

Paper Type: Original Article



Predicting Covid-19 Virus Mortality in the World Using Grey System Models

Davoud Darvishi Salokolaei^{1,*} , Mostafa Nouri Jouybari¹, Parvin Babaei Valuy¹

¹ Department of Mathematics, Payame Noor University, Tehran, Iran; d_darvishi@pnu.ac.ir; mostafa.umz@gmail.com; p.babaeivalohi@gmail.com.

Citation:



Darvishi Salokolaei, D., Nouri Jouybari, M., & Babaei Valuy, P. (2022). Predicting covid-19 virus mortality in the world using grey system models. *Journal of decisions and operations research*, 6 (Spec. Issue), 1-15.

Received: 30/05/2021

Reviewed: 01/07/2021

Revised: 18/09/2021

Accepted: 21/10/2021

Abstrac

Purpose: Covid-19 virus is a major threat to the health and safety of people around the world. One of the key components in dealing with this global threat is rapid and timely decision-making to control the epidemic of the disease, so predicting the future trend of this disease in the world, including predicting deaths, can be useful for policy-making, management and control of its prevalence. Therefore, the mortality rate caused by this virus has been predicted with grey models in the world.

Methodology: This study examines the process of predicting mortality rates in the world using the theory of grey systems models. Research data were collected from the World Health Organization website and predicted the number of deaths in the world on a monthly basis by five methods: GM (1, 1), Verhulst Grey, DGM (1, 1), NGBM (1, 1) and FNGBM(1, 1). In order to evaluate the error of the models, the common error evaluation criteria MAE, RMSE and MAPE were used.

Findings: By evaluating the model error, the prediction of the F-NGBM model (1, 1) in the category of excellent models, the prediction values of the GreyVerhulst model are in the category of acceptable predictions and the rest of the models are in the category of good predictions. Also, the F-NGBM (1, 1) model with MAE, RMSE and MAPE error values of 26989.54, 21533.94 and 7.21, respectively, is the most suitable model compared to the other methods. An estimated 250,958 deaths are estimated by the F-NGBM (1.1) model by the end of 2021, which may be the most appropriate value among forecasting methods.

Originality/Value: Due to the lack of historical data and also a lot of uncertainty in the available data, it is necessary to use approaches to dealing with uncertainty such as the grey system theory in predicting the mortality rate of this disease. Various grey predictions estimate the mortality rate, which requires relatively less data than existing methods, and the model error is much lower. The study also looked at the worldwide mortality rate and will be more comprehensive on integrated global action.

Keywords: Data analysis, Covid-19 virus, Grey system, Grey prediction, Time series.

Corresponding Author: d_darvishi@pnu.ac.ir

 <http://dx.doi.org/10.22105/dmor.2021.270180.1307>



Licensee. **Journal of Decisions and Operations Research**. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0>).



نوع مقاله: پژوهشی



پیش‌بینی میزان مرگ‌ومیر ناشی از ویروس کووید ۱۹ در جهان با استفاده مدل‌های سیستم خاکستری

داود درویشی سلوکلائی^۱، مصطفی نوری جویباری^۱، پروین بابائی ولوی^۱
^۱گروه ریاضی، دانشگاه پیام نور، تهران، ایران.

چکیده

هدف: ویروس کووید-۱۹ تهدید بزرگی برای سلامتی و ایمنی مردم در سراسر جهان است. یکی از مؤلفه‌های اساسی در مقابله با این تهدید جهانی، تصمیم‌گیری سریع و بجا برای کنترل همه‌گیری این بیماری است؛ بنابراین پیش‌بینی روند آینده این بیماری در جهان از جمله پیش‌بینی افراد فوت‌شده می‌تواند برای سیاست‌گذاری، مدیریت و کنترل شیوع آن مفید باشد. از این رو به پیش‌بینی میزان مرگ‌ومیر ناشی از این ویروس با مدل‌های خاکستری در جهان پرداخته شده است.

روش‌شناسی پژوهش: این پژوهش به بررسی روند پیش‌بینی میزان مرگ‌ومیر در جهان با استفاده از مدل‌های نظریه سیستم‌های خاکستری می‌پردازد. داده‌های پژوهش از سایت سازمان بهداشت جهانی جمع‌آوری شده و پیش‌بینی میزان افراد فوت‌شده در جهان به صورت ماهانه با پنج روش سیستم خاکستری $GM(1,1)$ ، $GreyVerhulst$ ، $DGM(1,1)$ ، $NGBM(1,1)$ و $F-NGBM(1,1)$ مدل‌سازی و پیش‌بینی شده است. به منظور ارزیابی خطای مدل‌ها، از معیارهای متداول ارزیابی خطا MAE ، $RMSE$ و $MAPE$ استفاده شد.

یافته‌ها: با ارزیابی خطای مدل‌ها، پیش‌بینی مدل $F-NGBM(1,1)$ در دسته مدل‌های عالی، مقادیر پیش‌بینی مدل $GreyVerhulst$ جزو دسته پیش‌بینی‌های قابل قبول و بقیه مدل‌ها در دسته پیش‌بینی خوب قرار می‌گیرند. همچنین مدل $F-NGBM(1,1)$ با مقادیر خطای MAE ، $RMSE$ و $MAPE$ به ترتیب $۲۶۹۸۹/۵۴$ ، $۲۱۵۳۳/۹۴$ و $۷/۲۱$ مناسب‌ترین مدل نسبت به سایر روش‌های دیگر است. ۲۵۰۹۵۸ فوتی با پیش‌بینی مدل $F-NGBM(1,1)$ برای انتهای سال ۲۰۲۱ برآورد شده است که ممکن است مناسب‌ترین مقدار در بین روش‌های پیش‌بینی‌ها باشد.

اصالت/ارزش افزوده علمی: با توجه به عدم وجود داده‌های تاریخی و همچنین عدم قطعیت فراوان در داده‌های دسترس، نیاز است از رویکردهای مواجهه با عدم قطعیت همچون نظریه سیستم خاکستری در پیش‌بینی میزان مرگ‌ومیر این بیماری استفاده شود. از این رو در این پژوهش برخلاف پژوهش‌های انجام‌شده با مدل‌های مختلف پیش‌بینی خاکستری به برآورد میزان مرگ‌ومیر پرداخته که به نسبت روش‌های موجود، داده‌های نسبتاً کمتری نیاز داشته و خطای مدل هم بسیار پایین‌تر است. همچنین این پژوهش برای میزان مرگ‌ومیر در کل دنیا انجام‌شده است و جامعیت بیشتری برای اقدامات یکپارچه جهانی خواهد داشت.

کلیدواژه‌ها: تحلیل داده، کرونا ویروس، سیستم خاکستری، پیش‌بینی خاکستری، سری زمانی.

۱- مقدمه

کرونا ویروس‌ها خانواده بزرگی از ویروس‌ها هستند که از ویروس سرماخوردگی معمولی تا عامل بیماری‌های شدیدتری همچون سارس، مرس و کووید-۱۹ را شامل می‌شود (ژو و همکاران^۱، ۲۰۲۰). آخرین نوع آن‌ها، کرونا ویروس سندروم حاد تنفسی (SARS-COV-2) در

^۱ Zhu et al.





ماه دسامبر سال ۲۰۱۹ از کشور چین در شهر ووهان با همه‌گیری در انسان شیوع پیدا کرد. بیماری جدید کرونا ویروس توسط سازمان بهداشت جهانی در تاریخ ۳۰ ژانویه ۲۰۱۹، COVID-19 نام‌گذاری شد (WHO¹). بیماری کووید-۱۹ و جهش‌های جدید آن به دلیل قدرت انتشار شگفت‌انگیز و آسیب‌های احتمالی به تهدید بزرگی برای سلامتی و ایمنی مردم در سراسر جهان تبدیل شده است. این ویروس در جهان با تبعات روانی، اجتماعی و اقتصادی همراه شد و اثرات زیانباری برای افراد و اجتماعات انسانی ایجاد کرده است. پیش‌بینی نقش محوری در عملیات مدیریت مدرن دارد و برای برنامه‌ریزی ضروری است.

بسیاری از سازمان‌ها به دلیل عدم پیش‌بینی یا پیش‌بینی نادرست که برنامه‌ریزی بر اساس آن انجام شده بود، شکست خورده‌اند. با توجه به تأثیرات اقتصادی و اجتماعی این همه‌گیری، مدل‌سازی و پیش‌بینی مبتنی بر ریاضیات برای آگاهی افراد و مدیران تصمیم‌گیرنده از پیامدهای این بیماری همه‌گیر الزامی است. چنین پیش‌بینی‌هایی برای نظارت بر پیشرفت بیماری و کمک به سیاست‌گذاران در جهت کاهش اثرات منفی این بیماری و اجرای اقدامات لازم مفید هستند. پیش‌بینی میزان فوتی‌ها، بستری شدن در بیمارستان به پیش‌بینی تأثیر احتمالی بیماری همه‌گیر کووید-۱۹ در هفته‌ها و ماه‌های آینده به تصمیم‌گیری بهداشت عمومی کمک می‌کند. یکی از مؤلفه‌های اساسی در مقابله با این تهدید جهانی تصمیم‌گیری سریع و به‌جا برای کنترل همه‌گیری این بیماری است، بنابراین پیش‌بینی روند آینده این بیماری در جهان می‌تواند برای سیاست‌گذاری، مدیریت و کنترل شیوع آن مفید باشد.

با ظهور بیماری‌های عفونی ناشناخته که منجر به یک بیماری همه‌گیری می‌شود، محققان سعی می‌کنند از مدل‌سازی‌های مختلف برای توصیف الگوهای مشاهده‌شده استفاده کنند که این الگوها را در آینده پیشگویی یا پیش‌بینی کنند تا خدمات بهداشت عمومی آماده شود و بتواند با پیش‌بینی انجام‌شده برنامه‌ریزی کند. پیش‌بینی اپیدمی، به‌طور خاص، برای متخصصان اپیدمیولوژی، ارائه‌دهندگان مراقبت‌های بهداشتی و سیاست‌گذاران بهداشت از اهمیت فوق‌العاده‌ای برخوردار است (ژو و همکاران، ۲۰۲۰). به‌طور روزانه تعداد موارد ابتلای تأیید شده به ویروس کووید ۱۹ یا فوت‌شده بر اثر آن در کشورهای مختلف افزایش یافته است و همچنان علیرغم تمام تلاش‌های دولت‌ها در حال پیشروی می‌باشد. گسترش ویروس کووید-۱۹ خطرات زیادی دارد و به برنامه‌ها و سیاست‌های خاص سخت‌گیرانه‌ای نیاز دارد؛ بنابراین، برای در نظر گرفتن برنامه‌ها و سیاست‌ها، پیشگویی و پیش‌بینی موارد تأییدشده و فوت‌شده در آینده حیاتی است.

اخیراً تحقیقاتی در زمینه پیش‌بینی اپیدمی کووید-۱۹ انجام گرفته است. در پژوهش راس و همکاران² (۲۰۲۰) به پیش‌بینی افرادی که مبتلا به بیماری کووید-۱۹ شده‌اند را با استفاده از مدل رگرسیون خطی و مدل رگرسیون خطی چندگانه پرداخته شده و نتیجه به‌دست آمده نشان می‌دهد که در هند و اودیشا به ترتیب ۵۲۲۹۰ و ۹۳۵۸ نفر در ماه اوت ۲۰۲۰ به بیماری کووید-۱۹ مبتلا می‌شوند (راس و همکاران، ۲۰۲۰). در پژوهش کانیا³ (۲۰۲۰) اوج اپیدمی کووید-۱۹ در کشور ژاپن را پیش‌بینی کرده است. روش مورد استفاده در این پژوهش مدل مقایسه SEIR که یک روش مبتنی بر حداقل مربعات با نویز پواسون است و به این نتیجه رسیده‌اند که اوج اپیدمی در ژاپن اوایل تابستان است (کانیا، ۲۰۲۰). ولاسکز و لارا⁴ (۲۰۲۰) به پیش‌بینی و ارزیابی انتشار کووید-۱۹ در آمریکا با رگرسیون فرایند گوسی کاهش‌یافته پرداخته‌اند. این مدل پیش‌بینی می‌کند که این اپیدمی در جولای ۲۰۲۰ در ایالات متحده آمریکا به اشیاع خواهد رسید. یافته‌ها نشان می‌دهد که اقدامات جدید قرنطینه‌ای با محدودیت‌های بیشتر که در آمریکا اجرا می‌شود، می‌تواند با موفقیت انجام شود؛ اما در دوره اخیر، می‌تواند باعث عفونت و مرگ‌ومیر برای دو ماه آینده شود (ولاسکز و لارا، ۲۰۲۰).

در پژوهش نیک‌سیرت و ناصری⁵ (۲۰۲۰) یک مدل شبکه عصبی-فازی برای پیش‌بینی تعداد موارد مبتلا و مرگ‌ومیر ناشی از بیماری کرونا در کشورهایی که بیشتر با این بیماری درگیر هستند، پیشنهاد کردند. عملکرد شبکه عصبی-فازی پیشنهادی با شبکه‌های عصبی پیش‌بینی سری زمانی و همچنین شبکه‌های عصبی توابع پایه‌ای شعاعی مقایسه شده‌اند. مدل پیشنهادی آن‌ها قادر است تعداد موارد مبتلا و مرگ‌ومیر ناشی از بیماری را برای یک دوره ۱۵ روز آینده با نرخ خطای کم پیش‌بینی کند. پژوهشگران در مقاله‌ای به تحلیل سری زمانی کووید-۱۹ با استفاده از سیستم منطق فازی شهودی با قابلیت یادگیری شبکه عصبی مصنوعی ارائه داده‌اند. ایده اصلی در این مطالعه استفاده از سیستم منطق فازی شهودی است که امکان تردید و داشتن تابع عضویت و غیرعضویت را فراهم می‌کند که برای پیش‌بینی موارد شیوع بیماری در کشور نیجریه بهینه‌سازی شده است. مدل منطق فازی با قابلیت تردید با سیستم منطق فازی کلاسیک و شبکه عصبی مصنوعی

¹ World Health Organization

² Rath et al.

³ Kuniya

⁴ Velásquez and Lara

⁵ Niksirat and Nasseri

مقایسه شده و نشان داده شده که عملکرد بهتری دارد. با این حال، سیستم منطق فازی شهودی برحسب زمان محاسبات بالا با سیستم منطق فازی کلاسیک با مشکل مواجه می‌شود (ایو و همکاران^۱، ۲۰۲۱).

در مطالعه‌ای موارد تایید شده کووید-۱۹ در کشورهای دانمارک، بلژیک، آلمان، فرانسه، انگلستان، فنلاند، سوئیس و ترکیه از سه روش مختلف $ARIMA$ ^۲، $NARNN$ ^۳ و $LSTM$ ^۴ مدل‌سازی شده‌اند. برای انتخاب دقیق‌ترین مدل با شش معیار ارزیابی شد. با توجه به نتایج مشخص شد که $LSTM$ دقیق‌ترین مدل نسبت دوروش دیگر است. در این پژوهش، در میان کشورهای مورد مطالعه، فنلاند پایین‌ترین تعداد موارد تأیید شده و انگلستان بالاترین میزان موارد تأیید شده در طی شیوع بیماری همه‌گیر مشاهده شده است (کرباس و همکاران^۵، ۲۰۲۰). بیل گیل^۶ (۲۰۲۱) میزان مرگ‌ومیر کرونا در کشور ترکیه، و ژائو و همکاران^۷ (۲۰۲۰) میزان مبتلایان به کرونا را با مدل ورهالست پیش‌بینی کردند و همگی دقت مناسب مدل‌هایشان را گزارش کرده‌اند. در پژوهشی عملکرد کشورهایی که به‌طور جدی تحت تأثیر کنترل سرایت و درمان پزشکی کووید-۱۹ قرار گرفته‌اند، با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها مورد ارزیابی قرار گرفته است. مقادیر بهره‌وری بر اساس شرایط کشورها و تعداد موارد تایید شده در مرحله اول به‌منظور ایجاد مبنایی برای تجزیه و تحلیل با توجه به کنترل سرایت محاسبه شد. در مرحله دوم ارزیابی عملکرد با توجه به تعداد کل موارد تأیید شده، موارد مرگ و موارد بازبازی شده برای ارزیابی کارایی درمان پزشکی در کشورها انجام شد. این کشورها نیز با استفاده از نمودار مساحت به چهار گروه طبقه‌بندی و برای هر گروه، چند پیشنهاد و تحلیل ارائه داده‌اند. نتایج عملکرد کشورها را در رابطه با کنترل سرایت و درمان پزشکی نشان می‌دهد (شیرویه زاد و همکاران^۸، ۲۰۲۰).

روش پیش‌بینی $ARIMA$ یکی از مدل‌های پیش‌بینی کوتاه‌مدت در تحلیل سری زمانی است. این مدل توسط باکس و پیرس^۹ (۱۹۷۰) ارائه شد. آریمای یکی از پرکاربردترین مدل‌ها در پیش‌بینی سری‌های زمانی در طول سال‌های گذشته بوده است، اما پیش‌فرض اصلی آن این است که رابطه‌ی خطی میان مقادیر سری برقرار است، بنابراین رابطه‌های غیرخطی به‌وسیله‌ی مدل آریمای نمی‌توانند خوب تفسیر شوند (ژانگ^{۱۰}، ۲۰۰۳). یکی دیگر از روش‌های مورد استفاده برای تصمیم‌گیری و پیش‌بینی که به‌عنوان یکی از شاخه‌های هوش مصنوعی مطرح است شبکه عصبی مصنوعی ANN ^{۱۱} است. یکی از مشکلاتی که در شبکه عصبی مصنوعی موجب ناپایداری مدل و کاهش صحت پیش‌بینی مدل می‌گردد، هم خطی چندگانه است. این حالت زمانی رخ می‌دهد که متغیرهای کمکی با یکدیگر همبستگی نسبتاً قوی داشته باشند. این مشکل به‌خصوص زمانی که تعداد متغیرهای کمکی (ورودی) زیاد باشد، بسیار محتمل است (پورحسین قلی و همکاران^{۱۲}، ۲۰۰۶). خان و همکاران^{۱۳} (۲۰۲۱) با استفاده از یادگیری ماشین و یادگیری عمیق به پیش‌بینی در زمینه کرونا پرداخته‌اند. عقداپی و حسین زاده کاشان^{۱۴} (۲۰۱۸) در پژوهشی با استفاده از روش پیش‌بینی فیلتر کالمن، به برنامه‌ریزی اجرایی پروژه به‌صورت که بتوان پروژه‌ها را در شرایط عدم قطعیت، پیش‌بینی و افق زمانی پیش‌روی آن‌ها را خیلی دقیق و با کمترین خطا برای مدیران پروژه ترسیم نمود و با کمترین تأخیر زمانی و هزینه‌ای، پروژه را به اتمام رساند، پرداختند. روش‌های دیگری برای پیش‌بینی در زمینه مختلف بیماری کرونا توسط پژوهشگران مورد استفاده قرار گرفته است (پور همایون و شکیبی^{۱۵}، ۲۰۲۱؛ ساتپاسی و همکاران^{۱۶}، ۲۰۲۱).

امروزه جهت پیش‌بینی از روش‌های مختلفی استفاده می‌شود. هر چه اطلاعات بیشتری در دسترس باشد، پیش‌بینی‌ها دقیق‌تر خواهد بود؛ اما جمع‌آوری اطلاعات نیازمند صرف زمان و هزینه است. صرف زمان بیشتر اگرچه منجر به افزایش دقت پیش‌بینی‌ها می‌شود اما از میزان مربوط بودن و به‌موقع بودن اطلاعات می‌کاهد. از طرف دیگر، تمام اطلاعات مورد نیاز، همواره در دسترس نیست؛ بنابراین استفاده از روش‌هایی که بتواند با کمترین اطلاعات، پیش‌بینی‌های دقیقی را ارائه نماید، حائز اهمیت است. اصل اولویت اطلاعات جدید یک اصل مهم در پیش‌بینی‌ها است. به این معنی که آخرین اطلاعات بیش‌ترین ارزش مرجع را برای مدل‌سازی دارند. اطلاعات مربوط به کرونا و ویروس نوعی عدم قطعیت است که اطلاعاتی کافی از آن در اختیار نداریم. از مهم‌ترین ویژگی‌های مدل‌های خاکستری پیش‌بینی در محیط‌هایی با شرایط عدم قطعیت و عدم اطلاعات کافی از نحوه عملکرد سیستم مورد پیش‌بینی و اجرای مدل با تعداد

¹Eyo et al.
²Auto Regressive Integrated Moving Average (ARIMA)
³Nonlinear Auto Regressive Neural Network (NARNN)
⁴Long-Short Term Memory (LSTM)
⁵Kirbaş et al.
⁶Bilgil
⁷Zhao et al.
⁸Shirouyehzad et al.
⁹Box and Pierce
¹⁰Zhang

¹¹Artificial Neural Network (ANN)
¹²Pourhosaingholi et al.
¹³Khan et al.
¹⁴Aghdaee and Husseinzadeh Kasha
¹⁵Pourhomayoun and Shakibi
¹⁶Satpathy et al.





داده‌های کم و محدود و همچنین به‌روز بودن اطلاعات است. با توجه به ماهیت سیستم خاکستری و قدرت مواجهه آن با عدم قطعیت‌هایی از این دست، در پژوهش حاضر از چندین روش پیش‌بینی خاکستری به پیش‌بینی تعداد کل مرگ‌ومیر بر اثر ابتلا به ویروس کووید-۱۹ در جهان پرداخته شده است.

نظریه سیستم خاکستری توسط جولانگ^۱ (۱۹۸۰) معرفی شد. اگر اطلاعات واضح و شفاف یک سیستم را بارنگ سفید و اطلاعات کاملاً ناشناخته یک سیستم بارنگ سیاه تجسم شود، در این صورت اطلاعات مربوط به بیشتر سیستم‌های موجود در طبیعت اطلاعات سفید (کاملاً شناخته‌شده) و یا سیاه (کاملاً ناشناخته) نیستند بلکه مخلوطی از آن دو یعنی به رنگ خاکستری هستند. این‌گونه سیستم‌ها را سیستم‌های خاکستری می‌نامند که اصلی‌ترین مشخصه آن‌ها، کامل نبودن اطلاعات مربوط به آن سیستم است. مطالعات در مورد نظریه سیستم خاکستری به موارد زیر تقسیم‌بندی شود: تکنیک‌های تولید خاکستری، تحلیل رابطه‌ای خاکستری، ساخت مدل خاکستری، پیش‌بینی خاکستری، تصمیم‌گیری خاکستری و کنترل خاکستری (جولانگ^۲، ۱۹۸۹). در طول سه دهه گذشته مدل پیش‌بینی خاکستری به‌طور گسترده مورد استفاده قرار گرفته است. در زمینه‌هایی مانند پیش‌بینی بیکاری، پیش‌بینی تقاضای ساخت‌وساز، تقاضای مسافران صنعت حمل‌ونقل هوایی، مصرف گاز طبیعی، مصرف انرژی خورشیدی، مراقبت‌های بهداشتی، آب‌وهوا و غیره مورد استفاده قرار گرفته است (لوئیس^۳، ۱۹۸۲؛ لیو و همکاران^۴، ۲۰۲۰؛ کارمونا بنتز و نیتو^۵، ۲۰۲۰؛ چن^۶، ۲۰۰۸؛ درویشی سلوکلابی و همکاران^۷، ۲۰۱۷؛ هانگ و لی^۸، ۲۰۱۱).

لیکسیا و همکاران^۹ (۲۰۱۹) در مقاله‌ای با عنوان تجزیه و تحلیل سیستم خاکستری در زمینه پزشکی و بهداشت، به پیش‌بینی میزان آلودگی دستگاه تنفسی بیمارستان با استفاده از مدل $GM(I, I)$ خاکستری و فراهم کردن مبانی نظری برای مطالعه آینده‌نگر در مورد مدیریت عفونت دستگاه تنفسی بیمارستان پرداخته‌اند. پائو و همکاران^{۱۰} (۲۰۱۲) از یک مدل برنولی خاکستری غیرخطی برای پیش‌بینی میزان انتشار کربن، مصرف انرژی و رشد اقتصادی چین استفاده کرد. داینگ و همکاران^{۱۱} (۲۰۲۰) یک مدل جدید پیش‌بینی خاکستری گسسته را برای تخمین میزان انتشار CO_2 مرتبط با انرژی چین پیشنهاد دادند. درویشی سلوکلابی و همکاران^{۱۲} (۲۰۱۹) در مطالعه‌ای فرآیند تولید انرژی تجدیدپذیر در ایران تا سال ۲۰۲۵ را پیش‌بینی کردند. در این پژوهش از مدل‌های مختلف خاکستری استفاده شده است. نتایج آن‌ها نشان داد روش سری فوری خاکستری بهترین مدل در مورد خطای کمتری نسبت به سایر مدل‌ها بوده است (درویشی سلوکلابی و همکاران، ۲۰۱۹). یانگ و همکاران^{۱۳} (۲۰۱۸) در پژوهشی به پیش‌بینی تب و حصبه در شهر ووهان چین پرداختند و برای پیش‌بینی از مدل $GM(I, I)$ با داده‌های واقعی سال‌های ۲۰۰۴ تا ۲۰۱۵ بکار گرفتند و برای سال ۲۰۱۶ پیش‌بینی انجام شد. به این نتیجه رسیدند که بروز TPF در شهر ووهان در سه سال آینده به آرامی کاهش می‌یابد.

صرف هزینه و زمان، در دسترس نبودن اطلاعات مورد نیاز در روش‌های پیشین محققان را به معرفی مدل جدیدی که بتواند با کمترین اطلاعات حداقل چهار داده پیش‌بینی نسبتاً دقیقی ارائه دهد ترغیب نمود. رویکردها و مدل‌های مختلف در پیش‌بینی خاکستری وجود دارد که مهم‌ترین و پایه‌ای‌ترین آن‌ها مدل $GM(I, I)$ است. با این وجود، مطالعات متعدد نیز نشان داده‌اند که اگرچه مدل $GM(I, I)$ زمانی که داده‌های نمونه روند رشد پایدار داشته باشند دقت بالا دارد، اما اگر داده‌های نمونه حاوی نوسان‌هایی باشند، مدل $GM(I, I)$ باید برای بهبود دقت پیش‌بینی اصلاح شود. نمونه‌هایی از مدل‌های اصلاح‌شده شامل مدل غیرخطی برنولی و اصلاح‌شده مدل مارکوف است (تسای و همکاران^{۱۴}، ۲۰۱۷).

پژوهش‌های زیادی در زمینه پیش‌بینی وضعیت این بیماری با روش‌های مختلف انجام شده است اما برخلاف همه آن‌ها، با توجه به اهمیت برنامه‌ریزی و توجه جامعه جهانی برای برنامه‌ریزی و کنترل این بیماری فراگیر در دنیا، این پژوهش به بررسی روند پیش‌بینی میزان مرگ‌ومیر با استفاده از مدل‌های مختلف نظریه سیستم‌های خاکستری در کل دنیا پرداخته است. مدل‌هایی همچون $GM(I, I)$ ، $Grey Verhulst$ ، $DGM(I, I)$ ، $NgBm(I, I)$ و $F-NGBm(I, I)$ برای پیش‌بینی در نظر گرفته شد. سری فوری به علت افزایش دقت پیش‌بینی‌ها به کار گرفته

¹ Ju-long

² Julong

³ Lewis

⁴ Liu et al.

⁵ Carmona-Beni'tez and Nieto

⁶ Chen

⁷ Darvishi Salookolaei et al.

⁸ Huang and Lee

⁹ Lixia et al.

¹⁰ Pao et al.

¹¹ Ding et al.

¹² Darvishi Salookolaei et al.

¹³ Yang et al.

¹⁴ Tsai et al.

شد. همچنین به منظور بررسی میزان خطای مدل‌ها از معیارهای ارزیابی میانگین خطای مطلق^۱، کمترین مربعات خطا^۲ و میانگین درصد خطای مطلق^۳ استفاده شد.

این مقاله به این صورت تنظیم شده است: پس از بیان مقدمه، در بخش دوم رویکردهای مختلف پیش‌بینی خاکستری بیان می‌شود. یافته‌های پژوهش و ارزیابی مدل در بخش سوم بیان می‌شود. در پایان هم تحلیل یافته و نتیجه‌گیری ارائه می‌شود.

۲- مدل‌های پیش‌بینی خاکستری

اکثر روش‌های پیش‌بینی نیازمند تعداد داده‌های زیادی هستند و برای بررسی خصوصیات سیستم از روش آماری استفاده می‌شود. علاوه بر این، به دلیل آشفتگی ناشی از خارج سیستم و روابط متقابل پیچیده بین سیستم و یا بین سیستم و محیط اطراف، بررسی سیستم بسیار مشکل خواهد بود. مدل پیش‌بینی خاکستری بسیار کاربردی و ابزاری مناسب برای سیستم‌هایی با ساختار پیچیده و نامطمئن و نامنظم است (شیه و لیو^۴، ۲۰۰۹). مدل پیش‌بینی خاکستری ساده‌تر از روش‌های دیگر بوده و در بسیاری از رشته‌ها از جمله مدیریت، علوم اجتماعی، امور مالی، اقتصادی، پزشکی، مهندسی و هواشناسی استفاده شده است (لیو و همکاران^۵، ۲۰۱۷). مدل‌های مختلفی در سیستم‌های خاکستری برای پیش‌بینی مسائل وجود دارد که در ادامه به معرفی اجمالی آن‌ها خواهیم پرداخت.

۲-۱- مدل پیش‌بینی خاکستری GM(1,1)

مدل پیش‌بینی خاکستری $GM(1,1)$ یک مدل پیش‌بینی سری زمانی است که شامل گروهی از معادلات دیفرانسیل سازگار با واریانس پارامترها و همچنین یک معادله دیفرانسیل مرتبه اول و یک متغیره است. مدل $GM(1,1)$ کاربردی‌ترین مدل‌های مدل پیش‌بینی سری زمانی است و اساساً یک مدل نمایی است (جولانگ، ۱۹۸۹).

در این مدل برای سفید کردن یک دنباله خاکستری از ابزاری مانند عملگر تجمعی^۶ استفاده می‌شود به طوری که قوانین پنهان شده در داده‌های آشوبناک اولیه به خوبی روشن می‌سازد و عملگر تولید انباشته معکوس^۷ برای مشخص کردن برآوردهای اصلی داده‌ها استفاده می‌شوند. مراحل مدل پیش‌بینی خاکستری $GM(1,1)$ به طور خلاصه به صورت زیر بیان می‌شود:

گام اول: فرض کنید $X^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n))$ دنباله‌ای از داده‌های اولیه با $x^{(0)} \geq 0$ و $n \geq 4$ باشد.

گام دوم: $X^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n))$ دنباله تجمعی $X^{(0)}$ است که

$$x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i); \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (1)$$

گام سوم: $Z^{(1)} = \{z^{(1)}(2), z^{(1)}(3), \dots, z^{(1)}(n)\}$ سری همسایگان مجاور $X^{(1)}$ است که

$$Z^{(1)}(k) = \alpha x^{(1)}(k) + (1-\alpha)x^{(1)}(k-1), \quad k=2,3,\dots,n \quad (2)$$

که معمولاً α را ۰٫۵ در نظر می‌گیرند.

گام چهارم: معادله دیفرانسیل خاکستری مدل $GM(1,1)$ به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$x^{(0)}(k) + a z^{(1)}(k) = b. \quad (3)$$

که در آن α ضریب توسعه و b ضریب کمی خاکستری یا پارامتر خاکستری گویند.

¹ Mean Absolute Error (MAE)

² Root Mean Squared Error (RMSE)

³ Mean Absolute Percentage Error (MAPE)

⁴ Xie and Liu

⁵ Liu et al.

⁶ Accumulating Generation Operator (AGO)

⁷ Inverse Accumulating Generation Operator (IAGO)

گام پنجم: معادله سفید شده معادله دیفرانسیل خاکستری به صورت زیر است:

$$\frac{dx^{(1)}(t)}{dt} + ax^{(1)}(t) = b. \quad (4)$$

گام ششم: با بکار بردن تخمین حداقل مربعات می توانیم مقادیر α و b را محاسبه کنیم، سپس دنباله تجمعی مرتبه اول $x_p^{(1)}(k+1)$ و دنباله تجمعی معکوس $x_p^{(0)}(k+1)$ را به دست می آوریم.

$$x_p^{(1)}(k+1) = \left[x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right] e^{-ak} + \frac{b}{a}. \quad (5)$$

$$x_p^{(0)}(k+1) = x_p^{(1)}(k+1) - x_p^{(1)}(k), \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (6)$$

مقادیر α و b را می توانیم با روش تخمین حداقل مربعات از معادله (7) به دست آورد

$$[a, b]^T = [B^T B]^{-1} B^T y, \quad (7)$$

که در آن $y = [x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(n)]^T$ و

$$B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

جهت یافتن مقدار پیش بینی داده های اولیه در زمان $(k+1)$ عملگر تجمعی معکوس را به کار می بریم. مقدار پیش بینی داده های اولیه از طریق معادله (9) به دست می آید

$$x_p^{(0)}(k+1) = x_p^{(1)}(k+1) - x_p^{(1)}(k) = \left(x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right) (1 - e^{-a}) e^{-ak}, \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (9)$$

2-2- مدل پیش بینی برنولی خاکستری غیرخطی (1,1) NgBm¹

مدل $NgBm(I, I)$ یک مدل پیش بینی اصلی است که با ترکیب مدل $gm(I, I)$ با معادله دیفرانسیل برنولی به دست آمده است (لو و همکاران³، 2016؛ ژو و همکاران³، 2009). مدل $gm(I, I)$ یک فرم خاصی از مدل پیش بینی $NgBm(I, I)$ است. مراحل انجام مدل پیش بینی $NgBm(I, I)$ به شرح زیر است:

گام های اول، دوم مدل $NgBm(I, I)$ دقیقاً شبیه مدل $gm(I, I)$ است.

گام سوم: $Z^{(1)} = \{z^{(1)}(2), z^{(1)}(3), \dots, z^{(1)}(n)\}$ سری همسایگان مجاور $X^{(1)}$ است که

$$Z^{(1)}(k) = \alpha x^{(1)}(k) + (1 - \alpha)x^{(1)}(k-1), \quad k = 2, 3, \dots, n. \quad (10)$$

گام چهارم: معادله دیفرانسیل خاکستری مدل $NgBm(I, I)$ به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$x^{(0)}(k) + a z^{(1)}(k) = b [z^{(1)}(k)]^r. \quad (11)$$



¹Nonlinear Bernoulli Grey Model

² Lu et al.

³ Zhou et al.

گام پنجم: معادله سفید شده معادله دیفرانسیل خاکستری به شرح زیر است:

$$\frac{dx^{(1)}(k)}{dt} + ax^{(1)}(k) = b[x^{(1)}(k)]^r. \quad (12)$$

گام ششم: مقادیر a و b را می‌توانیم با روش تخمین حداقل مربعات به صورت زیر به دست آورد:

$$[a, b]^T = [B^T B]^{-1} B^T y, \quad (13)$$

که در آن $y = [x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(n)]^T$ و

$$B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & [-z^{(1)}(2)]^r \\ -z^{(1)}(3) & [-z^{(1)}(3)]^r \\ \vdots & \vdots \\ -z^{(1)}(n) & [-z^{(1)}(n)]^r \end{bmatrix}. \quad (14)$$

گام هفتم: بعد از محاسبه مقادیر a و b جواب معادله سفید شده معادله دیفرانسیل خاکستری به دست می‌آید:

$$x_p^{(1)}(k+1) = \left[\left[x^{(0)}(1)^{(1-r)} - \frac{b}{a} \right] e^{-a(1-r)k} + \frac{b}{a} \right]^{\frac{1}{1-r}} \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (15)$$

جهت یافتن مقدار پیش‌بینی داده‌های اولیه در زمان $(k+1)$ عملگر تجمعی معکوس را به کار می‌بریم. مقدار پیش‌بینی داده‌های اولیه از طریق معادله زیر به دست می‌آید:

$$x_p^{(0)}(k+1) = x_p^{(1)}(k+1) - x_p^{(1)}(k). \quad (16)$$

در این مقاله، برای به دست آوردن پارامترهای r و α بهینه در مدل $NgBm(1,1)$ از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام جمعیت^۱ یا به اختصار PSO استفاده شده است (ایبرهات و کندی^۲، ۱۹۹۵؛ ژو و همکاران، ۲۰۰۹). پارامترهای بهینه مدل $NgBm(1,1)$ تحت شرایط کمترین خطای $mape$ به شرح زیر است:

$$\min f(\alpha, r) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left| \frac{x^{(0)}(k) - x_p^{(0)}(k)}{x^{(0)}(k)} \right| \times 100. \quad (17)$$

بهینه‌سازی مدل برنولی یک مسئله بهینه‌سازی ترکیبی است که در آن متغیرهای تصمیم‌گیری r و α است و هدف بهینه‌سازی حداقل رساندن $mape$ است.

۳-۲- اصلاح خطای باقی‌مانده مدل برنولی با سری فوریه F-NgBm(1,1)

یکی از روش‌های مورد استفاده برای افزایش دقت مدل خاکستری، روش اصلاح خطای باقی‌مانده توسط سری فوریه است؛ بنابراین، این مطالعه از سری فوریه برای اصلاح باقیمانده $NgBm(1,1)$ استفاده شده است (هانگ و لی، ۲۰۱۱).

گام اول: دنباله خطا $\varepsilon^{(0)}$ را به صورت زیر تعریف کنید:



$$\begin{aligned} \varepsilon(k) &= \{\varepsilon(2), \varepsilon(3), \dots, \varepsilon(n)\}, \\ \varepsilon(k) &= x_p^{(0)}(k) - x_p^{(0)}(k) \quad k = 2, 3, \dots, n, \end{aligned} \quad (18)$$

که در آن $x_p^{(0)}(k)$ و $x_p^{(0)}(k)$ به ترتیب نشان دهنده مقدار واقعی و مقدار پیش‌بینی شده از مدل $NgBm(I, I)$ می‌باشند.

گام دوم: از سری فوریه برای تغییر مقادیر خطای $NgBm(I, I)$ مانند معادله زیر استفاده کنید:

$$\varepsilon_p(k) = \frac{1}{2} a_0 + \sum_{i=1}^z [a_i \cos(\frac{2i\pi}{T} k) + b_i \sin(\frac{2i\pi}{T} k)] \quad k = 1, 2, 3, \dots, n. \quad (19)$$

در معادله فوق $T = n - 1$ دوره تناوب است و $z = \lfloor \frac{n-1}{2} \rfloor - 1$ نشان دهنده حداقل فرکانس بسط سری فوریه را نشان می‌دهد.

گام سوم: بنابراین، خطای باقیمانده به صورت زیر برآورد می‌شود:

$$\varepsilon = P \times C. \quad (20)$$

که در آن

$$P = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \cos(2\frac{2\pi}{T}) & \sin(2\frac{2\pi}{T}) & \cos(2\frac{2\pi}{T}) & \sin(2\frac{2\pi}{T}) & \dots & \cos(2\frac{2\pi}{T}) & \sin(2\frac{2\pi}{T}) \\ \frac{1}{2} & \cos(3\frac{2\pi}{T}) & \sin(3\frac{2\pi}{T}) & \cos(3\frac{2\pi}{T}) & \sin(3\frac{2\pi}{T}) & \dots & \cos(3\frac{2\pi}{T}) & \sin(3\frac{2\pi}{T}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{1}{2} & \cos(n\frac{2\pi}{T}) & \sin(n\frac{2\pi}{T}) & \cos(n\frac{2\pi}{T}) & \sin(n\frac{2\pi}{T}) & \dots & \cos(n\frac{2\pi}{T}) & \sin(n\frac{2\pi}{T}) \end{bmatrix}. \quad (21)$$

و

$$C = [a_0, a_1, b_1, a_2, b_2, \dots, a_z, b_z]. \quad (22)$$

پارامترهای a_i, a_0 و b_i را با استفاده از روش حداقل مربعات می‌توان به دست آورد.

$$C = (P^T P)^{-1} P^T \varepsilon. \quad (23)$$

گام چهارم: سرانجام، سری اصلی پیش‌بینی به صورت زیر اصلاح می‌شود:

$$x_{pf}^{(0)}(k) = x_p^{(0)}(k) + \varepsilon_p(k) \quad k = 2, 3, \dots, n. \quad (24)$$

۲-۴- مدل ورهالست خاکستری (Grey Verhulst)

مدل $GM(I, I)$ برای دنباله داده‌هایی که الگوی نمایی و دارای تغییرات یکنوا، مناسب است. برای دنباله داده‌هایی که تغییرات غیر یکنوا داشته و موج‌دار یا S شکل هستند از مدل ورهالست استفاده می‌شود. این مدل معمولاً برای پیش‌بینی جمعیت انسانی، رشد بیولوژیکی، تولد، چرخه عمر اقتصادی محصول مصرفی و نظایر آن به کار می‌رود (ون و هانگ^۱، ۲۰۰۴). مدل ورهالست به صورت زیر است:

گام‌های اول، دوم و سوم مدل ورهالست خاکستری دقیقاً شبیه مدل $gm(I, I)$ است.

گام چهارم: اگر در معادله مدل $NgBm(I, I)$ به جای $r = 2$ قرار دهیم معادله برنولی خاکستری تبدیل به معادله ورهالست خاکستری می‌شود؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$x^{(0)}(k) + a z^{(1)}(k) = b(z^{(1)}(k))^2. \quad (25)$$



¹ Wen and Huang

گام پنجم: معادله سفید شده ورهالست خاکستری به شکل زیر است:

$$\frac{dx^{(1)}}{dx} + ax^{(1)}(k) = b(x^{(1)}(k))^2. \quad (26)$$

گام ششم: مقادیر a و b را می‌توانیم با روش تخمین حداقل مربعات به صورت زیر به دست آورد:

$$[a, b]^T = [B^T B]^{-1} B^T y, \quad (27)$$

که در آن $y = [x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(n)]^T$ و

$$B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & z^{(1)}(2) \\ -z^{(1)}(3) & z^{(1)}(3) \\ \vdots & \vdots \\ -z^{(1)}(n) & z^{(1)}(n) \end{bmatrix}. \quad (28)$$

گام هفتم: جواب معادله سفید شده ورهالست خاکستری به فرم زیر است:

$$x_p^{(1)}(k+1) = \frac{ax^{(0)}(1)}{bx^{(0)}(1) + (a - bx^{(0)}(1))e^{ak}}. \quad (29)$$

مقدار پیش‌بینی داده‌های اولیه با به‌کارگیری عملگر تجمعی معکوس به صورت زیر است:

$$x_p^{(0)}(k) = \frac{ax^{(0)}(1)(a - bx^{(0)}(1))}{(bx^{(0)}(1) + (a - bx^{(0)}(1))e^{a(k-1)}} \times \frac{(1 - e^a)e^{a(k-2)}}{(bx^{(0)}(1) + (a - bx^{(0)}(1))e^{a(k-2)}}. \quad (30)$$

۲-۵- مدل خاکستری گسسته $DGM(1,1)$ ^۱

مدل $DGM(1,1)$ شکل گسسته مدل خاکستری را با معادله دیفرانسیل متناهی درجه اول با یک متغیر را نشان می‌دهد (لیو و فورست^۲، ۲۰۱۰). مراحل مدل پیش‌بینی $DGM(1,1)$ در ذیل بیان می‌شود:

گام‌های اول و دوم $DGM(1,1)$ همانند گام‌های اول و دوم مدل $GM(1,1)$ است.

گام سوم: فرم گسسته یک معادله پیش‌بینی خاکستری با پارامترهای β_1 و β_2 به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$x^{(1)}(k+1) = \beta_1 x^{(1)}(k) + \beta_2. \quad (31)$$

گام چهارم: پارامترهای β_1 و β_2 را می‌توان به روش حداقل مربعات محاسبه کرد؛ یعنی:

$$[\beta_1, \beta_2]^T = [B^T B]^{-1} B^T y, \quad (32)$$

که در آن $y = [x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(n)]^T$ و





$$B = \begin{bmatrix} x^{(1)}(2) & 1 \\ x^{(1)}(3) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ x^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix}. \quad (33)$$

گام پنجم: پاسخ سری زمانی $DGM(I, I)$ به صورت زیر بیان می‌شود:

$$x_p^{(1)}(k) = \beta_1^k \left(x^{(0)}(k) - \frac{\beta_2}{1 - \beta_1} \right) + \frac{\beta_2}{1 - \beta_1} \quad k = 2, 3, \dots, n. \quad (34)$$

جهت یافتن مقدار پیش‌بینی داده‌های اولیه در زمان $(K+1)$ عملگر تجمعی معکوس را به کار می‌بریم. مقدار پیش‌بینی داده‌های اولیه از طریق معادله زیر به دست می‌آید:

$$x_p^{(0)}(k) = x_p^{(1)}(k) - x_p^{(1)}(k-1) = (\beta_1 - 1) \left(x^{(0)}(1) - \frac{\beta_2}{1 - \beta_1} \right) \beta_1^{k-1}, \quad k = 2, 3, \dots, n \quad (35)$$

$$x_p^{(0)}(0) = 0, \quad x_p^{(0)}(1) = x^{(1)}(1) = x^{(0)}(1).$$

در بخش بعدی با توجه به داده‌های جمع‌آوری شده به پیش‌بینی میزان مرگ‌ومیر مبتلایان به بیماری کرونا با مدل‌های بیان شده خواهیم پرداخت.

۳- یافته‌های تحقیق

در این پژوهش، داده‌های ماهانه میزان مرگ‌ومیر افراد بر اثر ابتلا به ویروس کرونا در جهان از سایت www.worldometers.info اقتباس شده است. با استفاده از سری زمانی تعداد مرگ‌ومیر شش ماه اول سال ۲۰۲۱، پیش‌بینی برای شش ماه دوم سال ۲۰۲۱ بر اساس پنج مدل پیش‌بینی خاکستری که عبارت‌اند از مدل‌های خاکستری $GM(I, I)$ ، $Grey Verhulst$ ، $DGM(I, I)$ ، $NgBm(I, I)$ و $F-NgBm(I, I)$ انجام شده است. سپس با استفاده از روش ارزیابی خطای MAE ، $RMSE$ و $MAPE$ ، دقت روش‌های پیش‌بینی مقایسه شده است. همان‌طور که در جدول ۱ نشان داده شده است، ستون‌های اول و دوم از سمت چپ مربوط به تاریخ و میزان مرگ‌ومیر ماهانه هستند. ستون سوم جدول با مقادیر پیش‌بینی شده توسط مدل $GM(I, I)$ است. ستون چهارم جدول ۱ مقادیر پیش‌بینی شده مدل $DGM(I, I)$ است. روش مورد بررسی در ستون پنجم جدول ۱ مدل $Grey Verhulst$ است. روش $NgBm(I, I)$ که یک مدل برنولی خاکستری غیرخطی است که ستون ششم جدول ۱ مقادیر پیش‌بینی شده آن را شامل می‌شود. در ستون آخر جدول مدل $F-NGBM(I, I)$ آورده شده که با اعمال روش اصلاح باقی مانده سری فوریه مقدار پیش‌بینی شده به مقدار واقعی نزدیک‌تر می‌شود. با توجه به داده‌های جمع‌آوری شده و با استفاده از روش‌های ذکر شده در بخش ۲، نتایج حاصل در جدول ۱ آمده است.

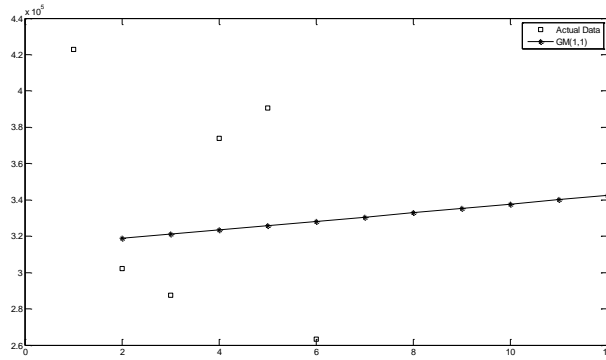
جدول ۱- میزان واقعی و پیش‌بینی شده میزان مرگ‌ومیر بر اثر ابتلای ویروس کرونا.

Table 1- Actual and predicted rates of death from coronavirus.

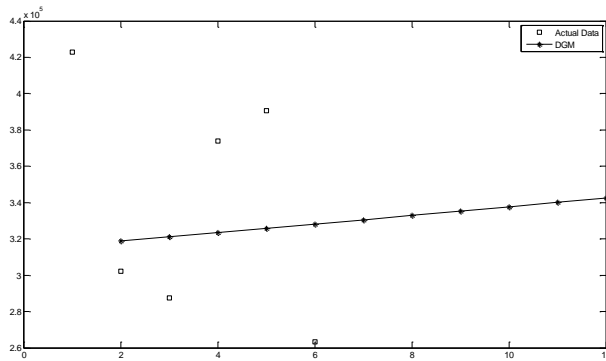
Date	Actual Data	GM(1,1)	DGM(1,1)	Grey Verhulst	NGBM(1,1)	F-NGBM(1,1)
2021/01/31	422909	422909	422909	422909	422909	422909
2021/02/28	302306	318908	318909	375260	316502	262380
2021/03/31	287457	321199	321201	453062	323585	322460
2021/04/30	373795	323507	323509	468492	326357	373265
2021/05/31	390673	325832	325833	413171	326750	366527
2021/06/30	263380	328173	328175	315610	325641	302979
		330532	330533	215009	323512	269390
		332907	332908	135014	320657	255655
		335299	335300	80405	317269	299419
		337708	337710	46359	313483	335655
		340135	340136	26222	309395	309150
		342579	342581	14679	305080	250958



همان‌طور که در جدول ۱ قابل مشاهده است پیش‌بینی می‌شود که در مدل $GM(1,1)$ و $DGM(1,1)$ به آرامی میزان مرگ‌ومیر در ماه‌های آینده در حال کاهش است. با توجه به واکنش‌ناهیون افراد ممکن است منطقی باشد.

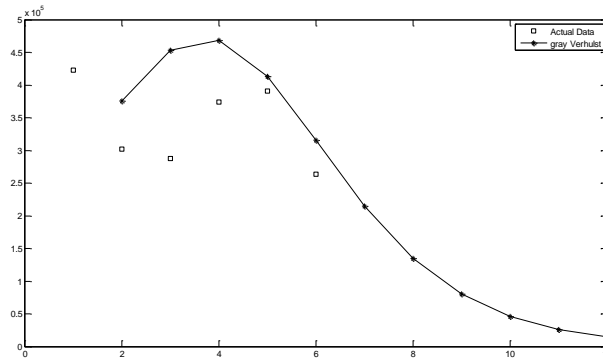


شکل ۱- میزان واقعی و پیش‌بینی‌شده با روش $GM(1,1)$.
Figure 1- Actual and Predicted value by GM (1, 1) method.



شکل ۲- میزان واقعی و پیش‌بینی‌شده با روش $DGM(1,1)$.
Figure 2- Actual and predicted value by DGM (1, 1) methods.

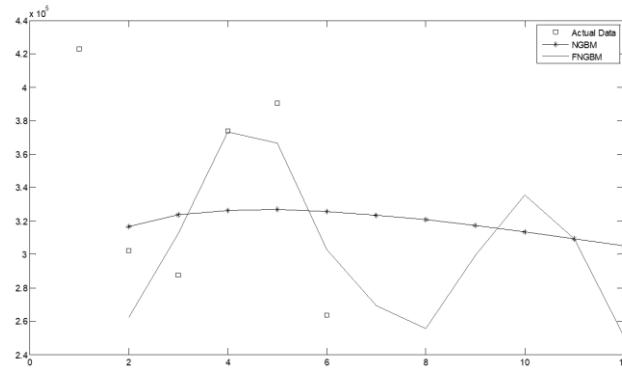
در مدل *Grey Verhulst* میزان مرگ‌ومیر حالت کاهشی دارد به طوری که ماه آخر ۲۰۲۱ به تعداد ۱۴۶۷۹ می‌رسد که ممکن است خیلی واقعی نباشد.



شکل ۳- میزان واقعی و پیش‌بینی‌شده با روش *Gery Verhulst*.
Figure 3- Actual and predicted value by gery verhulst method.

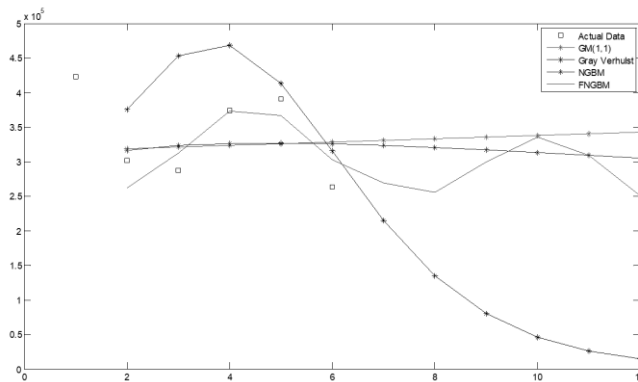


در مدل $NGBM(1,1)$ و $F-NGBM(1,1)$ میزان مرگ‌ومیر حالت کاهشی دارد که به ترتیب در ماه آخر ۲۰۲۱ به تعداد ۳۰۵۰۸۰ و ۲۵۰۹۵۸ خواهد رسید که ممکن است با انجام واکسیناسیون و پیگیری رعایت پروتکل‌ها به صورت گسترده و همه‌جانبه از سوی دولت‌ها و مردم این مهم قابل دسترس باشد.



شکل ۴- میزان واقعی و پیش‌بینی شده با روش $NGBM(1,1)$ و $F-NGBM(1,1)$.
Figure 4- Actual and predicted value by $NGBM(1,1)$ and $F-NGBM(1,1)$ methods.

نمودار مربوط به مقایسه یافته‌های پژوهش که با روش‌های مختلف به دست آمده، در شکل ۴ به صورت زیر آورده شده است.



شکل ۵- مقادیر واقعی و پیش‌بینی شده میزان مرگ‌ومیر افراد بر اثر ابتلای ویروس کرونا.
Figure 5- Actual and predicted value of death from coronavirus.

۳-۱- ارزیابی مدل

اختلاف بین مقادیر واقعی و مقادیر پیش‌بینی شده به دست آمده با استفاده از یک مدل پیش‌بینی، خطای پیش‌بینی مدل در نظر گرفته می‌شود. تعیین خطای پیش‌بینی، موفقیت یک مدل پیش‌بینی را نشان می‌دهد. معمولاً برای مقایسه دقت مدل از سه ابزار متداول میانگین خطای مطلق (MAE)، کمترین مربعات خطا ($RMSE$) و میانگین درصد خطای مطلق ($MAPE$) استفاده می‌شود (ونگ و پن^۱، ۲۰۱۴). روش‌های ارزیابی خطای مدل‌های پیش‌بینی به صورت زیر خواهد بود:

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left| \frac{x^{(0)}(k) - x_p^{(0)}(k)}{x^{(0)}(k)} \right| \times 100. \quad (1)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (x^{(0)}(k) - x_p^{(0)}(k))^2}{n}}. \quad (2)$$

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n |x^{(0)}(k) - x_p^{(0)}(k)|. \quad (3)$$

¹ Wang and Phan

وقتی خطای $MAPE$ نزدیک به صفر باشد، پیش‌بینی مدل بسیار دقیق است و عملکرد خوبی را ارائه داده است و بالعکس. علاوه بر این، مطابق با مقدار خطای $MAPE$ ، میزان دقت پیش‌بینی مدل را می‌توان در چهار سطح عالی، خوب، قابل قبول و نادقیق طبقه‌بندی کرد که در جدول ۲ آورده شده است.



جدول ۲- دسته‌بندی پیش‌بینی مدل‌ها.
Table 2- Classification of prediction models.

MAPE (%)	قدرت پیش‌بینی
<10	عالی
10-20	خوب
20-50	قابل قبول
>50	نادقیق

با توجه به یافته‌های تحقیق و مقادیر پیش‌بینی شده، مقدار خطای مدل‌ها در جدول ۳ آمده است. همچنین، صحت پیش‌بینی انجام‌شده توسط مدل‌های مختلف مورد بحث قرار گرفته است.

جدول ۳- مقایسه خطای پیش‌بینی مدل‌ها.
Table 3- Comparison prediction error of models.

Model/error type	MAE	RMSE	MAPE
GM(1,1)	38377.68	45360.67	11.98
DGM(1,1)	38377.91	45.60.67	11.98
Grey Verhulst	67997.26	86553.26	22.11
NGBM(1,1)	37324.38	44196.06	11.66
F-NGBM(1,1)	21533.94	26989.54	7.21

همان‌طور که در جدول ۳ مشاهده می‌شود در مدل $GM(1,1)$ مقادیر خطای MAE ، $RMSE$ و $MAPE$ به ترتیب $38377.68/68$ ، $45360.67/67$ و $11.98/98$ درصد است. مقادیر خطای MAE ، $RMSE$ و $MAPE$ مدل $DGM(1,1)$ به ترتیب $38377.91/91$ ، $45.60.67/67$ و $11.98/98$ درصد است. در سطر سوم جدول فوق $67997.26/26$ ، $86553.26/26$ و $22.11/11$ درصد میزان خطای MAE ، $RMSE$ و $MAPE$ مدل $Grey Verhulst$ به دست آمده است. سطر چهارم جدول ۳ میزان خطای MAE ، $RMSE$ و $MAPE$ مدل $NGBM(1,1)$ به ترتیب $37324.38/06$ ، $44196.06/66$ و $11.66/66$ درصد نشان می‌دهد. سطر آخر جدول فوق $21533.94/94$ ، $26989.54/54$ و $7.21/21$ میزان خطای MAE ، $RMSE$ و $MAPE$ مدل $F-NGBM(1,1)$ است. از جدول ۲ و نتایج به دست آمده $MAPE$ در جدول ۳ پیش‌بینی مدل $F-NGBM(1,1)$ در دسته پیش‌بینی عالی قرار می‌گیرد و مدل $Grey Verhulst$ جزء دسته قابل قبول و بقیه روش‌ها در دسته پیش‌بینی‌های خوب قرار می‌گیرند. همچنین مدل $F-NGBM(1,1)$ در مقایسه با چهار مدل دیگر کمترین خطای پیش‌بینی و در نتیجه بیشترین دقت را دارد و برای پیش‌بینی مناسب‌تر است؛ بنابراین میزان پیش‌بینی این مدل قابل قبول‌تر خواهد بود.

۴- بحث و نتیجه‌گیری

روش‌های مختلفی برای پیش‌بینی حوادث و وقایع طبیعی وجود دارد. اکثر روش‌های پیش‌بینی نیازمند داده‌های زیادی هستند و برای بررسی خصوصیات سیستم‌ها از روش آماری استفاده می‌شود. مدل پیش‌بینی خاکستری مزیت ایجاد یک مدل با داده‌های کم و غیرقطعی با دقت مناسب را داشته و ابزاری مناسب برای پیش‌بینی سیستم‌ها در محیط عدم قطعیت است. از آنجایی که داده‌های تاریخی زیادی برای پیش‌بینی تعداد مرگ و میرهای کرونایی وجود ندارد، از این روش استفاده از مدل‌های پیش‌بینی خاکستری بسیار مناسب خواهد بود. با توجه به یافته‌های پژوهش اصلاح خطای باقی‌مانده مدل برنولی با سری فوریه $F-NGBM(1,1)$ با توجه به میانگین درصد خطای مطلق ($MAPE$) برابر $7/21$ مناسب‌ترین مدل نسبت به مدل‌های دیگر است. در کوتاه‌مدت استفاده از مدل‌های پیش‌بینی خاکستری با میزان خطای بسیار کم در زمینه پیش‌بینی موارد مورد نیاز در برنامه‌ریزی مقابله با بیماری کرونا در دنیا مفید خواهد بود. همچنین می‌توان پیش‌بینی را برای بازه زمانی بیشتری انجام داد اما نباید از تأثیر داده‌های جدید غافل بود. شناسایی و رتبه‌بندی عوامل مؤثر بر ایجاد جهش و موج مرگ و میر ناشی از این بیماری و پیش‌بینی موج‌های احتمالی بعدی این بیماری موضوع مطالعات و پژوهش‌های آینده نویسندگان خواهد بود.



نویسندگان مقاله مراتب قدردانی خود را از داوران محترم اعلام می‌دارند. بی‌شک نقطه نظرات ارزشمندشان در بهبود کیفیت مقاله نقش به سزایی داشته است.

تعارض با منافع

نویسندگان اعلام دارند که هیچ تضادی در منافع در مورد انتشار این نسخه وجود ندارد.

منابع

- Aghdaee, E., & Husseinzadeh Kashan, A. (2018). An approach based on Leagues Championship Algorithm (LCA) and Kalman Filter for multi-objective project scheduling problem and predicting the time progress. *Journal of decisions and operations research*, 3(2), 99-113. DOI: [10.22105/dmor.2018.65519](https://doi.org/10.22105/dmor.2018.65519)
- Bilgil, H. (2021). New grey forecasting model with its application and computer code. *AIMS mathematics*, 6(2), 1497-1514.
- Box, G. E., & Pierce, D. A. (1970). Distribution of residual autocorrelations in autoregressive-integrated moving average time series models. *Journal of the American statistical association*, 65(332), 1509-1526.
- Carmona-Benítez, R. B., & Nieto, M. R. (2020). SARIMA damp trend grey forecasting model for airline industry. *Journal of air transport management*, 82, 101736. <https://doi.org/10.1016/j.jairtraman.2019.101736>
- Chen, C. I. (2008). Application of the novel nonlinear grey Bernoulli model for forecasting unemployment rate. *Chaos, solitons & fractals*, 37(1), 278-287. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2006.08.024>
- Darvishi Salookolaei, D., Liu, S., & Babaei, P. (2017). Application of grey system theory in rainfall estimation. *Control and optimization in applied mathematics*, 2(2), 15-32. (In Persian). http://mathco.journals.pnu.ac.ir/article_5727.html
- Darvishi Salookolaei, D., Babaei, P., & Heydari Gorji, S. (2019). Prediction of renewable energy production using grey systems theory. *International journal of nonlinear analysis and applications*, 10(Special Issue (nonlinear analysis in engineering and sciences)), 39-51. DOI: [10.22075/ijnaa.2019.4395](https://doi.org/10.22075/ijnaa.2019.4395)
- Ding, S., Xu, N., Ye, J., Zhou, W., & Zhang, X. (2020). Estimating Chinese energy-related CO2 emissions by employing a novel discrete grey prediction model. *Journal of cleaner production*, 259, 120793. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2020.120793>
- Eberhart, R., & Kennedy, J. (1995, October). A new optimizer using particle swarm theory. *MHS'95. Proceedings of the sixth international symposium on micro machine and human science* (pp. 39-43). IEEE. DOI: [10.1109/MHS.1995.494215](https://doi.org/10.1109/MHS.1995.494215)
- Eyo, I., Eyoh, J., & Umoh, U. (2021). On the prediction of COVID-19 time series: an intuitionistic fuzzy logic approach. *Journal of fuzzy extension and application*, 2(2), DOI: [171-190. 10.22105/jfea.2021.263890.1070](https://doi.org/10.22105/jfea.2021.263890.1070)
- Huang, Y. L., & Lee, Y. H. (2011). Accurately forecasting model for the stochastic volatility data in tourism demand. *Modern economy*, 2(05), 823-829. DOI: [10.4236/me.2011.25091](https://doi.org/10.4236/me.2011.25091)
- Ju-long, D. (1980). Study on fuzzy decision-making systems. Retrieved from https://en.cnki.com.cn/Article_en/CJFDTotat-HZLG1980S2010.htm
- Julong, D. (1989). Introduction to grey system theory. *The Journal of grey system*, 1(1), 1-24. <http://www.researchinformation.co.uk/grey/IntroGreySysTheory.pdf>
- Khan, I. U., Aslam, N., Aljabri, M., Aljameel, S. S., Kamaleldin, M. M. A., Alshamrani, F. M., & Chrouf, S. M. (2021). Computational intelligence-based model for mortality rate prediction in covid-19 patients. *International journal of environmental research and public health*, 18(12), 6429. <https://doi.org/10.3390/ijerph18126429>
- Kurbaş, İ., Sözen, A., Tuncer, A. D., & Kazancıoğlu, F. Ş. (2020). Comparative analysis and forecasting of COVID-19 cases in various European countries with ARIMA, NARNN and LSTM approaches. *Chaos, solitons & fractals*, 138, 110015. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2020.110015>
- Kuniya, T. (2020). Prediction of the epidemic peak of coronavirus disease in Japan. *Journal of clinical medicine*, 9(3), 789. <https://doi.org/10.3390/jcm9030789>
- Lewis, C. D. (1982). *Industrial and business forecasting methods: a practical guide to exponential smoothing and curve fitting*. Butterworth-Heinemann.
- Liu, L., Chen, Y., & Wu, L. (2020). Forecasting confirmed cases, deaths, and recoveries from COVID-19 in China during the early stage. *Mathematical problems in engineering*. <https://doi.org/10.1155/2020/1405764>
- Liu, S., & Forrest, J. Y. L. (2010). *Grey systems: theory and applications*. Springer Science & Business Media.
- Liu, S., Yang, Y., & Forrest, J. (2017). *Grey data analysis*. Springer Singapore, Singapore. <https://doi.org/10.1007/978-981-10-1841-1>
- Lixia, Z., Hong, T., & Miao, H. (2019). Grey system analysis in the field of medicine and health. *Grey systems: theory and application*, 9(2), 251-258. <https://doi.org/10.1108/GS-11-2018-0054>
- Lu, J., Xie, W., Zhou, H., & Zhang, A. (2016). An optimized nonlinear grey Bernoulli model and its applications. *Neurocomputing*, 177, 206-214. <https://doi.org/10.1016/j.neucom.2015.11.032>
- Niksirat, M., & Nasser, S. H. (2020). Forecasting of the number of cases and deaths due to corona disease using neuro-fuzzy networks. *Journal of decisions and operations research*, 5(4), 414-425. (In Persian). DOI: [10.22105/dmor.2020.236967.1164](https://doi.org/10.22105/dmor.2020.236967.1164)
- Pao, H. T., Fu, H. C., & Tseng, C. L. (2012). Forecasting of CO2 emissions, energy consumption and economic growth in China using an improved grey model. *Energy*, 40(1), 400-409. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2012.01.037>



- Pourhomayoun, M., & Shakibi, M. (2021). Predicting mortality risk in patients with COVID-19 using machine learning to help medical decision-making. *Smart health*, 20, 100178. <https://doi.org/10.1016/j.smhl.2020.100178>
- Pourhosaingholi, M. A., Mehrabi, Y., Alani-Majd, H., & Yavari, P. (2006). Using latent variables in logistic regression model to eliminate the effect of multicollinearity in analysis of factors associated with breast cancer. *Iran journal epidemiol*, 1(3-4), 41-50. (In Persian). <https://irje.tums.ac.ir/article-1-196-fa.html>
- Rath, S., Tripathy, A., & Tripathy, A. R. (2020). Prediction of new active cases of coronavirus disease (COVID-19) pandemic using multiple linear regression model. *Diabetes & metabolic syndrome: clinical research & reviews*, 14(5), 1467-1474. <https://doi.org/10.1016/j.dsx.2020.07.045>
- Satpathy, S., Mangla, M., Sharma, N., Deshmukh, H., & Mohanty, S. (2021). Predicting mortality rate and associated risks in COVID-19 patients. *Spatial information research*, 29, 455-464. <https://doi.org/10.1007/s41324-021-00379-5>
- Shirouyehzad, H., Jouzdani, J., & Khodadadi Karimvand, M. (2020). Fight against COVID-19: a global efficiency evaluation based on contagion control and medical treatment. *Journal of applied research on industrial engineering*, 7(2), 109-120. DOI: [10.22105/jarie.2020.225087.1146](https://doi.org/10.22105/jarie.2020.225087.1146)
- Tsai, S. B., Xue, Y., Zhang, J., Chen, Q., Liu, Y., Zhou, J., & Dong, W. (2017). Models for forecasting growth trends in renewable energy. *Renewable and sustainable energy reviews*, 77, 1169-1178. <https://doi.org/10.1016/j.rser.2016.06.001>
- Velásquez, R. M. A., & Lara, J. V. M. (2020). Forecast and evaluation of COVID-19 spreading in USA with reduced-space Gaussian process regression. *Chaos, solitons & fractals*, 136, 109924. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2020.109924>
- Wang, C. N., & Phan, V. T. (2014). An improvement the accuracy of grey forecasting model for cargo throughput in international commercial ports of Kaohsiung. *International journal of business and economics research*, 3(1), 1-5. DOI: [10.11648/j.ijber.20140301.11](https://doi.org/10.11648/j.ijber.20140301.11)
- Wen, K. L., & Huang, Y. F. (2004, October). The development of grey Verhulst toolbox and the analysis of population saturation state in Taiwan-Fukien. *2004 IEEE international conference on systems, man and cybernetics (IEEE Cat. No. 04CH37583)* (Vol. 6, pp. 5007-5012). IEEE. DOI: [10.1109/ICSMC.2004.1400986](https://doi.org/10.1109/ICSMC.2004.1400986)
- World Health Organization (WHO). (n.d.). *WHO statement regarding cluster of pneumonia cases in Wuhan, China*. Beijing. Retrieved October 09, 2020, from <https://www.who.int/china/news/detail/09-01-2020-who-statement-regarding-cluster-of-pneumonia-cases-in-wuhan-china>
- National Health Commission (NHC). (n.d.). *Coronavirus death toll*. Retrieved October 09, 2020, from <https://www.worldometers.info/coronavirus/coronavirus-death-toll/>
- Xie, N. M., & Liu, S. F. (2009). Discrete grey forecasting model and its optimization. *Applied mathematical modelling*, 33(2), 1173-1186. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2008.01.011>
- Yang, X., Zou, J., Kong, D., & Jiang, G. (2018). The analysis of GM (1, 1) grey model to predict the incidence trend of typhoid and paratyphoid fevers in Wuhan City, China. *Medicine*, 97(34). DOI: [10.1097/MD.00000000000011787](https://doi.org/10.1097/MD.00000000000011787)
- Zhang, G. P. (2003). Time series forecasting using a hybrid ARIMA and neural network model. *Neurocomputing*, 50, 159-175. [https://doi.org/10.1016/S0925-2312\(01\)00702-0](https://doi.org/10.1016/S0925-2312(01)00702-0)
- Zhao, Y. F., Shou, M. H., & Wang, Z. X. (2020). Prediction of the number of patients infected with COVID-19 based on rolling grey Verhulst models. *International journal of environmental research and public health*, 17(12), 4582. <https://doi.org/10.3390/ijerph17124582>
- Zhou, J., Fang, R., Li, Y., Zhang, Y., & Peng, B. (2009). Parameter optimization of nonlinear grey Bernoulli model using particle swarm optimization. *Applied mathematics and computation*, 207(2), 292-299. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2008.10.045>
- Zhu, N., Zhang, D., Wang, W., Li, X., Yang, B., Song, J., ... & Tan, W. (2020). A novel coronavirus from patients with pneumonia in China, 2019. *New England journal of medicine*. DOI: [10.1056/NEJMoa2001017](https://doi.org/10.1056/NEJMoa2001017)