدار سفارش دهی کاهش می‌یابد (لی و رزونبلات، ۱۹۸۷). از طرفی با استفاده از محدودیت برابری دوره سفارش دهی تمام محصولات، سعی بر این است تا هزینه‌های حمل‌ونقل ناشی از هر مرتبه سفارش دهی محصولات را کاهش دهیم.

جهت توسعه‌ی این مدل در پژوهش‌ها و تحقیقات آتی، پژوهشگران می‌توانند کمبود، محدودیت‌های تامین‌کننده مانند تحویل گسسته در مدل موجودی، تقاضای تصادفی، توزیع‌های مختلف مثل توزیع وایبول و توزیع نرمال برای اقلام معیوب، تقاضای وابسته به کیفیت، مدل تولید اقتصادی، مدل تولید به همراه دوباره‌کاری و یا سرعت بخشیدن به عملیات غربالگری با سرمایه‌گذاری روی پروسه غربالگری برای کاهش هزینه نگهداری محصولات معیوب را در نظر بگیرند.

توافقنامه نویسندگان

مقاله حاضر مستخرج از پروژه کارشناسی خانم پگاه فرهنگیان تحت راهنمایی جناب آقای دکتر هادی مختاری به‌عمل‌آمده است.

تعارض با منافع

نویسندگان اعلام می‌دارند که هیچ تضادی در منافع در مورد انتشار این نسخه وجود ندارد.

منابع

Abdollahzadeh, V., & Nikoofekr, M. H. (2016). *Principle of inventory and production control*. Negahe Danesh Publication. (**In Persian**). https://www.gisoom.com/book/11259279/

Arrow, K. J., Karlin, S., & Scarf, H. E. (1958). *Studies in the mathematical theory of inventory and production*. Stanford Univ. Press.

Cárdenas-Barrón, L. E., Plaza-Makowsky, M. J. L., Sevilla-Roca, M. A., Núñez-Baumert, J. M., & Mandal, B. (2021). An inventory model for imperfect quality products with rework, distinct holding costs, and nonlinear demand dependent on price. *Mathematics*, *9*(12), 1362.

Cheng, T. C. E. (1991). An economic order quantity model with demand-dependent unit production cost and imperfect production processes. *IIE transactions*, *23*(1), 23-28.

De, S. K., & Mahata, G. C. (2021). Solution of an imperfect-quality EOQ model with backorder under fuzzy lock leadership game approach. *International journal of intelligent systems*, *36*(1), 421-446.

De, S., & Mahata, G. C. (2020). A study of an EOQ model for imperfect quality items with lock fuzzy controllable demand and discounts. *Journal fuzzy math*, *28*, 273-289.

فرهنگیان و مختاری / تصمیم‌گیری و تحقیق در عملیات، دوره ۷، شماره ۴، زمستان ۱۴۰۱، صفحه: ۶۶۵-۶۴۸

Grosfeld-Nir, A., & Gerchak, Y. (2004). Multiple lotsizing in production to order with random yields: review of recent advances. *Annals of operations research, 126*(1), 43-69.

Grubbström, R. W., & Wang, Z. (2003). A stochastic model of multi-level/multi-stage capacity-constrained production–inventory systems. *International journal of production economics, 81*, 483-494.

Hadley, G., & Whitin, T. M. (1963). *Analysis of inventory systems.* Prentice-Hall, Englewood Cliffs.

Harris, F. W. (1915). Operations and cost. *Factory management series*, 48-52. https://www.scirp.org/(S(351jmbntvnsjt1aadkposzje))/reference/referencespapers.aspx?referenceid=473154

Inderfurth, K. (2003). *Analytical solution for a single period production inventory problem with uniformly distributed yield and demand*. Otto-von-Guericke-Univ., Fak. für Wirtschaftswiss..

Khan, M., Jaber, M. Y., & Wahab, M. I. M. (2010). Economic order quantity model for items with imperfect quality with learning in inspection. *International journal of production economics, 124*(1), 87-96.

Lee, H. L., & Rosenblatt, M. J. (1987). Simultaneous determination of production cycle and inspection schedules in a production system. *Management science, 33*(9), 1125-1136.

Maddah, B., & Jaber, M. Y. (2008). Economic order quantity for items with imperfect quality: revisited. *International journal of production economics, 112*(2), 808-815.

Maddah, B., Salameh, M. K., & Moussawi-Haidar, L. (2010). Order overlapping: A practical approach for preventing shortages during screening. *Computers & industrial engineering, 58*(4), 691-695.

Malik, A. I., & Sarkar, B. (2018). Optimizing a multi-product continuous-review inventory model with uncertain demand, quality improvement, setup cost reduction, and variation control in lead time. *IEEE Access, 6*, 36176-36187.

Nobil, A. H., Sedigh, A. H. A., & Cárdenas-Barrón, L. E. (2020). Reorder point for the EOQ inventory model with imperfect quality items. *Ain shams engineering journal, 11*(4), 1339-1343.

Pasandideh, S. H. R., Niaki, S. T. A., & Mirhosseyni, S. S. (2010). A parameter-tuned genetic algorithm to solve multi-product economic production quantity model with defective items, rework, and constrained space. *The international journal of advanced manufacturing technology, 49*(5-8), 827-837.

Pasandideh, S. H. R., Niaki, S. T. A., Nobil, A. H., & Cárdenas-Barrón, L. E. (2015). A multiproduct single machine economic production quantity model for an imperfect production system under warehouse construction cost. *International journal of production economics, 169*, 203-214.

Pirayesh, M., & Poormoaied, S. (2015). GPSO-LS algorithm for a multi-item EPQ model with production capacity restriction. *Applied mathematical modelling, 39*(17), 5011-5032.

Porteus, E. L. (1986). Optimal lot sizing, process quality improvement and setup cost reduction. *Operations research, 34*(1), 137-144.

Rezaei, J. (2014). Economic order quantity for growing items. *International journal of production economics, 155*, 109-113.

Rezaei, J., & Davoodi, M. (2008). A deterministic, multi-item inventory model with supplier selection and imperfect quality. *Applied mathematical modelling, 32*(10), 2106-2116.

Rosenblatt, M. J., & Lee, H. L. (1986). Economic production cycles with imperfect production processes. *IIE transactions, 18*(1), 48-55.

Salameh, M. K., & Jaber, M. Y. (2000). Economic production quantity model for items with imperfect quality. *International journal of production economics, 64*(1-3), 59-64.

Sarkar, S., & Giri, B. C. (2020). Stochastic supply chain model with imperfect production and controllable defective rate. *International journal of systems science: operations & logistics, 7*(2), 133-146.

Schwaller, R. L. (1988). EOQ under inspection costs. *Production and inventory management journal, 29*(3), 22. https://www.proquest.com/openview/fd12d847a237c634bf225bf780827b72/1?pq-origsite=gscholar&cbl=36911

Taleizadeh, A. A., Khanbaglo, M. P. S., & Cárdenas-Barrón, L. E. (2020). Replenishment of imperfect items in an EOQ inventory model with partial backordering. *RAIRO-operations research, 54*(2), 413-434.

Taleizadeh, A. A., Niaki, S. T. A., & Najafi, A. A. (2010). Multiproduct single-machine production system with stochastic scrapped production rate, partial backordering and service level constraint. *Journal of computational and applied mathematics, 233*(8), 1834-1849.

Taleizadeh, A. A., Wee, H. M., & Jalali-Naini, S. G. (2013). Economic production quantity model with repair failure and limited capacity. *Applied mathematical modelling, 37*(5), 2765-2774.

Urban, T. L. (1998). Analysis of production systems when run length influences product quality. *International journal of production research, 36*(11), 3085-3094.

Yadav, R., Pareek, S., & Mittal, M. (2021). Stackelberg models in two-level supply chain with imperfect quality items with allowable shortages. *Scientia Iranica*. DOI: 10.24200/sci.2021.51648.2292

Yano, C. A., & Lee, H. L. (1995). Lot sizing with random yields: a review. *Operations research, 43*(2), 311-334.

Yoo, S. H., Kim, D., & Park, M. S. (2009). Economic production quantity model with imperfect-quality items, two-way imperfect inspection and sales return. *International journal of production economics, 121*(1), 255-265.

Yu, J. C., Wee, H. M., & Chen, J. M. (2005). Optimal ordering policy for a deteriorating item with imperfect quality and partial backordering. *Journal of the Chinese institute of industrial engineers, 22*(6), 509-520.

Zhang, X. I. N., & Gerchak, Y. I. G. A. L. (1990). Joint lot sizing and inspection policy in an EOQ model with random yield. *IIE transactions, 22*(1), 41-47.