



Paper Type: Original Article



Presenting a Robust Network Data Envelopment Analysis Model with Undesirable Output to Evaluate Efficiency in Conditions of Uncertainty

Mostafa Radsar¹, Aliyeh Kazemi^{2,*}, Mohammadreza Mehregan²

¹ Department of Industrial Management, Kish International Campus, University of Tehran, Kish, Iran; radsarmostafa1362@gmail.com.

² Department of Industrial Management, Faculty of Management, Tehran University, Tehran, Iran; aliyehkazemi@ut.ac.ir; mehregan@ut.ac.ir.

Citation:



Radsar, M., Kazemi, A., & Mehregan, M. R. (2022). Presenting a robust network data envelopment analysis model with undesirable output to evaluate efficiency in conditions of uncertainty. *Journal of decisions and operations research*, 7(2), 211-228.

Received: 01/12/2020

Reviewed: 19/02/2021

Revised: 07/03/2021

Accepted: 09/05/2021

Abstract

Purpose: It is important to consider the uncertainty in the data, and know how to deal with it when evaluating efficiency by using data envelopment analysis; since the presence of small deviations in the data can lead to significant changes in efficiency results. However, in the real world in many cases, the data is uncertain. The purpose of this paper is to present a robust model of network data envelopment analysis in order to measure efficiency in the presence of uncertainty.

Methodology: A new approach to evaluate efficiency for network data envelopment analysis is first proposed. The definitive method presented in this paper involves undesirable output and can be used for different structures in network data envelopment analysis. Next by extending, the proposed model for uncertain data a new robust network data envelopment analysis model is presented for three-stage networks with undesirable outputs.

Findings: The proposed model is used to evaluate the electricity regions of Iran. These regions involve a three-step process with undesirable outputs in some stages. The results show that the proposed model achieves the efficiency of the steps and the total efficiency simultaneously. In addition, the overall network efficiency score can be a basis to rank the areas.

Originality/Value: The proposed model is a new model in the field of efficiency evaluation in conditions of uncertainty and having an undesirable output.

Keywords: Network data envelopment analysis, Robust optimization, Undesirable output, Power industry.

Corresponding Author: aliyehkazemi@ut.ac.ir

<https://dorl.net/dor/20.1001.1.25385097.1401.7.2.1.8>



Licensee. **Journal of Decisions and Operations Research**. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0>).



نوع مقاله: پژوهشی

6

ارائه یک مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای استوار با خروجی نامطلوب به منظور ارزیابی کارایی در شرایط عدم قطعیت

مصطفی رادسر^۱، عالیه کاظمی^۲، محمدرضا مهرگان^۲

^۱گروه مدیریت صنعتی، دانشکده مدیریت (پردیس کیش)، دانشگاه تهران، تهران، ایران.
^۲گروه مدیریت صنعتی، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران.

چکیده

هدف: در نظر گرفتن عدم قطعیت موجود در داده‌ها و چگونگی برخورد با آن در هنگام ارزیابی عملکرد با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها، امری ضروری است؛ زیرا وجود انحراف کوچکی در داده‌ها می‌تواند منجر به تغییر قابل توجهی در نتایج کارایی گردد. این در حالی است که در دنیای واقعی و در بسیاری از موارد، داده‌های مربوطه دارای عدم قطعیت می‌باشند. هدف از این مقاله ارائه یک مدل جدید استوار تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای با عدم قطعیت به منظور اندازه‌گیری کارایی در شرایط وجود عدم قطعیت است.

روش‌شناسی پژوهش: به این منظور ابتدا به ارائه یک رویکرد جدید در ارزیابی کارایی برای تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای پرداخته می‌شود. روش قطعی ارائه شده در این مقاله شامل خروجی نامطلوب است و می‌تواند برای ساختارهای متفاوت در تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای مورد استفاده قرار گیرد. در مرحله بعد با گسترش مدل ارائه شده برای داده‌های غیرقطعی، یک مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای استوار جدید برای شبکه‌ای سه مرحله‌ای با خروجی نامطلوب ارائه می‌شود.

یافته‌ها: مدل ارائه شده به منظور ارزیابی نواحی برق ایران مورد استفاده قرار می‌گیرد. این نواحی شامل یک فرآیند سه مرحله‌ای با خروجی‌های نامطلوب در برخی از مراحل می‌باشند. نتایج تحقیق نشان می‌دهد که مدل ارائه شده به‌طور هم‌زمان کارایی مراحل و کارایی کل را به دست می‌آورد. علاوه بر این نمره کارایی کلی شبکه می‌تواند مبنایی برای رتبه‌بندی نواحی باشد.

اصالت/ارزش افزوده علمی: مدل ارائه شده، مدلی جدید برای ارزیابی کارایی در شرایط عدم قطعیت و با داشتن خروجی نامطلوب است.

کلیدواژه‌ها: تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای، بهینه‌سازی استوار، خروجی نامطلوب، صنعت برق.

۱- مقدمه

تحلیل پوششی داده‌ها (DEA^1) یک روش ناپارامتری بر پایه برنامه‌ریزی ریاضی برای ارزیابی عملکرد مجموعه‌ای از واحدهای تصمیم‌گیرنده (DMU^2) با ورودی‌ها و خروجی‌های چندگانه است. Farrell³ (۱۹۵۷) نخستین بار روش‌های غیر پارامتری را برای تعیین کارایی مطرح کرد. کار او در سال ۱۹۷۸ توسط چارنز، کوپر و رودز تعمیم یافت و تحت عنوان تحلیل پوششی داده‌ها مطرح گردید و منجر به مقاله

¹ Data Envelopment Analysis

² Decision Making Units

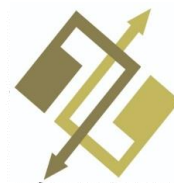
³ Farrell

* نویسنده مسئول

alilyehkazemi@ut.ac.ir

<https://dorl.net/dor/20.1001.1.25385097.1401.7.2.1.8>





مربوط به روش CCR^1 شد. در روش CCR کارایی چند ورودی-یک خروجی فارل به حالت کلی چند ورودی-چند خروجی تعمیم داده شد. در سال ۱۹۸۴ مقاله مربوط به روش BCC^2 توسط بنکر و همکاران^۳ منتشر شد. علاوه بر مدل‌های CCR و BCC مدل‌های اساسی دیگری نظیر مدل‌های جمعی و SBM^4 مطرح گردید (تون^۵، ۲۰۰۱). به همه این مدل‌ها، مدل‌های کلاسیک DEA گفته می‌شود. اخیراً محققان زیادی مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها را مرور کرده‌اند، به‌عنوان مثال امروز نژاد و همکاران^۶ (۲۰۱۸) به مرور مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها در ۴۰ سالگی آن پرداختند. همچنین کفاش و همکاران^۷ (۲۰۲۰) به مرور مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها در حوزه بیمه پرداختند.

در مدل‌های کلاسیک DEA ، واحدهای تصمیم‌گیرنده به‌عنوان جعبه سیاه در نظر گرفته می‌شوند و به فعالیت و ساختار درونی آن‌ها توجه نمی‌شود (لوپس و سکستون^۸، ۲۰۰۴؛ کائو^۹، ۲۰۰۹؛ هولد و لوپس^{۱۰}، ۲۰۱۱). در یک واحد تصمیم‌گیرنده ورودی‌ها ممکن است از چندین فرایند عبور کنند تا به خروجی تبدیل شوند. در مدل‌های DEA کلاسیک و سنتی که DMU را به‌عنوان جعبه سیاه در نظر می‌گیرند ممکن است یک لایه DMU کارا شود درحالی‌که زیر بخش‌های آن کارا نباشد (کائو، ۲۰۰۹).

به دلیل ضعف مدل‌های سنتی برای بررسی ساختار داخلی و نادیده گرفتن فعالیت‌های ورودی، پژوهشگران تلاش‌های زیادی به‌منظور توسعه مدل‌های سنتی برای بررسی واحدهای تصمیم‌گیرنده با ساختار چندمرحله‌ای انجام داده‌اند. سیفورد و ژو^{۱۱} (۱۹۹۹) با تفکیک عملکرد بانک به دو مرحله متوالی سودآوری و بازاریابی تلاش کردند که در ارزیابی بانک دیدگاه جعبه سیاه مدل‌های سنتی را کنار بگذارند و ساختار داخلی را در نظر بگیرند؛ آن‌ها از دو مدل DEA سنتی به‌صورت مستقل و جداگانه برای ارزیابی این دو مرحله استفاده کردند و انتقال اطلاعات بین دو مرحله را نادیده گرفتند. در بعضی از مدل‌های دومرحله‌ای که خروجی‌های مرحله اول به‌عنوان ورودی مرحله دوم به کار می‌رود اگر مرحله دوم ناکارا شود برای کارا شدن آن ناچار به کاهش ورودی هستیم اما کاهش ورودی مرحله دوم به معنای کاهش خروجی مرحله اول است لذا این کار سبب ناکارا شدن مرحله اول می‌شود (کوک و همکاران^{۱۲}، ۲۰۱۰). در این‌گونه پژوهش‌ها باوجوداینکه به ساختار داخلی توجه می‌شود اما به علت عدم در نظر گرفتن ارتباط زیر واحدها و نحوه انتقال اطلاعات از یک مرحله به مرحله بعد، ارزیابی ناقصی ارائه می‌شود. برای رفع عیب‌های مدل‌های سنتی و مستقل، فار و گراسکوف^{۱۳} (۲۰۰۰) مدل‌های تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای ($NDEA^{14}$) را معرفی کردند که عملیات فرآیند اجزا در ارزیابی کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده با ساختار چندمرحله‌ای را تحت بررسی قرار می‌دهد. آن‌ها سه نوع مدل ارائه کردند که ساختار داخلی و ارتباط اجزا با یکدیگر را در نظر می‌گرفت. بعد از فار و گراسکوف محققان دیگر به توسعه مدل‌های $NDEA$ پرداختند. برخلاف مدل‌های کلاسیک، مدل‌های تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای یک فرم استاندارد ندارند و مدل‌های آن‌ها بستگی به ساختار DMU و نحوه ارتباط زیربخش‌های آن و نوع ورودی‌ها و خروجی‌ها دارد (کائو، ۲۰۱۹). دیسپوتیس و همکاران^{۱۵} (۲۰۱۶) با استفاده از یک رویکرد ارتباط ضعیف^{۱۶} به ارائه یک مدل دو مرحله ساده برای ارزیابی کارایی واحدهای تصمیم‌گیری پرداختند. خوینی و همکاران^{۱۷} (۲۰۱۹) با بررسی مفهوم اثر تغییرات^{۱۸} به بررسی این موضوع در تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای دومرحله‌ای پرداختند که اگر محصولات میانی با افزایش ورودی‌های مرحله اول افزایش یابند، محصولات خروجی چه تغییری می‌کنند. از طرف دیگر حتی با وجود ساختار مشابه ممکن است چند مدل متفاوت با رویکرد و دیدگاه‌های مختلف برای یک ساختار خاص ارائه شود (کائو، ۲۰۰۹؛ کائو، ۲۰۱۹؛ لیو و لیو^{۱۹}، ۲۰۱۲؛ لیم و ژو^{۲۰}، ۲۰۱۹). در مدل‌های DEA معمولی کارایی شرکت‌ها و سازمان‌ها فقط در یک دوره زمانی خاص مورد ارزیابی قرار می‌گیرد که این امر یک ارزیابی واقعی از عملکرد شرکت‌ها نیست. منطقی است کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده در چند دوره زمانی ارزیابی و مورد مقایسه قرار بگیرد. در این خصوص توسعه‌های فراوانی از مدل‌های DEA اصلی وجود دارد که بیش از یک دوره زمانی برای ارزیابی در نظر گرفته می‌شود. تحلیل پنجره‌ای و شاخص بهره‌وری مالم کونیست در DEA نمونه‌ای از این موارد هستند، صرف‌نظر از تفاوت بین جزئیات مدل‌ها، هدف مشترک همه آن‌ها این است که برای ارزیابی DMU ‌ها چندین دوره زمانی را در نظر می‌گیرند. نم‌تو و گوتو^{۲۱} (۲۰۰۳) مدل DEA پویا را برای اندازه‌گیری کارایی سیستم‌های تولید چند زمانه ارائه دادند.

¹ Charnes, Cooper and Rhoades

² Banker, Charnes and Cooper

³ Banker et al.

⁴ Slack base measure

⁵ Tone

⁶ Emrouznejad and Yang

⁷ Kaffash et al.

⁸ Lewis and Sexton

⁹ Kao

¹⁰ Holod and Lewis

¹¹ Seiford and Zhu

¹² Cook et al.

¹³ Färe and Grosskopf

¹⁴ Network data envelopment analysis

¹⁵ Despotis et al.

¹⁶ Weak-link

¹⁷ Khoveyni et al.

¹⁸ Variations effect

¹⁹ Liu and Lu

²⁰ Lim and Zhu

²¹ Nemoto and Goto



امیرتیموری و کردروستمی^۱ (۲۰۱۰) مدلی برای محاسبه کارایی تجمیعی در بین همه دوره‌ها ارائه دادند و نشان دادند که کارایی تجمیعی یک ترکیب محدب از کارایی دوره‌ها است. کائو و لیو^۲ (۲۰۱۴) روشی برای اندازه‌گیری کارایی تجمیعی چند دوره پیشنهاد کردند به عبارت دیگر آن‌ها از یک رویکرد شبکه‌ای برای اندازه‌گیری کارایی دوره‌ها و کارایی کلی *DMU* ها استفاده کردند. جابلونسکی^۳ (۲۰۱۶) عملکرد سیستم‌های چند زمانه را تجزیه و تحلیل کرد و کارایی و ابر کارایی مدل‌های *DEA* چند زمانی را ارائه داد. رضوی و همکاران^۴ (۲۰۱۵) یک رویکرد دومرحله‌ای بر مبنای کران نامساوی چبیشف که به سیستم‌های تولید چندزمانه مرتبط است معرفی کردند. کردروستمی و نویری^۵ (۲۰۱۷) روشی برای ارزیابی کارایی سیستم‌های تولید چندزمانه با داده‌های منفی ارائه دادند. اسماعیل‌زاده و کاظمی‌متین^۶ (۲۰۱۹) به گسترش مفهوم *DEA* چند زمانی در تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای پرداختند. مدل‌ها با دورویکرد سری و موازی در تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای ارائه شد. شکوری و همکاران^۷ (۲۰۱۹) یک مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای دومرحله‌ای برای ارزیابی شعبه‌های بانک تحت شرایط عدم اطمینان توسعه دادند. در پژوهشی دیگر رویکردهای مهم برای دستیابی به عدم اطمینان در تجزیه و تحلیل پوششی داده‌ها مرور شده است. در این پژوهش، طبقه‌بندی دقیقی از تجزیه و تحلیل پوششی داده‌های پایدار (*RDEA*^۸) ارائه و مجموعه‌ای از مدل‌های *DEA* مبتنی بر سناریو و عدم اطمینان بررسی شده است. *RDEA* برای اندازه‌گیری کارایی واحدهای تصمیم‌گیری در زمان وجود عدم قطعیت مناسب است (پیکانی و همکاران^۹، ۲۰۲۰).

روش‌های کلاسیک برای در نظر گرفتن عدم قطعیت پارامترها شامل آنالیز حساسیت و بهینه‌سازی تصادفی می‌باشد. در آنالیز حساسیت، ابتدا عدم قطعیت به‌طور کلی نادیده گرفته می‌شود، سپس بعد از حل مسئله با آنالیز حساسیت تأثیر عدم قطعیت داده‌ها در مسئله بررسی می‌شود. هر چند که آنالیز حساسیت ابزار خوبی برای بررسی میزان خوبی جواب است؛ اما راه مناسبی برای تولید جواب‌هایی که در مقابل تغییرات داده‌ها استوار باشد نیست. از طرف دیگر، امکان استفاده از آنالیز حساسیت در مدل‌هایی با پارامترهای دارای عدم قطعیت زیاد وجود ندارد. بهینه‌سازی تصادفی نیز از نظر ریاضی یک مدل قوی است؛ اما دارای مشکلات اساسی است؛ زیرا خیلی بعید است که بتوان تابع توزیع قطعی پارامترهای دارای عدم قطعیت را به دست آورد. حتی اگر تابع توزیع این پارامترها معلوم باشد، محاسبه احتمال آن‌ها کار دشواری است. همچنین تغییر پارامترها ممکن است باعث به هم خوردن خصوصیت تحدب و باعث پیچیدگی محاسباتی مسئله گردد. با توجه به مشکلات فوق، یک روش مفید برای بررسی عدم قطعیت در مدل‌های ریاضی، استفاده از روش بهینه‌سازی استوار است. در رویکرد بهینه‌سازی استوار به دنبال جواب‌های نزدیک به بهینه‌ای هستیم که با احتمال بالا موجه باشد که به آن‌ها جواب استوار گفته می‌شود (جعفری و خواجه‌زاده دزفولی^{۱۰}، ۲۰۱۵). رویکردهای استواری که تاکنون توسط محققان مختلف ارائه گردیده است شامل رویکرد استوار سوپرست^{۱۱} (۱۹۷۳)، رویکرد استوار بن‌تال و نمیروفسکی^{۱۲} (۲۰۰۰) و رویکرد استوار برتسیماس و سیم^{۱۳} (۲۰۰۴) است.

در مقاله حاضر یک مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای استوار با خروجی نامطلوب ارائه می‌شود. مدل ارائه شده یک مدل بهینه‌سازی استوار است که کارایی کلی و مراحل یک فرآیند شبکه‌ای سه مرحله‌ای با خروجی نامطلوب را در شرایط عدم قطعیت به‌طور هم‌زمان محاسبه می‌کند. مرور ادبیات نشان می‌دهد در تحقیقات قبلی به ارزیابی کارایی شبکه‌ای با خروجی نامطلوب در شرایط عدم قطعیت پرداخته نشده است. در واقع در این مقاله یک رویکرد جدید برای ارزیابی کارایی در تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای ارائه می‌شود که علاوه بر داده‌های مطلوب می‌تواند شامل خروجی‌های نامطلوب باشد. همچنین مدل ارائه شده برای زمانی که داده‌ها در شرایط عدم قطعیت نیز هستند گسترش و مدل بهینه‌سازی استوار جدیدی معرفی شده است. در این راستا با استفاده از مدل ارائه شده به ارزیابی نواحی برق ایران که شامل یک فرآیند شبکه‌ای سه مرحله‌ای با خروجی‌های نامطلوب است پرداخته می‌شود.

در جدول ۱ خلاصه‌ای از برخی تحقیقات انجام شده مرتبط با موضوع تحقیق حاضر ارائه شده است.

¹ Amirteimoori and Kordrostami

² Kao and Liu

³ Jablonsky

⁴ Razavi Hajiagha et al.

⁵ Kordrostami and Noveiri

⁶ Esmaeilzadeh and Kazemi Matin

⁷ Shakouri et al.

⁸ Robust data envelopment analysis

⁹ Peykani et al.

¹⁰ Jafari and Dezfouli Khajehzadeh

¹¹ Soyster

¹² Ben-Tal and Nemirovski

¹³ Bertsimas and Sim

Table 1- A summary of the conducted research related to the subject of the current research.



ردیف	نویسنده (سال)	تعداد مراحل شبکه‌ای	در نظر گرفتن خروجی نامطلوب	توضیحات
1	چن و همکاران ^۱ (۲۰۰۹)	دومرحله‌ای	خیر	مدل پایه‌ای تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای
2	کائو و هوانگ ^۲ (۲۰۱۰)	دومرحله‌ای	خیر	مدل پایه‌ای تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای
3	هوانگ و همکاران ^۳ (۲۰۱۴)	دومرحله‌ای	بله	گسترش مدل تحلیل پوششی داده‌ای شبکه‌ای برای ارزیابی کارایی بانک
4	فتح‌الله بیاتی و سجادی ^۴ (۲۰۱۷)	چندمرحله‌ای سری	خیر	در نظر گرفتن عدم قطعیت برای داده‌ها
5	جهانی صیاد نویری و همکاران ^۵ (۲۰۱۷)	دومرحله‌ای	خیر	در نظر گرفتن داده‌های منفی
6	ژو و همکاران ^۶ (۲۰۱۹)	سه مرحله‌ای	بله	مدل سازی عدم قطعیت با اعداد فازی مثلثی نوع ۲
7	امانی و باقر زاده والمی ^۷ (۲۰۱۸)	دومرحله‌ای	خیر	مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای برای ارزیابی نواحی برق ایران
8	امینی و علی نژاد ^۸ (۲۰۱۹)	رابطه‌ای	بله	در نظر گرفتن خروجی نامطلوب برای ارزیابی مدیریت زنجیره تأمین سبز
9	اسماعیل زاده و کاظمی متین (۲۰۱۹)	دومرحله‌ای	خیر	ارائه مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای برای چند دوره زمانی
10	سرخوش سرا و همکاران ^۹ (۲۰۲۰)	چندمرحله‌ای	بله	در نظر گرفتن داده‌های صفر و خروجی نامطلوب
11	نجفی و همکاران ^{۱۰} (۲۰۲۱)	چندمرحله‌ای	خیر	ترکیب مدل‌های تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای با کارت امتیازی متوازن و شبکه عصبی به منظور ارزیابی کارایی
12	پیکانی و همکاران (۲۰۲۱)	دومرحله‌ای	خیر	در نظر گرفتن داده‌های فازی

در ادامه و در بخش ۲، یک مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای ارائه می‌شود. شبکه‌ای دومرحله‌ای در نظر گرفته می‌شود و با استفاده از مدل‌های ارزیابی مراحل آن، یک مدل دو هدفه ارائه می‌شود. سپس مسئله به یک مسئله تک هدفه تبدیل می‌شود. این رویکرد برای شبکه‌ای سه مرحله‌ای با خروجی نامطلوب نیز گسترش داده می‌شود. در ادامه با استفاده از روش ارائه شده به وسیله برتسماس و سیم (۲۰۰۴) یک مدل بهینه‌سازی استوار برای ارزیابی کارایی شبکه‌ای سه مرحله‌ای با خروجی نامطلوب ارائه می‌شود. در بخش ۳ با استفاده از رویکرد پیشنهادی به ارزیابی نواحی برق پرداخته می‌شود. بخش ۴ شامل نتیجه‌گیری و ارائه پیشنهادها است.

¹ Chen et al.

² Kao and Hwang

³ Huang et al.

⁴ Fathollah Bayati and Sajjadi

⁵ Jahani Sayyad Noveiri et al.

⁶ Zhou et al.

⁷ Amani and Bagherzadeh Valami

⁸ Amini and Alinezhad

⁹ Sarkhosh-Sara et al.

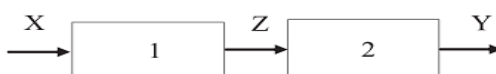
¹⁰ Najafi et al.

تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای، یک گسترش از تحلیل پوششی داده‌های سنتی می‌باشد که ساختار درونی برای واحدهای تصمیم‌گیرنده در نظر می‌گیرد. محققان با توجه به نوع ساختار در نظر گرفته شده برای واحدهای تصمیم‌گیرنده، مدل‌های مختلفی در این حوزه ارائه داده‌اند. به‌عنوان مثال، در تحقیق کائو و هوانگ (۲۰۰۸) و همچنین چن و همکاران (۲۰۰۹)، با توجه به امکان وجود جواب بهینه چندگانه، حداکثرسازی کارایی مرحله مهم‌تر بر اساس جواب بهینه کل به‌منظور تجزیه منحصر به فرد کارایی برای ارزیابی کارایی در تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای پیشنهاد شده است. دو و همکاران^۱ (۲۰۱۱)، بر اساس تئوری چانه‌زنی نش، هر مرحله را به‌عنوان یک بازیگر در نظر گرفته و مدل بازی ارائه نمودند که کارایی کل و کارایی هر یک از مراحل را محاسبه می‌کند. دیسپوتیس و همکاران (۲۰۱۶) با استفاده از یک رویکرد ارتباط ضعیف یا خونی و همکاران (۲۰۱۹) با بررسی مفهوم اثر تغییرات به ارائه مدل‌های دو مرحله ساده برای ارزیابی کارایی واحدهای تصمیم‌گیری پرداختند. در برخی موارد هم مدل‌های تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای با برخی داده‌های خاص گسترش یافتند (فتح‌الله بیاتی و سجادی، ۲۰۱۷؛ لیم و ژو، ۲۰۱۹؛ کائو، ۲۰۱۹؛ پیکانی و همکاران، ۲۰۲۱).

در این بخش به ارائه یک رویکرد جدید به‌منظور ارزیابی کارایی در تحلیل پوششی داده‌ها با ساختار شبکه پرداخته می‌شود. ابتدا مدل برای داده‌های قطعی ارائه می‌شود. به این صورت که مدل‌های شبکه‌ای دو مرحله‌ای و سه مرحله‌ای با ساختار سری ارائه می‌شود و سپس با استفاده از این مدل‌ها، یک مدل بهینه‌سازی استوار شبکه‌ای جدید ارائه می‌گردد. این موارد در ادامه این بخش به ترتیب بیان می‌شود.

۲-۱- تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای دو مرحله‌ای

فرض کنید n واحد تصمیم‌گیری (DMU) داریم که دارای m ورودی، p شاخص میانی و s خروجی باشند. علاوه بر این $x \in R_+^m$ بردار ورودی‌های مصرف شده و $z \in R_+^p$ ، $y \in R_+^s$ به ترتیب نشان دهنده بردار میانی و خروجی می‌باشند. شکل ۱ فرآیند دو مرحله‌ای ساده را در تحلیل پوششی داده‌ها نشان می‌دهد. در این زیر بخش یک مدل جدید به‌منظور ارزیابی کارایی با این فرآیند برای واحدهای تصمیم‌گیرنده آورده می‌شود.



شکل ۱- یک فرآیند دو مرحله‌ای ساده.

Figure 1- A simple two-stage process.

مدل‌های پایه‌ای ورودی محور با فرض بازده مقیاس ثابت که کارایی‌های مرحله ۱ و مرحله ۲ را برای ارزیابی واحد DMU_o به‌طور مستقل محاسبه می‌کنند، به شرح زیر می‌باشند.

$$E_o^1 = \text{Max} \sum_{t=1}^p w_t z_{to},$$

$$\text{s. t.} \quad \sum_{i=1}^m v_i x_{io} = 1,$$
(۱)

$$\sum_{t=1}^p w_t z_{tj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0, \quad j = 1, \dots, n$$

$$v_i \geq 0, w_t \geq 0, \quad (i = 1, \dots, m; t = 1, \dots, p).$$

که در آن x_{io} و z_{to} به ترتیب ورودی i ام و خروجی t ام مرحله اول از واحد تصمیم‌گیری تحت ارزیابی می‌باشند. علاوه بر این v_i و w_t به ترتیب وزن‌های ورودی i ام و خروجی t ام از واحد تصمیم‌گیری تحت ارزیابی هستند که به‌عنوان متغیرهای مسئله در نظر گرفته می‌شوند.

¹ Du et al.





$$E_o^2 = \text{Max} \sum_{r=1}^s u_r y_{ro},$$

$$\text{s. t.} \quad \sum_{t=1}^p w_t z_{to} = 1, \quad (2)$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{t=1}^p w_t z_{tj} \leq 0, \quad j = 1, \dots, n$$

$$u_r \geq 0, w_t \geq 0, \quad (r = 1, \dots, s; t = 1, \dots, p).$$

در اینجا z_{to} و y_{ro} به ترتیب ورودی t ام و خروجی r ام مرحله دوم برای ارزیابی کارایی DMU_o می باشند و w_t و u_r وزن های متغیر متناظر با این ورودی و خروجی می باشند.

مدل های فوق را می توان به صورت زیر در نظر گرفت:

$$\bar{E}_o^1 = \text{Max} k_1,$$

$$\text{s. t.} \quad - \sum_{t=1}^p w_t z_{to} \leq -k_1,$$

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{io} \leq 1, \quad (3)$$

$$\sum_{t=1}^p w_t z_{tj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0, \quad j = 1, \dots, n$$

$$v_i \geq 0, w_t \geq 0, \quad (i = 1, \dots, m; t = 1, \dots, p).$$

$$\bar{E}_o^2 = \text{Max} k_2,$$

$$\text{s. t.} \quad - \sum_{r=1}^s u_r y_{ro} \leq -k_2,$$

$$\sum_{t=1}^p w_t z_{to} \leq 1, \quad (4)$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{t=1}^p w_t z_{tj} \leq 0, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$u_r \geq 0, w_t \geq 0 \quad (r = 1, \dots, s; t = 1, \dots, p).$$

تفاوت مدل های (۱) و (۲) به ترتیب با مدل های (۳) و (۴) در این می باشد که محدودیت تساوی در آن ها به صورت نامساوی نوشته شده است. همچنین قضیه های زیر را داریم:

قضیه (۱): مقدار بهینه مدل (۱) و (۳) با هم برابر می باشند.

اثبات: ناحیه شدنی مدل (۱) زیر مجموعه ناحیه شدنی مدل (۳) است. در این صورت داریم: $E_0^1 \leq \bar{E}_0^1$. با در نظر گرفتن تابع هدف و ترکیب محدودیت‌های مدل (۳) داریم:

$$\bar{E}_0^1 = \text{Max } k_1, \quad (5)$$

$$k_1 \leq \sum_{t=1}^p w_t z_{t0} \leq 1.$$

چون در مسئله به دنبال ماکزیم کردن k_1 هستیم بنابراین در حالت بهینه، مقدار $k_1 = \sum_{t=1}^p w_t z_{t0}$ است.

اگر نشان دهیم در جواب بهینه مدل (۳)، محدودیت $\sum_{i=1}^m v_i x_{i0} \leq 1$ نافذ (به صورت تساوی) است آنگاه $E_0^1 \geq \bar{E}_0^1$ (زیرا بقیه محدودیت‌ها در دو مدل یکسان است) و قضیه اثبات می‌گردد. با توجه به محدودیت سوم برای واحد o ام در مدل (۳) داریم:

$$\sum_{t=1}^p w_t z_{t0} - \sum_{i=1}^m v_i x_{oj} \leq 0 \quad \rightarrow \quad \sum_{t=1}^p w_t z_{t0} \leq \sum_{i=1}^m v_i x_{oj} \leq 1. \quad (6)$$

چون در مدل (۳) به دنبال ماکزیم کردن $\sum_{t=1}^p w_t z_{t0}$ می‌باشیم، بنابراین با توجه به محدودیت فوق برای بهترین حالت به صورت تساوی $\sum_{i=1}^m v_i x_{oj} = 1$ در نظر گرفته می‌شود.

قضیه (۲): مقدار بهینه مدل (۲) و (۴) با هم برابر می‌باشند.

اثبات: مشابه با قضیه ۱ اثبات می‌شود.

برای ارزیابی کارایی شبکه‌ای دو مرحله‌ای ارائه شده در شکل ۱ مدل دوهدفه زیر ارائه می‌شود:

$$\bar{E}_0^1 = \text{Max } k_1,$$

$$\bar{E}_0^2 = \text{Max } k_2,$$

$$s. t. \quad - \sum_{t=1}^p w_t z_{t0} \leq -k_1, \quad (7)$$

$$- \sum_{r=1}^s u_r y_{r0} \leq -k_2,$$

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{i0} \leq 1,$$

$$\sum_{t=1}^p w_t z_{t0} \leq 1,$$

$$\sum_{t=1}^p w_t z_{tj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0, \quad j = 1, \dots, n$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{t=1}^p w_t z_{tj} \leq 0, \quad j = 1, \dots, n$$

$$u_r \geq 0, v_i \geq 0, w_t \geq 0, \quad (r = 1, \dots, s; i = 1, \dots, m; t = 1, \dots, p).$$

برای اینکه مسئله چندهدفه بالا به یک مسئله تک هدفه تبدیل شود از روش وزن دادن به شرح زیر استفاده شده است.

$$E_o = \text{Max } (w_1 k_1 + w_2 k_2),$$

$$s. t. \quad - \sum_{t=1}^p w_t z_{t0} \leq -k_1, \quad (8)$$





$$-\sum_{r=1}^s u_r y_{ro} \leq -k_2,$$

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{io} \leq 1,$$

$$\sum_{t=1}^p w_t z_{to} \leq 1,$$

$$\sum_{t=1}^p w_t z_{tj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0, \quad j = 1, \dots, n$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{ro} - \sum_{t=1}^p w_t z_{to} \leq 0, \quad j = 1, \dots, n$$

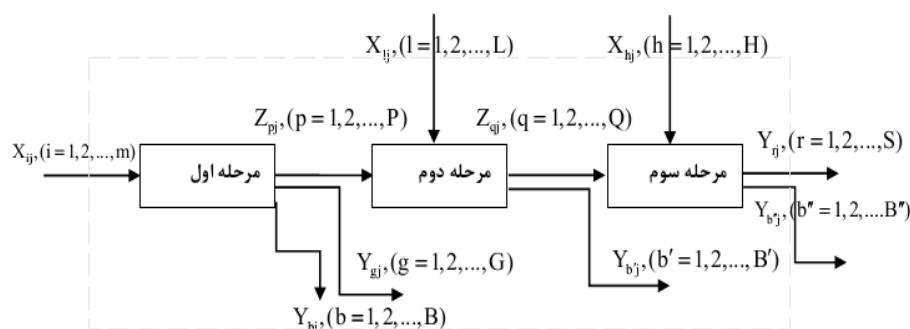
$$\sum_{r=1}^s u_r y_{ro} - \sum_{t=1}^p w_t z_{to} \leq 0, \quad j = 1, \dots, n$$

$$u_r \geq 0, v_i \geq 0, w_t \geq 0, \quad (r = 1, \dots, s; i = 1, \dots, m; t = 1, \dots, p).$$

در اینجا w_1 و w_2 به ترتیب وزن‌های مربوط به اهداف اول و دوم می‌باشند که باید نامنفی و جمع آن یک باشد. همچنین مقادیر آن به وسیله تصمیم‌گیرنده مشخص می‌شود.

۲-۲- تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای سه مرحله‌ای با خروجی نامطلوب

در این زیربخش مدل دو مرحله شبکه‌ای در زیر بخش قبلی برای حالت سه مرحله‌ای با خروجی نامطلوب گسترش داده شده است. مدل شبکه‌ای سه مرحله‌ای به صورت شکل ۲ است.



شکل ۲- ساختار شبکه‌ای سه مرحله‌ای متوالی با خروجی‌های مطلوب و نامطلوب.

Figure 2- Three-stage network structure with desirable and undesirable outputs.

با توجه به شکل ۲ فرض می‌کنیم n واحد تصمیم‌گیری $DMU_j, (j = 1, 2, \dots, n)$ داریم که شامل m متغیر ورودی $X_{ij}, (i = 1, 2, \dots, m)$ در مرحله اول هستند و خروجی‌های Z_{pj}, Y_{gj}, Y_{bj} را تولید می‌کنند. بخشی از خروجی‌های مرحله اول به عنوان ورودی مرحله دوم وارد مرحله دوم فرایند شده و بخش دیگر به عنوان خروجی‌های مطلوب و نامطلوب میانی دارای متغیرهای $Z_{pj}, (p = 1, 2, \dots, P)$ و $Y_{gj}, Y_{bj}, (g = 1, 2, \dots, G), (b = 1, 2, \dots, B)$ از سیستم خارج می‌شود. مرحله دوم علاوه بر متغیرهای دریافتی از مرحله اول، دارای متغیرهای ورودی دیگری است که از مرحله قبل وارد فرایند تولید نمی‌شوند و به صورت $X_{lj}, (l = 1, 2, \dots, L)$ نمایش داده شده‌اند. در پایان مرحله دوم دو نوع خروجی مطلوب و نامطلوب تولید می‌شود؛ خروجی مطلوب $Z_{qj}, (q = 1, 2, \dots, Q)$ به عنوان ورودی وارد مرحله سوم شده و خروجی نامطلوب $Y_{b'j}, (b' = 1, 2, \dots, B')$ از سیستم خارج می‌شود. مرحله سوم علاوه بر ورودی‌های دریافتی از مرحله قبل، دارای ورودی‌هایی است که از مرحله قبل وارد فرایند نمی‌شوند و به صورت $X_{hj}, (h = 1, 2, \dots, H)$ نمایش داده می‌شود. در پایان مرحله سوم، خروجی‌های نهایی مطلوب $Y_{rj}, (r = 1, 2, \dots, S)$ و نامطلوب $Y_{b''j}, (b'' = 1, 2, \dots, B'')$ تولید می‌شوند.

در ادامه با توجه به ایده ارائه شده در زیربخش قبل برای ارزیابی کارایی شبکه‌ای دو مرحله‌ای ساده به ارائه مدل ارزیابی کارایی شبکه‌ای برای شبکه ارائه شده در شکل ۲ می‌پردازیم. مدل ارائه شده به صورت مدل برنامه‌ریزی خطی زیر است.



$$\begin{aligned}
 & \text{Max } w_1 k_1 + w_2 k_2 + w_3 k_3 \\
 & \text{s.t. } - \sum_{p=1}^P w_p Z_{p0} + \sum_{g=1}^G u_g Y_{g0} \leq -k_1, \\
 & \quad - \sum_{q=1}^Q w_q Z_{q0} \leq -k_2, \\
 & \quad - \sum_{r=1}^R u_r Y_{r0} \leq -k_3, \\
 & \quad \sum_{i=1}^m v_i X_{i0} + \sum_{b=1}^B \eta_b Y_{b0} \leq 1, \\
 & \quad \sum_{p=1}^P w_p Z_{p0} + \sum_{l=1}^L v_l X_{l0} + \sum_{b'=1}^{B'} \eta_{b'} Y_{b'0} \leq 1, \\
 & \quad \sum_{q=1}^Q w_q Z_{q0} + \sum_{h=1}^H v_h X_{h0} + \sum_{b''=1}^{B''} \eta_{b''} Y_{b''0} \leq 1, \\
 & \quad \sum_{p=1}^P w_p Z_{pj} + \sum_{g=1}^G u_g Y_{gj} - (\sum_{i=1}^m v_i X_{ij} + \sum_{b=1}^B \eta_b Y_{bj}) \leq 0, \quad j=1,2,\dots,n \\
 & \quad \sum_{q=1}^Q w_q Z_{qj} - (\sum_{p=1}^P w_p Z_{pj} + \sum_{l=1}^L v_l X_{lj} + \sum_{b'=1}^{B'} \eta_{b'} Y_{b'j}) \leq 0, \quad j=1,2,\dots,n \\
 & \quad \sum_{r=1}^R u_r Y_{rj} - (\sum_{q=1}^Q w_q Z_{qj} + \sum_{h=1}^H v_h X_{hj} + \sum_{b''=1}^{B''} \eta_{b''} Y_{b''j}) \leq 0, \quad j=1,2,\dots,n \\
 & \quad v_h \geq 0, \quad (h=1,2,\dots,H) \quad v_i \geq 0, \quad (i=1,2,\dots,I) \\
 & \quad v_l \geq 0, \quad (l=1,2,\dots,L) \quad u_r \geq 0, \quad (r=1,2,\dots,R) \\
 & \quad u_g \geq 0, \quad (g=1,2,\dots,G) \quad \eta_b \geq 0, \quad (b=1,2,\dots,B).
 \end{aligned} \tag{9}$$

مدل (۹) نسخه گسترش یافته برای مدل (۵) در حالت شبکه‌ای سه مرحله‌ای با خروجی نامطلوب است که در آن w_1 و w_2 و w_3 به ترتیب وزن مربوط به هدف اول، دوم و سوم می‌باشند که باید نامنفی و جمع آن‌ها برابر با یک باشد. همچنین مقادیر آن به وسیله تصمیم‌گیرنده مشخص می‌شود.

بعد از اجرای این مدل می‌توان کارایی مراحل و شبکه‌ای برای ارزیابی DMU_0 را به صورت زیر به دست آورد.

$$\begin{aligned}
 E_0^{1*} &= \frac{\sum_{p=1}^P w_p^* Z_{p0} + \sum_{g=1}^G u_g^* Y_{g0}}{\sum_{i=1}^m v_i^* X_{i0} + \sum_{b=1}^B \eta_b^* Y_{b0}}, \\
 E_0^{2*} &= \frac{\sum_{q=1}^Q w_q^* Z_{q0}}{\sum_{p=1}^P w_p^* Z_{p0} + \sum_{l=1}^L v_l^* X_{l0} + \sum_{b'=1}^{B'} \eta_{b'}^* Y_{b'0}}, \\
 E_0^{3*} &= \frac{\sum_{r=1}^R u_r^* Y_{r0}}{\sum_{q=1}^Q w_q^* Z_{q0} + \sum_{h=1}^H v_h^* X_{h0} + \sum_{b''=1}^{B''} \eta_{b''}^* Y_{b''0}}, \\
 E^* &= w_1 \frac{\sum_{p=1}^P w_p^* Z_{p0} + \sum_{g=1}^G u_g^* Y_{g0}}{\sum_{i=1}^m v_i^* X_{i0} + \sum_{b=1}^B \eta_b^* Y_{b0}} + w_2 \frac{\sum_{q=1}^Q w_q^* Z_{q0}}{\sum_{p=1}^P w_p^* Z_{p0} + \sum_{l=1}^L v_l^* X_{l0} + \sum_{b'=1}^{B'} \eta_{b'}^* Y_{b'0}} + \\
 & \quad w_3 \frac{\sum_{r=1}^R u_r^* Y_{r0}}{\sum_{q=1}^Q w_q^* Z_{q0} + \sum_{h=1}^H v_h^* X_{h0} + \sum_{b''=1}^{B''} \eta_{b''}^* Y_{b''0}}.
 \end{aligned} \tag{10}$$

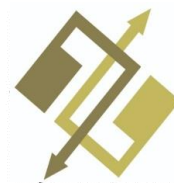
۲-۳- مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای استوار

در این بخش، به ارائه یک مدل استوار تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای با عدم قطعیت به منظور اندازه‌گیری کارایی در شرایط وجود عدم قطعیت بازه‌ای پرداخته می‌شود. استفاده از رویکرد ارائه شده در این بخش، می‌تواند میزان محافظه‌کاری و اعتبار نتایج کارایی و رتبه‌بندی را به میزان قابل توجهی افزایش دهد.

۲-۳-۱- بهینه‌سازی استوار

در این زیربخش مدل برنامه‌ریزی خطی استوار معرفی شده توسط برتیس‌ماس و سیم (۲۰۰۴) برای بررسی عدم قطعیت مدل برنامه‌ریزی خطی معرفی می‌شود.

$$\begin{aligned} & \text{Min } c'x, \\ & \text{s.t. } Ax \leq b, \\ & x \in X. \end{aligned} \quad (11)$$



در مدل (۱۰)، c' بردار سطری از هزینه‌های مربوطه است و x بردار ستونی از متغیرها می‌باشد. همچنین A ماتریس ضرایب متناظر با محدودیت‌های مسئله است. علاوه بر این بردار ستونی سمت راست متناظر با محدودیت نامساوی می‌باشد. فرض می‌شود که ماتریس ضرایب A نامعین است. در روش بهینه‌سازی استوار یک سطر خاص i ($i = 1, \dots, n$) از ماتریس A را در نظر بگیرید و فرض کنید J_i مجموعه‌ای از ضرایب در سطر i ام ماتریس هستند که نامعین می‌باشند. فرض کنید که \hat{a}_{ij} ($j = 1, \dots, n$) بر اساس یک توزیع همگن با میانگین برابر با a_{ij} مقدار می‌گیرد. در این صورت:

$$\hat{a}_{ij} = (1 + \xi_{ij})a_{ij} = a_{ij} + \xi_{ij}\hat{a}_{ij}. \quad (12)$$

\hat{a}_{ij} حداکثر انحراف از مقدار اسمی را نشان می‌دهد و $\xi_{ij} > 0$ سطح نامعینی (درصد از آشفتگی) را می‌دهد و \hat{a}_{ij} اندازه دقت تخمین را نشان می‌دهد. همچنین ξ_{ij} ($\xi_{ij} = 0$ for $j \notin J_i$) مقیاس انحراف برای مقدار اسمی و مجهول اما با توزیع متقارن است که مقادیر در بازه $[-1, 1]$ هستند. بنابراین هر درایه \hat{a}_{ij} ($j \in J_i$) یک متغیر تصادفی کران‌دار و متقارن است که مقادیرش در بازه $[a_{ij} - \hat{a}_{ij}, a_{ij} + \hat{a}_{ij}]$ است. اگرچه مقیاس انحرافی تولیدشده برای قید i ام می‌تواند هر مقدار بین $-n_i$ و n_i را بگیرد اما با توجه به قید زیر محدود می‌شود.

$$\sum_{j=1}^n \xi_{ij} \leq \Gamma_i \quad \forall i. \quad (13)$$

برای هر قید i یک پارامتر Γ_i وجود دارد که مقدار آن لزوماً یک عدد صحیح نیست و مقدار آن یک عدد حقیقی در بازه $[0, n_i]$ است. مقدار Γ_i سطح محافظه‌کاری برای جواب‌ها را نشان می‌دهد و به آن بوجه عدم قطعیت^۱ از قید i ام گفته می‌شود. اگر $\Gamma_i = 0$ باشد محافظت در مقابل هیچ نادقیقی وجود ندارد. اگر $\Gamma_i = n_i$ باشد در این صورت i امین قید بیشترین سطح حفاظت را در برابر عدم قطعیت دارد. سرانجام اگر $\Gamma_i \in (0, n_i)$ باشد تصمیم‌گیرنده یک بده بستان بین سطح حفاظت از قید و درجه‌ای از محافظت از جواب را ایجاد می‌کند. فرمول‌بندی از مدل (۸) بر پایه رویکرد برتسیماس و سیم (۲۰۰۴) به صورت زیر است. در این مدل da_{ij} درصد انحراف از داده‌ها و Z_i متغیر بوجه عدم قطعیت است و متغیر f_j برای تبدیل فرم قدر مطلق $|x_j|$ به فرم خطی استفاده شده است.

$$\begin{aligned} & \text{Min } c'x, \\ & \text{s.t. } \sum_j a_{ij}x_j + Z_i\Gamma_i + \sum_{j \in J_i} p_{ij} \leq b_i, \quad \forall i \\ & Z_i + p_{ij} \geq da_{ij}f_j, \quad \forall i, j \in J_i \\ & -f_j \leq x_j \leq f_j, \quad \forall j \\ & p_{ij}, Z_i, f_j \geq 0, \end{aligned} \quad (14)$$

$$x \in X.$$

طلوع و همکاران (۲۰۱۹) یک مدل همتای^۲ جدید دیگر برای بهینه‌سازی استوار زمانی که متغیر تصمیم‌گیری نامنفی هستند، ارائه دادند. مدل ارائه شده دارای تعداد کمتری متغیر و محدودیت نسبت به مدل قبلی می‌باشد و این باعث می‌شود پیچیدگی محاسباتی مدل بهینه‌سازی کاهش یابد. مدل بهینه‌سازی استوار همتای مدل (۱۴) با متغیرهای نامنفی به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} & \text{Min } c'x, \\ & \text{s.t. } \sum_j a_{ij}x_j + Z_i\Gamma_i + \sum_{j \in J_i} p_{ij} \leq b_i, \quad \forall i \\ & Z_i + p_{ij} \geq da_{ij}x_j, \quad \forall i, j \in J_i \\ & p_{ij}, Z_i, x_j \geq 0, \\ & x \in X. \end{aligned} \quad (15)$$

¹ Budget of uncertainty

² Counterpart

۴-۲- مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای سه مرحله‌ای با خروجی نامطلوب استوار

در زیربخش قبل رویکرد بهینه‌سازی استوار برای مدل برنامه‌ریزی خطی معرفی شد. در این زیربخش با استفاده از رویکرد برتیس‌ماس و سیم (۲۰۰۴)، یک مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای ارائه می‌شود. هدف از این زیربخش استفاده از مطالب ارائه شده در بخش‌های قبلی به منظور ارائه یک مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای سه مرحله‌ای با خروجی نامطلوب استوار برای ارزیابی کارایی در شرایط عدم قطعیت است و برای مدل شبکه‌ای ارائه شده در شکل ۲ یک مدل بهینه‌سازی استوار مطابق با مدل (۱۵) ارائه می‌شود.

$$\begin{aligned}
 & \text{Max } w_1 k_1 + w_2 k_2 + w_3 k_3 \\
 & \text{s.t.} \\
 & -\sum_{p=1}^P w_p Z_{p0} - \sum_{g=1}^G u_g Y_{g0} + Z_1 \Gamma_1 + \sum_{p=1}^p P_{1p} + \sum_{g=1}^G P_{2g} \leq -k_1, \\
 & -\sum_{q=1}^Q w_q Z_{q0} + Z_2 \Gamma_2 + \sum_{q=1}^Q P_{3q} \leq -k_2, \\
 & -\sum_{r=1}^R u_r Y_{r0} + Z_3 \Gamma_3 + \sum_{r=1}^R P_{4r} \leq -k_3, \\
 & \sum_{i=1}^m v_i X_{i0} + \sum_{b=1}^B \eta_b Y_{b0} + Z_4 \Gamma_4 + \sum_{i=1}^m P_{5i} + \sum_{b=1}^B P_{6b} \leq 1, \\
 & \sum_{p=1}^P w_p Z_{p0} + \sum_{l=1}^L v_l X_{l0} + \sum_{b'=1}^{B'} \eta_{b'} Y_{b'0} + Z_5 \Gamma_5 + \sum_{p=1}^P P_{7p} + \sum_{l=1}^L P_{8l} + \sum_{b'=1}^{B'} P_{9b'} \leq 1, \\
 & \sum_{q=1}^Q w_q Z_{q0} + \sum_{h=1}^H v_h X_{h0} + \sum_{b''=1}^{B''} \eta_{b''} Y_{b''0} + Z_6 \Gamma_6 + \sum_{q=1}^Q P_{10q} + \sum_{h=1}^H P_{11h} + \sum_{b''=1}^{B''} P_{12b''} \leq 1, \\
 & \sum_{p=1}^P w_p Z_{pj} + \sum_{g=1}^G u_g Y_{gj} - (\sum_{i=1}^m v_i X_{ij} + \sum_{b=1}^B \eta_b Y_{bj}) + Z_j \Gamma_j^1 + \sum_{p=1}^p P_{jp}^1 + \sum_{g=1}^G P_{jg}^1 \\
 & + \sum_{i=1}^m P_{ji}^1 + \sum_{b=1}^B P_{jb}^1 \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \\
 & \sum_{q=1}^Q w_q Z_{qj} - (\sum_{p=1}^P w_p Z_{pj} + \sum_{l=1}^L v_l X_{lj} + \sum_{b'=1}^{B'} \eta_{b'} Y_{b'j}) + Z_j^2 \Gamma_j^2 + \sum_{q=1}^Q P_{jq}^2 + \sum_{p=1}^P P_{jp}^2 \\
 & + \sum_{l=1}^L P_{jl}^2 + \sum_{b'=1}^{B'} P_{jb'}^2 \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \\
 & \sum_{r=1}^R u_r Y_{rj} - (\sum_{q=1}^Q w_q Z_{qj} + \sum_{h=1}^H v_h X_{hj} + \sum_{b''=1}^{B''} \eta_{b''} Y_{b''j}) + Z_j^3 \Gamma_j^3 + \sum_{r=1}^R P_{jr}^3 + \sum_{q=1}^Q P_{jq}^3 \\
 & + \sum_{h=1}^H P_{jh}^3 + \sum_{b''=1}^{B''} P_{jb''}^3 \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \\
 & Z_1 + P_{1p} \geq d w_{p0} w_p, \quad p = 1, \dots, P \\
 & Z_1 + P_{2g} \geq d y_{g0} u_g, \quad g = 1, \dots, G \\
 & Z_2 + P_{3q} \geq d z_{q0} w_q, \quad q = 1, \dots, Q \\
 & Z_3 + P_{4r} \geq d y_{r0} u_r, \quad r = 1, \dots, R \\
 & Z_4 + P_{5i} \geq d x_{i0} v_i, \quad i = 1, \dots, m \\
 & Z_4 + P_{6b} \geq d y_{b0} \eta_b, \quad b = 1, \dots, B \\
 & Z_5 + P_{7p} \geq d z_{p0} w_p, \quad p = 1, \dots, P \\
 & Z_5 + P_{8l} \geq d z_{l0} v_l, \quad l = 1, \dots, L \\
 & Z_5 + P_{9b'} \geq d z_{b'0} \eta_{b'}, \quad b' = 1, \dots, B' \\
 & Z_6 + P_{10q} \geq d z_{q0} w_q, \quad q = 1, \dots, Q \\
 & Z_6 + P_{11h} \geq d x_{h0} v_h, \quad h = 1, \dots, H \\
 & Z_6 + P_{12b''} \geq d y_{b''0} \eta_{b''}, \quad b'' = 1, \dots, B'' \\
 & Z_j + P_{jp}^1 \geq d y_{pj} w_p, \quad p = 1, \dots, p, \quad j = 1, 2, \dots, n
 \end{aligned}
 \tag{15}$$





$$\begin{aligned}
 Z_j + P_{jg}^1 &\geq dy_{gj} u_g, & g=1, \dots, g, & j=1, 2, \dots, n \\
 Z_j + P_{ji}^1 &\geq dx_{ij} v_i, & i=1, \dots, m, & j=1, 2, \dots, n \\
 Z_j + P_{jb}^1 &\geq dy_{bj} \eta_b, & b=1, \dots, B, & j=1, 2, \dots, n \\
 Z_j^2 + P_{jq}^2 &\geq dz_{qj} w_q, & q=1, \dots, Q, & j=1, 2, \dots, n \\
 Z_j^2 + P_{jp}^2 &\geq dz_{pj} w_p, & p=1, \dots, P, & j=1, 2, \dots, n \\
 Z_j^2 + P_{jl}^2 &\geq dx_{lj} v_l, & l=1, \dots, L, & j=1, 2, \dots, n \\
 Z_j^2 + P_{jb'}^2 &\geq dy_{b'j} \eta_{b'}, & b'=1, \dots, B', & j=1, 2, \dots, n \\
 Z_j^3 + P_{jr}^3 &\geq dy_{rj} u_r, & r=1, \dots, R, & j=1, 2, \dots, n \\
 Z_j^3 + P_{jq}^3 &\geq dz_{qj} w_q, & q=1, \dots, Q, & j=1, 2, \dots, n \\
 Z_j^3 + P_{jh}^3 &\geq dx_{hj} v_h, & h=1, \dots, H, & j=1, 2, \dots, n \\
 Z_j^3 + P_{jb''}^3 &\geq dy_{b''j} \eta_{b''}, & b''=1, \dots, B'', & j=1, 2, \dots, n
 \end{aligned}$$

Other variables ≥ 0 .

در اینجا پارامتر Γ_j ها نقش تعدیل استواری مدل ارائه شده در مقابل سطح محافظه‌کاری جواب را دارد. d مقدار انحراف در عدم قطعیت داده‌ها می‌باشد. مدل فوق یک مدل بهینه‌سازی استوار تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای سه مرحله با خروجی نامطلوب است.

۳- یافته‌های پژوهش

در این بخش با استفاده از مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای سه مرحله‌ای معرفی شده در بخش قبل به ارزیابی عملکرد نواحی برق ایران پرداخته می‌شود. در این مطالعه ۱۶ شرکت برق منطقه‌ای شامل آذربایجان، اصفهان، باختر، تهران، خراسان، خوزستان، زنجان، سمنان، سیستان و بلوچستان، غرب، فارس، کرمان، گیلان، مازندران، هرمزگان و یزد و سه مرحله تولید، توزیع و انتقال در نظر گرفته شده است. پارامترهای مدل برای ارزیابی عملکرد مطابق با جدول ۲ است. قابل ذکر است متغیرهای ورودی و خروجی با بررسی ادبیات تحقیق و دریافت نظر خبرگان مشخص شده‌اند.

جدول ۲- ورودی‌ها، متغیرهای میانی، خروجی‌های مطلوب و نامطلوب.

Table 2- Inputs, intermediate variable, desirable and undesirable outputs.

فرایند	ورودی‌ها	متغیرهای میانی	خروجی مطلوب	خروجی نامطلوب
تولید	هزینه سوخت مصرفی (شفیعی نیک‌آبادی و همکاران ^۱ ، ۲۰۱۷؛ خلیلی دامغانی و شهیمیر ^۲ ، ۲۰۱۵)، مصرف داخلی (شفیعی نیک‌آبادی و همکاران، ۲۰۱۷)	تولید ویژه، تولید ناویژه (شفیعی نیک‌آبادی و همکاران، ۲۰۱۷؛ خلیلی دامغانی و شهیمیر، ۲۰۱۵)	قدرت نامی و قدرت عملی (شفیعی نیک‌آبادی و همکاران، ۲۰۱۷؛ خلیلی دامغانی و شهیمیر، ۲۰۱۵)	گازهای آلاینده زیست‌محیطی (خلیلی دامغانی و شهیمیر، ۲۰۱۵)
انتقال	ظرفیت پست‌های انتقال (سخنور و همکاران ^۳ ، ۲۰۱۲) طول خطوط انتقال برق (سخنور و همکاران، ۲۰۱۲، امانی و باقرزاده والمی، ۲۰۱۸)	انرژی تحویلی (خلیلی دامغانی و شهیمیر، ۲۰۱۵؛ پرز-ریز و توار ^۴ ، ۲۰۰۹)	-	تلفات انرژی (شفیعی نیک‌آبادی و همکاران، ۲۰۱۷؛ خلیلی دامغانی و شهیمیر، ۲۰۱۵)
توزیع	ظرفیت ترانسفورماتورها (روماس ریل و همکاران ^۵ ، ۲۰۰۹)، طول شبکه فشار ضعیف و متوسط (خلیلی دامغانی و شهیمیر، ۲۰۱۵)	-	انرژی تحویلی (روماس ریل و همکاران، ۲۰۰۹)، حداکثر بار غیر همزمان ^۶ (نظر خبرگان)	تلفات انرژی (نظر خبرگان)

¹ Shafiei Nikabadi et al.

² Khalili-Damghani and Shahmir

³ Sokhanvar et al.

⁴ Pérez-Reyes and Tovar

⁵ Ramos-Real et al.

⁶ Asynchronous carga máximo

اطلاعات مربوط به شاخص‌های ورودی، میانی، مطلوب و نامطلوب برای نواحی مختلف در جدول ۱ (در پیوست) آمده است. داده‌ها از مرکز آمار ایران^۱ و سالنامه آماری صنعت برق ایران جمع‌آوری شده است.



نمره کارایی فرایندهای سه‌گانه سیستم با استفاده از مدل بهینه‌سازی استوار (۱۱) و اجرا در نرم‌افزار لینگو ۱۱ محاسبه گردید. قابل ذکر است در محاسبه کارایی کلی، کارایی هر سه مرحله به یک اندازه سهم داشته‌اند و مقدار $w_i (i=1,2,3)$ ها در مدل (۱۲) برابر با $\frac{1}{3}$ در نظر گرفته شده است. همچنین Γ ها و d ها در مدل (۱۱) به ترتیب برابر با ۱ و $\frac{1}{10}$ است. همان‌طور که در بخش قبل بیان شد $\Gamma_i \in (0, n_i)$ است. از طریق مصاحبه با خبرگان حوزه برق $\Gamma_i = 1$ در نظر گرفته شد. البته می‌توان نمره کارایی را با توجه مقادیر مختلف Γ_i به دست آورد، که به دلیل تغییر در نمره کارایی با توجه به تغییر در مقادیر Γ_i ها و عدم رسیدن به معیار واحد فقط مدل با Γ برابر ۱ اجرا و نمره کارایی مراحل و نمره کارایی کلی محاسبه شده است. نمره کارایی مراحل و نمره کارایی کلی در جدول ۳ آمده است. علاوه بر این در این جدول، نواحی بر پایه نمره کارایی کل از بیشتر به کمتر به ترتیب لیست شده‌اند.

همان‌طور که ملاحظه می‌شود هیچ‌کدام از نواحی دارای کارایی کامل نمی‌باشند. در فرآیند توزیع، سه ناحیه سمنان، گیلان و یزد ناکارا می‌باشند. در فرآیند انتقال، سه ناحیه تهران، خراسان و زنجان کارا می‌باشند و بقیه نواحی ناکارا هستند. در فرآیند تولید دو ناحیه خوزستان و غرب کارا می‌باشند. نواحی مازندران، خوزستان و غرب دارای بیشترین نمره کارایی کل هستند و به ترتیب در رتبه اول تا سوم قرار می‌گیرند.

جدول ۳- نمرات کارایی مراحل و کارایی کلی نواحی.

Table 3- Efficiency scores of stages and the overall efficiency of regions.

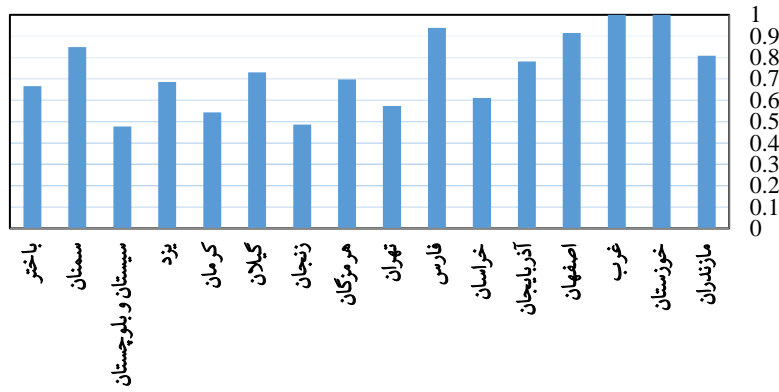
کارایی کل	کارایی فرایند تولید	کارایی فرایند انتقال	کارایی فرایند توزیع	نواحی
0.921	0.808	0.956	1	مازندران
0.905	1	0.716	1	خوزستان
0.897	1	0.692	1	غرب
0.893	0.915	0.864	1	اصفهان
0.885	0.781	0.876	1	آذربایجان
0.870	0.611	1	1	خراسان
0.863	0.939	0.650	1	فارس
0.857	0.573	1	1	تهران
0.843	0.698	0.831	1	هرمزگان
0.829	0.487	1	1	زنجان
0.828	0.731	0.757	0.997	گیلان
0.823	0.544	0.925	1	کرمان
0.820	0.686	0.803	0.970	یزد
0.819	0.477	0.980	1	سیستان و بلوچستان
0.802	0.849	0.641	0.916	سمنان
0.799	0.666	0.730	1	باختر

شکل‌های ۳ تا ۵ نیز به ترتیب نمودار کارایی فرایند تولید، فرایند انتقال و کارایی کل را نشان می‌دهند. ناحیه مازندران دارای بیشترین مقدار کارایی کل است و نمره کارایی بالایی در فرایندهای مختلف تولید، انتقال و توزیع داشته است. نواحی خوزستان و غرب گرچه دارای نمره کامل کارایی در فرایندهای تولید و توزیع بوده‌اند، به دلیل نمره کارایی پایین‌تر در فرایند انتقال در رتبه‌های دوم و سوم قرار گرفته‌اند.

¹ www.amar.org.ir/



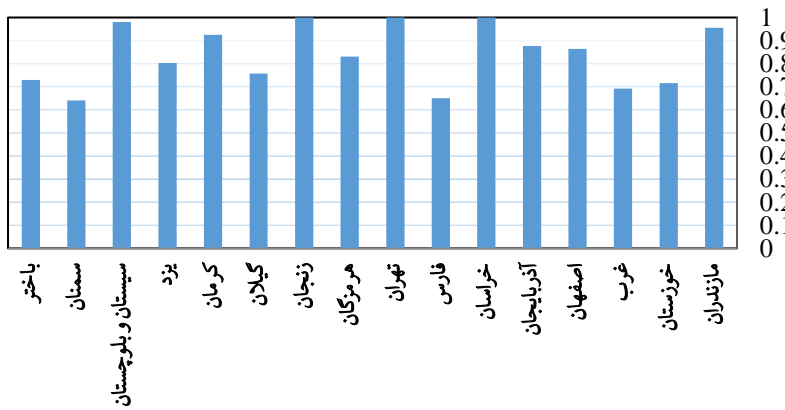
کارایی فرایند تولید



شکل ۳- نمودار کارایی فرایند تولید.

Figure 3- Production process efficiency chart.

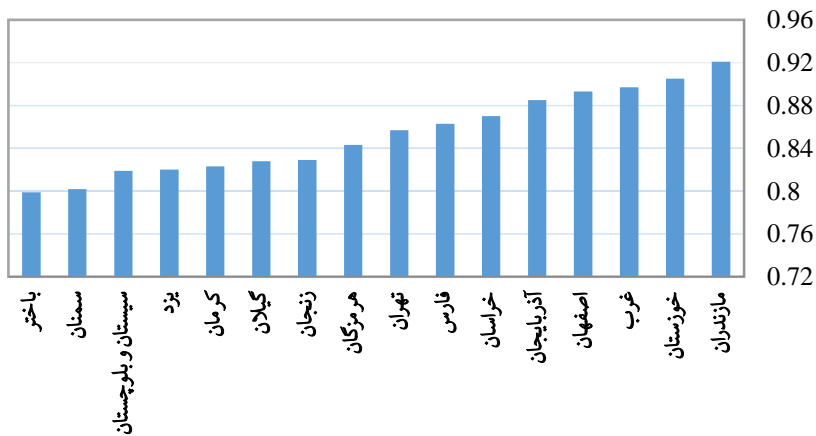
کارایی فرایند انتقال



شکل ۴- نمودار کارایی فرایند انتقال.

Figure 4- Transmission process efficiency chart.

کارایی کل نواحی برق



شکل ۵- نمره کارایی کل نواحی ۱۶ گانه.

Figure 5- The efficiency score of all 16 regions.

در این مقاله به ارزیابی کارایی با شرایط عدم قطعیت با استفاده از مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای پرداخته شد. ابتدا مدلی برای ارزیابی کارایی شبکه‌ای با دو مرحله ارائه گردید. در ادامه مدلی برای ارزیابی کارایی یک شبکه سه مرحله‌ای با خروجی نامطلوب ارائه شد. سپس از رویکرد ارائه شده به وسیله برتیس‌ماس و سیم (۲۰۰۴) استفاده و یک مدل بهینه‌سازی استوار برای شبکه‌ای سه مرحله‌ای با خروجی نامطلوب ارائه گردید. مدل ارائه شده در این تحقیق کارایی در یک مدل شبکه‌ای سه مرحله‌ای با خروجی نامطلوب را در شرایط عدم قطعیت محاسبه می‌کند. در واقع در این مقاله یک مدل برنامه‌ریزی خطی استوار ارائه شده است که کارایی کلی و مراحل را به‌طور همزمان در یک فرآیند شبکه‌ای سه مرحله‌ای با خروجی نامطلوب در مراحل محاسبه می‌کند، آنچه در تحقیقات قبلی به‌طور همزمان به آن پرداخته نشده است.

مدل ارائه شده در صنعت برق ایران مورد استفاده قرار گرفت و به ارزیابی کارایی ۱۶ ناحیه برق که شامل سه فرآیند تولید، انتقال و توزیع بودند پرداخته و میزان کارایی هر واحد محاسبه و بررسی شد. نتایج نشان داد نواحی مازندران، خوزستان و غرب عملکرد بهتری نسبت به سایر نواحی داشته‌اند.

از تحلیل ارزیابی کارایی برای نواحی مشخص گردید، بیشترین منبع ناکارایی مربوط به فرآیندهای تولید و انتقال است؛ بنابراین توصیه می‌شود نواحی مختلف به‌منظور بهبود عملکرد خود به فرآیندهای تولید و انتقال توجه ویژه داشته باشند. به‌ویژه شاخص‌های ارزیابی در این مرحله باید مورد توجه قرار گیرند و مشکلات آن‌ها مرتفع شود. به‌عنوان مثال این نواحی با بهبود ظرفیت ترانسفورماتورها، میزان انرژی تحویلی و یا تلفات انرژی خود می‌توانند عملکرد و کارایی خود را بالا ببرند. همچنین در فرآیند تولید خوزستان و غرب کارا شده‌اند. این دو ناحیه می‌توانند الگوی برای سایر نواحی در فرآیند تولید باشند. به همین ترتیب خراسان، تهران و زنجان می‌توانند الگوی برای سایر نواحی در فرآیند انتقال باشند. زیرا در این مرحله این سه ناحیه کارا شده‌اند. اما در فرآیند توزیع تقریباً نواحی مثل هم کار می‌کنند و نمره کارایی نزدیک به هم در این مرحله را کسب نموده‌اند.

در این مقاله یک رویکرد جدید برای ارزیابی کارایی برای تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای ارائه شد. مدل ارائه شده برای دو ساختار خاص با خروجی نامطلوب است. این روش را می‌توان برای انواع ساختار شبکه‌ای با شاخص‌های ارزیابی کارایی مانند ورودی‌های غیرقابل کنترل و ورودی‌های نامطلوب مانند تحقیق انجام شده توسط مونزلی و همکاران^۱ (۲۰۲۰) مورد استفاده قرارداد و مدل‌های جدید ارائه نمود. با توجه به اینکه داده‌های موجود در صنعت برق همانند سایر داده‌های واقعی دارای عدم قطعیت است، بنابراین می‌توان مدل‌ها را به حالت‌های فازی و احتمالی گسترش داد، یا اینکه به ارائه مدل تحلیل پوششی داده‌های شبکه‌ای پویا مانند تحقیق انجام شده توسط صالح و همکاران^۲ (۲۰۲۰) با توجه به پویایی صنعت برق پرداخت. همچنین می‌توان مدل ارائه شده در این مقاله را برای صنایع مختلف مانند حمل‌ونقل و پالایشگاه‌ها استفاده کرد مانند تحقیق انجام شده توسط نجفی و همکاران (۲۰۲۱). این موارد می‌توانند در تحقیقات آتی مدنظر محققان قرار گیرد.

تعارض با منافع

نویسندگان اعلام می‌دارند که هیچ تضادی در منافع در مورد انتشار این مقاله وجود ندارد، همه نویسندگان، نسخه نهایی ارسال شده را مشاهده و تأیید کرده‌اند. نویسندگان تضمین می‌کنند که مقاله، اثر اصلی آن‌ها بوده، قبلاً چاپ نشده و در حال حاضر تحت انتشار نمی‌باشد.

¹ Monzeli et al.

² Saleh et al.



- Amani, N., & Bagherzadeh Valami, H. (2018). Efficiency evaluation of regional electronic companies in Iran by network DEA: a based on the conversion of the structures into a uniform structure. *Journal of decisions and operations research*, 3(3), 249-280. (In Persian). DOI: [10.22105/dmor.2018.81213](https://doi.org/10.22105/dmor.2018.81213)
- Amini, A., & Alinezhad, A. (2019). Developing network DEA model with undesirable outputs for evaluation of green supply chain management. *Iranian journal of supply chain management*, 21(63), 51-63.
- Amirteimoori, A., & Kordrostami, S. (2010). Multi-period efficiency analysis in data envelopment analysis. *International journal of mathematics in operational research*, 2(1), 113-128.
- Banker, R. D., Charnes, A., & Cooper, W. W. (1984). Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. *Management science*, 30(9), 1078-1092.
- Ben-Tal, A., & Nemirovski, A. (2000). Robust solutions of linear programming problems contaminated with uncertain data. *Mathematical programming*, 88(3), 411-424.
- Bertsimas, D., & Sim, M. (2004). The price of robustness. *Operations research*, 52(1), 35-53.
- Chen, Y., Cook, W. D., Li, N., & Zhu, J. (2009). Additive efficiency decomposition in two-stage DEA. *European journal of operational research*, 196(3), 1170-1176.
- Cook, W. D., Zhu, J., Bi, G., & Yang, F. (2010). Network DEA: additive efficiency decomposition. *European journal of operational research*, 207(2), 1122-1129.
- Despotis, D. K., Koronakos, G., & Sotiros, D. (2016). The "weak-link" approach to network DEA for two-stage processes. *European journal of operational research*, 254(2), 481-492.
- Du, J., Liang, L., Chen, Y., Cook, W. D., & Zhu, J. (2011). A bargaining game model for measuring performance of two-stage network structures. *European journal of operational research*, 210(2), 390-397.
- Emrouznejad, A., & Yang, G. L. (2018). A survey and analysis of the first 40 years of scholarly literature in DEA: 1978–2016. *Socio-economic planning sciences*, 61, 4-8.
- Esmailzadeh, A., & Kazemi Matin, R. (2019). Multi-period efficiency measurement of network production systems. *Measurement*, 134, 835-844.
- Färe, R., & Grosskopf, S. (2000). Network DEA. *Socio-economic planning sciences*, 34(1), 35–49.
- Farrell, M. J. (1957). The measurement of productive efficiency. *Journal of the royal statistical society: series A (General)*, 120(3), 253-281.
- Fathollah Bayati, M., & Sajjadi, S. J. (2017). Robust network data envelopment analysis approach to evaluate the efficiency of regional electricity power networks under uncertainty. *PLoS One*, 12(9), e0184103. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0184103>
- Holod, D., & Lewis, H. F. (2011). Resolving the deposit dilemma: a new DEA bank efficiency model. *Journal of banking & finance*, 35(11), 2801-2810.
- Huang, J., Chen, J., & Yin, Z. (2014). A network DEA model with super efficiency and undesirable outputs: an application to bank efficiency in China. *Mathematical problems in engineering*, 2014. <https://doi.org/10.1155/2014/793192>
- Jablonsky, J. (2016). Efficiency analysis in multi-period systems: an application to performance evaluation in Czech higher education. *Central European journal of operations research*, 24(2), 283-296.
- Jafari, M., & Dezfouli Khajehzadeh, M. (2015). Robust fuzzy multi objective optimization model for portfolio selection. *Journal of decision engineering*, 1(1), 31-56. (In Persian). <http://jde.khu.ac.ir/article-1-26-en.html>
- Jahani Sayyad Noveiri, M., Kordrostami, S., Amirteimoori, A. (2017). Cost efficiency of closed-loop supply chain in the presence of dual-role and undesirable factors. *Journal of new researches in mathematics*, 3(9), 5-16. (In Persian). https://jnrm.srbiau.ac.ir/article_10404.html?lang=en
- Kaffash, S., Azizi, R., Huang, Y., & Zhu, J. (2020). A survey of data envelopment analysis applications in the insurance industry 1993–2018. *European journal of operational research*, 284(3), 801-813.
- Kao, C. (2009). Efficiency decomposition in network data envelopment analysis: a relational model. *European journal of operational research*, 192(3), 949-962.
- Kao, C. (2009). Efficiency measurement for parallel production systems. *European journal of operational research*, 196(3), 1107-1112.
- Kao, C. (2019). Inefficiency identification for closed series production systems. *European journal of operational research*, 275(2), 599-607.
- Kao, C., & Hwang, S. N. (2008). Efficiency decomposition in two-stage data envelopment analysis: an application to non-life insurance companies in Taiwan. *European journal of operational research*, 185(1), 418-429.
- Kao, C., & Hwang, S. N. (2010). Efficiency measurement for network systems: IT impact on firm performance. *Decision support systems*, 48(3), 437-446.
- Kao, C., & Liu, S. T. (2014). Multi-period efficiency measurement in data envelopment analysis: the case of Taiwanese commercial banks. *Omega*, 47, 90-98.
- Khalili-Damghani, K., & Shahmir, Z. (2015). Uncertain network data envelopment analysis with undesirable outputs to evaluate the efficiency of electricity power production and distribution processes. *Computers & industrial engineering*, 88, 131-150.
- Khoveyni, M., Fukuyama, H., Eslami, R., & Yang, G. L. (2019). Variations effect of intermediate products on the second stage in two-stage processes. *Omega*, 85, 35-48.



- Kordrostami, S., & Noveiri, M. J. S. (2017). Evaluating the efficiency of firms with negative data in multi-period systems: an application to bank data. *International journal of industrial mathematics*, 9(1), 27-35.
- Lewis, H. F., & Sexton, T. R. (2004). Network DEA: efficiency analysis of organizations with complex internal structure. *Computers & operations research*, 31(9), 1365-1410.
- Lim, S., & Zhu, J. (2019). Primal-dual correspondence and frontier projections in two-stage network DEA models. *Omega*, 83, 236-248.
- Liu, J. S., & Lu, W. M. (2012). Network-based method for ranking of efficient units in two-stage DEA models. *Journal of the operational research society*, 63(8), 1153-1164.
- Monzeli, A., Daneshian, B., Tohidi, G., Sanei, M., & Razavian, S. (2020). Efficiency study with undesirable inputs and outputs in DEA. *Journal of fuzzy extension and applications*, 1(1), 76-84.
- Najafi, S. E., Jaberi, M., Hoseinzadeh Lotfi, F., & Haji Molana, M. (2021). A comprehensive hybrid Ndea-Bsc model and a new neural network for predicting organizational performance indicators. *Journal of decisions and operations research*, 6(2), 271-287. (In Persian). DOI: 10.22105/DMOR.2020.254632.1243
- Nemoto, J., & Goto, M. (2003). Measurement of dynamic efficiency in production: an application of data envelopment analysis to Japanese electric utilities. *Journal of productivity analysis*, 19(2), 191-210.
- Pérez-Reyes, R., & Tovar, B. (2009). Measuring efficiency and productivity change (PTF) in the Peruvian electricity distribution companies after reforms. *Energy policy*, 37(6), 2249-2261.
- Peykani, P., Mohammadi, E., & Emrouznejad, A. (2021). An adjustable fuzzy chance-constrained network DEA approach with application to ranking investment firms. *Expert systems with applications*, 166, 113938. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2020.113938>
- Peykani, P., Mohammadi, E., Farzinpour Saen, R., Sadjadi, S. J., & Rostamy-Malkhalifeh, M. (2020). Data envelopment analysis and robust optimization: a review. *Expert systems*, 37(4), e12534. <https://doi.org/10.1111/exsy.12534>
- Ramos-Real, F. J., Tovar, B., Iootty, M., De Almeida, E. F., & Pinto Jr, H. Q. (2009). The evolution and main determinants of productivity in Brazilian electricity distribution 1998–2005: an empirical analysis. *Energy economics*, 31(2), 298-305.
- Razavi Hajiagha, S. H., Hashemi, S. S., Mahdiraji, H. A., & Azaddel, J. (2015). Multi-period data envelopment analysis based on Chebyshev inequality bounds. *Expert systems with applications*, 42(21), 7759-7767.
- Saleh, H., Shafiee, M., & Sanji, M. (2020). Modifying the interconnecting activities through an adjusted dynamic DEA model: a slacks-based measure approach. *Journal of applied research on industrial engineering*, 7(3), 287-300.
- Sarkhosh-Sara, A., Tavassoli, M., & Heshmati, A. (2020). Assessing the sustainability of high-, middle-, and low-income countries: a network DEA model in the presence of both zero data and undesirable outputs. *Sustainable production and consumption*, 21, 252-268.
- Seiford, L. M., & Zhu, J. (1999). Profitability and marketability of the top 55 US commercial banks. *Management science*, 45(9), 1270-1288.
- Shafiei Nikabadi, M., Yakideh, K., & Oveysi Omran, A. (2017). An integrated approach of DEA with a variety of outputs and windows analysis for evaluating efficiency of the power industry. *Journal of industrial management perspective*, 6(4), 157-180. (In Persian). https://jimp.sbu.ac.ir/article_87218.html?lang=en
- Shakouri, R., Salahi, M., & Kordrostami, S. (2019). Stochastic p-robust approach to two-stage network DEA model. *Quantitative finance and economics*, 3(2), 315-346.
- Sokhanvar, M., Sadeghi, H., Assari, A., Yavari, K., & Mehregan, N. (2012). Structural analysis and efficiency trend of electricity distribution companies in Iran by using window data envelopment analysis. *Economic growth and development research*, 1(4), 145-182. (In Persian). https://egdr.journals.pnu.ac.ir/?_action=articleInfo&article=63&lang=en
- Soyster, A. L. (1973). Convex programming with set-inclusive constraints and applications to inexact linear programming. *Operations research*, 21(5), 1154-1157.
- Tone, K. (2001). A slacks-based measure of efficiency in data envelopment analysis. *European journal of operational research*, 130(3), 498-509.
- Zhou, X., Xu, Z., Chai, J., Yao, L., Wang, S., & Lev, B. (2019). Efficiency evaluation for banking systems under uncertainty: a multi-period three-stage DEA model. *Omega*, 85, 68-82.

جدول ۱ - اطلاعات مربوط به ورودی‌ها، متغیرهای میانی و خروجی‌های مطلوب و نامطلوب برای نواحی مختلف.

Table 1- Information about inputs, intermediate variables, and desirable and undesirable output for different regions.

تلفات انرژی (MW)	حداکثر بار غیر همزمان (MW)	انرژی تحویلی (MW)	طول شبکه فشار ضعیف و متوسط (Km)	ظرفیت ترانسفورماتورها (MW)	انرژی تحویلی (MW)	تلفات انرژی (MW)	طول خطوط انتقال برق (Km)	ظرفیت پست‌های انتقال (Kv)	گازهای آلاینده زیست محیطی (تن)	تولید ناویژه (MWh)	تولید ویژه (MWh)	قدرت عملی (MW)	قدرت نامی (MW)	مصرف داخلی (MWh)	هزینه سوخت مصرفی (R/MWh)	نواحی
150.79	3.11	2611.30	13092.8	6895.93	3325.35	118.24	2131.8	115.40	564.11	1185.02	1184.40	2866.87	2719.32	0.61	1.43	آذربایجان
184.30	2.82	3258.87	15567.83	3242.69	4162.55	177.06	2605.92	164.26	547.13	1654.9	1654.3	3567.64	3234.52	0.60	2.50	اصفهان
137.78	2.19	2437.68	14942.55	3713.81	3138.8	132.13	3014.55	159.16	646.04	1075.04	1075.03	2284.63	1931.12	0.03	2.63	باختر
598.22	9.87	9945.18	26931.17	12005.61	12747.5	364.29	2950.47	426.03	691.63	4661.5	4659.91	8935.41	8786.8	1.58	4.50	تهران
288.46	5.61	5169.82	10906.73	6815.21	6807.3	201.46	4002.9	189.57	692.46	2828.96	2827.89	6014.04	6014.04	1.06	2.65	خراسان
685.09	3.57	9600.94	28492.1	6418.77	12934.75	519.96	3600.75	389.39	822.45	3015.9	3015.33	6186.44	6186.44	0.56	3.96	خوزستان
174.02	2.23	3252.81	11940.08	3668.97	4426.35	149.13	2112.24	161.70	846.9	286.42	286.31	994.04	994.04	0.10	0.07	زنجان
63.41	0.87	1175.62	4804.1	1169.86	1668.15	54.46	1135.2	94.90	903.46	230.24	230.23	509.68	509.68	0.004	0.06	سمنان
167.93	1.85	2727.64	12947.9	4823.05	3872.4	146.26	4055.97	121.90	1197.2	931.28	930.96	2175.30	2171.32	0.31	1.10	سیستان و بلوچستان
470.40	6.97	7798.5	23034.21	11894.05	5173.7	233.87	7492.3	237.01	1395.4	2030.6	2030.1	4176.8	3949.3	0.41	3.55	غرب
736.61	7.80	12558.17	57697.5	11012.5	16345.7	534.94	10631.43	644.12	1230.24	5809.56	5807.18	11010.01	11302.8	2.37	3.32	فارس
463.55	4.80	9046.12	46459.53	10749.62	12369.45	458.20	9268.71	359.72	1403.25	4118.49	4117.89	6833.19	7460.24	1.04	2.62	کرمان
413.81	6.88	6103.98	29644.3	10267.21	8511.85	385.97	4620.42	330.41	1593.86	5010.54	5009.21	9032.35	8435.8	1.32	4.94	گیلان
1641.88	24.85	23290.64	103932.3	36883.34	23252.05	780.05	11078.1	771.16	2148.55	6712.86	6709.93	15549.98	14474.96	2.93	5.75	مازندران
1920.95	16.61	27508.49	103957.4	29164.52	32289.35	1356.01	18520.05	1310.46	2434.06	8229.94	8227.63	165.05	14757	2.30	12.78	هرمزگان