

Paper Type: Original Article



## Newsboy Problem with Outsourcing, Limited Capacity and Resalable Return

Arezou Khazaei<sup>1</sup>, Parvaneh Samouei<sup>1\*</sup> 

<sup>1</sup> Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Bu-Ali Sina University, Hamedan, Iran; arezou.kze@gmail.com; p.samouei@basu.ac.ir.

**Citation:**



Khazaei, A., & Samouei, P. (2023). Newsboy problem with outsourcing, limited capacity and resalable return. *Journal of decisions and operations research*, 8(2), 391-402.

Received: 07/01/2021

Reviewed: 10/02/2021

Revised: 16/04/2021

Accepted: 01/06/2021

### Abstract

**Purpose:** The newsboy problem is one of the most widely used and important models in the field of inventory control. In fact, there are many industries whose products fall into the category of newsboy problem, such as seasonal goods, food products. But in practice there are more restrictions than the assumptions of the newsboy problem. In this article has tried, in order to make the problem more in line with the real world some limitations during production, such as outsourcing mode, capacity limit and returned goods, have been added to the problem.

**Methodology:** This research is based on library studies and the development of mathematical modeling.

**Findings:** In the newsboy problem, there are important parameters such as outsourcing, capacity constraints and product referral which in this study, the effect of each of these parameters on profitability has been evaluated.

**Originality/Value:** Development of the newsboy problem in terms of outsourcing and returned products and capacity constraints.

**Keywords:** Capacity constraints, Newsboy problem, Outsourcing, Returned products.



Corresponding Author: p.samouei@basu.ac.ir



<http://dorl.net/dor/20.1001.1.25385097.1402.8.2.6.0>



Licensee. **Journal of Decisions and Operations Research**. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0>).



## مسئله پسرک روزنامه‌فروش در حالت برون‌سپاری، محدودیت ظرفیت و کالای مرجوعی

آرزو خزائی<sup>۱</sup>، پروانه سموئی<sup>۱\*</sup>

<sup>۱</sup>گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه بوعلی‌سینا، همدان، ایران.

### چکیده

**هدف:** مسئله پسرک روزنامه‌فروش یکی از مدل‌های پرکاربرد و مهم در حوزه کنترل موجودی است. در واقعیت صنایع زیادی وجود دارد که محصولات آن‌ها در زمره مسئله پسرک روزنامه‌فروش قرار می‌گیرد مانند کالاهای فصلی، محصولات غذایی؛ اما در عمل محدودیت‌های بیش‌تری نسبت به مفروضات مسئله پسرک روزنامه‌فروش وجود دارد. در این نوشته سعی شده است تا جهت انطباق بیش‌تر مسئله با دنیای واقعی برخی از محدودیت‌های هنگام تولید از جمله حالت برون‌سپاری، محدودیت ظرفیت و کالای مرجوعی به مسئله اضافه شوند.

**روش‌شناسی پژوهش:** این پژوهش براساس مطالعات کتابخانه‌ای و توسعه مدل‌سازی ریاضی صورت گرفته است.

**یافته‌ها:** در مسئله پسرک روزنامه‌فروش پارامترهای مهمی نظیر برون‌سپاری، محدودیت ظرفیت و ارجاع کالا وجود دارد که در این پژوهش تاثیر هر یک از این پارامترها بر میزان سودآوری مورد ارزیابی قرار گرفته است.

**اصالت/ارزش‌افزوده علمی:** توسعه مسئله پسرک روزنامه‌فروش در شرایط برون‌سپاری و ارجاع کالا و محدودیت ظرفیت.

کلیدواژه‌ها: محدودیت ظرفیت، مسئله پسرک روزنامه‌فروش، برون‌سپاری، کالای مرجوعی.

### ۱- مقدمه

مسئله پسرک روزنامه‌فروش جزو مدل‌های احتمالی کنترل موجودی است که در آن کالا یک دوره مصرف معینی دارد و از آن‌جا که بازه زمانی تحویل کالا طولانی است، خریدار بایستی مصرف دوره‌های آتی را به یک‌باره سفارش دهد. با توجه به این‌که تقاضا در طول دوره تصادفی است، اگر خریدار بیش از نیاز دوره سفارش دهد با مازاد تقاضا و هزینه‌های نگهداری و کاهش ارزش کالا و بالعکس اگر کم‌تر از تقاضای دریافتی در طول دوره سفارش دهد با هزینه‌های کمبود و سود فروش از دست‌رفته مواجه می‌شود؛ بنابراین، مدل پسرک روزنامه‌فروش سعی دارد مقدار سفارش بهینه به‌نحوی تعیین شود که مجموع هزینه‌های سیستم موجودی حداقل گردد و خریدار بیش‌ترین سودآوری را کسب نماید [1]. کالاهایی از قبیل روزنامه، کالاهای فصلی، کالاهای فاسدشدنی، کالاهای مد و ... در زمره مسئله پسرک روزنامه‌فروش قرار می‌گیرند.

در دنیای واقعی نیز کسب‌وکارهای زیادی وجود دارد که تولید و عرضه کالا برای آن‌ها تنها در یک دوره محدود امکان‌پذیر است و از همان ابتدای دوره باید به یک‌باره، میزان تولید یا سفارش خود را معین کنند. مسئله پسرک روزنامه‌فروش از جمله مدل‌های مهم کنترل موجودی است که عمدتاً برای چنین کالاهایی کاربرد دارد؛ اما به علت ایستاد بودن مدل‌های کنترل موجودی و پویایی دنیای واقعی، کاربرد مستقیم آن‌ها در

\* نویسنده مسئول

p.samouei@basu.ac.ir

<http://dorl.net/dor/20.1001.1.25385097.1402.8.2.6.0>





بازار کار زیر سوال می‌رود. در هر صنعتی احتمال کمبود ظرفیت در تامین تقاضاها وجود دارد و مواجه با کمبود علاوه بر فروش ازدست‌رفته، دو شاخص رضایت مشتری و اعتبار شرکت را نیز به خطر می‌اندازد. صنایع ذکرشده نیز از این وضعیت مستثنا نیستند؛ بنابراین، در حل این معضل می‌توان از برون‌سپاری به شیوه مناسب استفاده کرد [2]. هم‌چنین گاهی اوقات در نزد خرده‌فروشان مقادیر زیادی از کالای فروخته‌نشده در پایان فصل فروش نگه‌داشته می‌شود. این مقدار بالقوه از کالای فروخته‌نشده قطعاً به خرده‌فروشان آسیب می‌رساند و سود آن‌ها را کاهش می‌دهد؛ بنابراین، برای کمک به خرده‌فروشان و تداوم تجارت، یک سیاست بازگشتی در ابتدای معامله بین خرده‌فروش (مشتری) و تامین‌کننده منعقد می‌شود که به موجب آن کالاهای فروخته‌نشده به‌طور کامل یا جزئی بازپرداخت شوند [3]. خوجا [4] مساله پسرک روزنامه‌فروش را به حالت تخفیف چندتایی که سود بیش‌تری از حالت تک تخفیفی دارد، توسعه داد. چن و چن [5] مدل را به حالت ترتیب رزرو تعمیم دادند به طوری که مشتریانی که رزرو انجام می‌دهند از تخفیف برخوردارند. چن و چن [6] به همین مدل ترتیب رزرو، حالت محدودیت بودجه را نیز اضافه کردند و با الگوریتم *MCR* مقدار بهینه سفارش و تخفیف معین شده است. لاو و لاو [7] مساله پسرک روزنامه‌فروش چند محصولی را در دو حالت محدودیت ظرفیت منابع و محدودیت منابع چندتایی بررسی کردند. در تحقیق پیش‌رو نیز محدودیت ظرفیت در میزان تولید داخلی و خارجی که به دلایل متعددی هم‌چون کمبود نیروی انسانی، ماشین‌آلات و ... می‌تواند رخ دهد، بررسی شده است. وایراکتارکیس [8] مساله چند محصولی پسرک روزنامه‌فروش را به حالت محدودیت بودجه تعمیم داد که در آن تقاضاها احتمالی بودند؛ اما برای تقاضا توزیع خاصی در نظر گرفته نشده و از دو سناریو تقاضای بازه‌ای و گسسته استفاده کردند. در این پژوهش مساله پسرک روزنامه‌فروش به‌صورت تک‌محصولی که دارای تقاضا تصادفی گسسته است، فرض شده و محدودیت بودجه نیز وجود ندارد. عبدالملک و همکاران [9] نیز همین مساله چند محصولی را به حالت محدودیت بودجه توسعه دادند. برای حالتی که تابع چگالی تقاضا یکنواخت بود، فرمول‌های حل دقیق و برای زمانی که تابع تقاضا پیوسته بود، حل بهینه یا نزدیک به بهینه را ایجاد کرده است. ژانگ و همکاران [10] مساله پسرک روزنامه‌فروش را در حالت محدودیت ظرفیت بررسی کردند و برای حل از یک الگوریتم که ماهیت باینری داشت، استفاده کردند. این الگوریتم برای هر دو نوع تقاضای گسسته و پیوسته احتمالی کاربرد دارد. در مدل ما نیز محدودیت ظرفیت در تولید داخلی و برون‌سپاری وجود دارد؛ اما روش حل آن به شکل یک مدل برنامه‌ریزی غیرخطی است که تنها برای توزیع تقاضای گسسته کاربرد دارد. ژانگ و دو [11] مساله پسرک روزنامه‌فروش را در حالت چند محصولی با محدودیت ظرفیت و برون‌سپاری بررسی کردند که در آن برای مقابله با کمبود احتمالی از برون‌سپاری با زمان تدارک صفر و غیر از صفر استفاده شده است؛ هم‌چنین تقاضاها پیوسته احتمالی بودند. سای و همکاران [14] مطالعه ژانگ و دو [11] را به حالت محدودیت منابع و بودجه تعمیم دادند و در آن باتوجه به میزان ظرفیت تولیدی از برون‌سپاری برای مقابله با کمبود احتمالی ظرفیت استفاده کردند. وی و همکاران [12] یک مدل کنترل موجودی برای فرآیندهای مرجوعی ارائه کردند که در آن تقاضا و ارجاع کالا به‌صورت متغیرهای احتمالی و کران‌دار می‌باشند. مسترد و همکاران [13] مساله پسرک روزنامه‌فروش را در حالتی بررسی کردند که شکل توزیع تقاضا مشخص نیست و برای حل مساله تنها از میانگین و واریانس تقاضاها استفاده شده و ارجاعات قابل‌فروش مجدد هستند و محصولات خریداری‌شده با بازپرداخت کامل به مشتری بازگردانده می‌شوند. آدیکاری و همکاران [14] در شرایطی که هم تقاضا و هم میانگین تقاضاها متغیرهای تصادفی هستند، مدلی را ارائه کردند که نتایج آن به تصمیم‌گیرنده کمک می‌کند تا پیش‌بینی تقاضاها را به‌گونه‌ای انجام دهند که سود موردانتظار حداکثر شود. مشود و همکاران [15] به موضوع تخریب محصولات در قالب یک مدل پسرک روزنامه‌فروش مبتنی بر سیستم تحویل به‌موقع (*JIT*) چندگانه می‌پردازند. هم‌چنین در مدلشان، سیاست ارجاع کالا و ضمانت پس‌ازفروش را برای جلب نظر مشتری اتخاذ کردند و با استفاده از یک مدل بهینه‌سازی کلاسیک، میزان بهینه تولید، قیمت عمده‌فروشی و ... را به دست آورده‌اند. اوتا و همکاران [16] مساله پسرک روزنامه‌فروش چند محصولی را در حالت محدودیت بودجه با تقاضای نرمال لگاریتمی که میانگین و واریانس توزیع برای هر تقاضا متفاوت بود را موردبررسی قرار دادند. آدیکاری و همکاران [17] مدل کلاسیک پسرک روزنامه‌فروش را در حالت تقاضای فازی موردبررسی قرار داده‌اند و برای رسیدن به مقدار سفارش بهینه و حداکثر سود، از یک روش جدید مبتنی بر برنامه‌ریزی محدودیت تصادفی استفاده کرده‌اند. کرباسی بناب و همکاران [18] یک مدل دوهدفه مدیریت موجودی با تقاضای فازی برای یک مساله زنجیره‌تامین با فروشندگان متعدد ارائه کردند که در آن اهداف مدل کمینه کردن کل هزینه موجودی و بهینه‌سازی فضای انبار است.

باتوجه به مطالب بیان‌شده و اهمیت آن‌ها در یک فرآیند تولید موفق، در این پژوهش برخی از شرایط دنیای واقعی نظیر استفاده از برون‌سپاری محصولات، محدودیت ظرفیت در تولید داخلی و خارجی و ارجاع کالای فروخته‌شده از سوی مشتری، به مدل پسرک روزنامه‌فروش اضافه‌شده تا متوجه شویم هر یک از این موارد به چه شکلی در تابع سود تاثیرگذارند و برای رسیدن به بیش‌ترین سوددهی لازم است که پارامترهای مربوط به هر استراتژی را در چه مقداری تنظیم کنیم. در سایر تحقیقات انجام‌شده نیز مدلی یافته نشده است که مساله پسرک

روزنامه‌فروش با تقاضای احتمالی گسسته را در حالت محدودیت ظرفیت در تولید داخلی، برون‌سپاری محدود و کالاهای مرجوعی را به شکل هم‌زمان مورد بررسی قرار دهند.

## ۲- ساختار مقاله

مساله پسرک روزنامه‌فروش تک‌محصولی را در نظر بگیرید که در لحظه  $t_0$  تولیدکننده پیش‌بینی تقاضاها را دریافت و با توجه به آن مقدار تولید داخلی ( $Y_i$ ) را تعیین می‌کند. در صورتی که میزان تقاضا از حداکثر ظرفیت تولید داخلی ( $Y_0$ ) بیش‌تر باشد، تولیدکننده می‌تواند برای پاسخگویی به تقاضا از گزینه برون‌سپاری با در نظر گرفتن سقف مجاز آن ( $Z_0$ ) استفاده کند و مقدار برون‌سپاری ( $Z_i$ ) را برای محصول مورد نظر تعیین کند. سپس محصول تحویل داده‌شده به مشتری با احتمال  $r$  بازگردانده می‌شود. از این مقدار،  $k\%$  آن قابل فروش مجدد است و  $(1-k)\%$  از آن دچار ارزش اسقاطی می‌گردد. این چرخه ارجاع و فروش مجدد به‌طور مکرر ادامه دارد تا زمانی که محصول بازگردانده نشود یا قابل فروش مجدد نباشد [11]، [13]. هدف کلی نیز تصمیم‌گیری درباره مقادیر بهینه برون‌سپاری و تولید داخلی است؛ به‌گونه‌ای که امید ریاضی تابع سود حداکثر گردد. در جهت رسیدن به این هدف به‌ازای مقادیر مختلف تقاضای احتمالی در طی دوره، مقادیر نظیر آن، حجم تولید در نظر گرفته می‌شود. سپس با استفاده از مدل نوشته‌شده، مقدار سود به‌ازای هر مقدار تولید محاسبه و در نهایت میزان تولیدی که بیش‌ترین سود را برای ما ایجاد کند، به‌عنوان مقدار بهینه انتخاب می‌شود.

مقاله‌های [11] و [13] مطالعه‌های پایه تحقیق حاضر می‌باشند. در تحقیق [13]، مساله پسرک روزنامه‌فروش در حالت چند محصولی با محدودیت ظرفیت و برون‌سپاری مورد مطالعه قرار گرفته است و برای مقابله با کمبود احتمالی از برون‌سپاری با زمان تدارک صفر و غیرصفر استفاده کرده‌اند که در استفاده از میزان برون‌سپاری، محدودیتی در منابع تامین‌کننده وجود نداشت؛ هم‌چنین تقاضاها پیوسته احتمالی بودند. در مدل ما نیز برای مقابله با کمبود ظرفیت، از استراتژی برون‌سپاری محدود با زمان تدارک غیرصفر تحت شرایط ارجاع کالا استفاده شده است؛ اما تقاضا حالت گسسته دارد. در تحقیق [11]، مساله پسرک روزنامه‌فروش در حالتی بررسی شده است که توزیع تقاضا مشخص نیست و برای حل مساله تنها از میانگین و واریانس تقاضاها استفاده شده است و ارجاعات قابل فروش مجدد هستند. محصولات خریداری‌شده نیز با بازپرداخت کامل به مشتری بازگردانده می‌شدند که در مدل ما نیز تمامی این فرضیات تحت شرایط برون‌سپاری با فرض گسسته بودن تقاضای تصادفی برقرار است.

### ۲-۱- مفروضات مدل

فروشنده برای محصول مرجوعی هزینه جمع‌آوری  $b$  را متحمل شده و هیچ هزینه برگشتی برعهده مشتری نیست؛ در صورتی که کالاها در طی فصل فروش بازگردانده شوند و محصول آسیبی ندیده باشد، قابل فروش مجدد است. هم‌چنین فرض شده، فروش مرجوعی‌ها نسبت به محصولات تازه تولید در اولویت است. هزینه نگهداری فیزیکی برای محصولات نیز ناچیز انگاشته شده است. در پاسخگویی به مازاد تقاضا از استراتژی برون‌سپاری با فاصله زمانی بین تحویل و سفارش غیر از صفر استفاده می‌شود. کمبود، مجاز و به‌صورت از دست رفته است. در صورت ارجاع کالا، بازپرداخت به‌صورت کامل انجام می‌شود [11]، [13]. تقاضا نیز گسسته با تابع احتمال معین فرض شده است.

### ۲-۲- معرفی شاخص‌ها، پارامترها و متغیرها

#### شاخص‌ها

تقاضا:  $i = 1, \dots, n$

میزان تولید:  $j = 1, \dots, n$

#### پارامترها

$D_i$ : مقدار تقاضای تصادفی  $i$ th در طول دوره.





$p_i$ : تابع احتمال تقاضای تصادفی  $i$ th در طول دوره.

$S$ : قیمت فروش یک واحد کالا.

$c$ : هزینه تولید داخلی هر واحد کالا.

$v$ : ارزش اسقاطی هر واحد کالا.

$b$ : هزینه جمع‌آوری محصول مرجوعی هر واحد کالا.

$g$ : هزینه کمبود هر واحد کالا.

$g_r$ : هزینه کمبود به‌ازای ارجاع‌های متعدد کالا در طول دوره.

$p_G$ : واحد درآمد موردانتظار برای یک‌بار ارجاع کالا.

$p_r$ : واحد درآمد موردانتظار برای ارجاع‌های متعدد کالا  $p_r > c$ .

$w_0$ : هزینه برون‌سپاری هر واحد کالا.

$y_0$ : حداکثر ظرفیت تولید داخلی.

$z_0$ : حداکثر ظرفیت برون‌سپاری.

$r$ : احتمال بازگشت کالای فروخته‌شده  $0 \leq r \leq 1$ .

$k$ : احتمال فروش مجدد کالای مرجوعی  $0 \leq k \leq 1$ .

$Q_j$ : مقدار کل تولید به‌ازای سناریو  $j$ th.

متغیرها

$y_j$ : تعداد محصول تولید داخلی به‌ازای سناریو  $j$ th.

$z_j$ : تعداد کالای برون‌سپاری شده به‌ازای سناریو  $j$ th.

$EX$ : تابع سود موردانتظار.

طبق تحقیق [18] درآمد موردانتظار برای یک‌بار ارجاع کالا در مدت‌زمان دوره برابر عبارت  $p_G$  است:

$$p_G = (1-r)s - rb + r(1-k)v. \quad (1)$$

فروشنده هر محصولی که ارجاع داده نشده است را با قیمت  $S$  به فروش می‌رساند. اگر درصد ارجاع برابر  $r$  باشد، به‌ازای هر واحد کالا، درآمد موردانتظار برابر  $(1-r)S$  است. برای هر محصولی که توسط مشتری بازگردانده می‌شود، تولیدکننده هزینه جمع‌آوری  $b$  را پرداخت می‌کند؛ بنابراین، هزینه موردانتظار برای هر واحد  $rb$  است. از  $r\%$  کالای بازگشتی،  $(1-k)\%$  قابل فروش مجدد نیست و دچار اسقاطی می‌شود که واحد درآمد موردانتظار برای آن برابر  $r(1-k)v$  است. طبق تحقیق [11] درآمد موردانتظار برای ارجاع‌های متعدد کالا در طول دوره، تشکیل یک تصاعد هندسی می‌دهد و به‌صورت زیر است:

$$p_r = p_G(1 + rk + (rk)^2 + \dots) = \frac{p_G}{1 - rk} \quad (2)$$

به طور مشابه هزینه کمبود به ازای ارجاع های متعدد کالا طبق تحقیق [18] برابر  $g_r$  است.

$$g_r = \frac{g}{1 - rk} \quad (3)$$

میزان درآمد حاصل از فروش محصول:

$$\sum_{i=1}^n p_r \min(D_i, Q_i) p_i \quad (4)$$

میزان درآمد حاصل از اسقاط کالاها:

$$\sum_{i=1}^n (Q_i - \min(D_i, Q_i)) p_i v \quad (5)$$

میزان هزینه کمبود:

$$\sum_{i=1}^n (D_i - \min(D_i, Q_i)) p_i g_r \quad (6)$$

هزینه تولید داخلی کالا: اگر مقدار تولید داخلی به ازای هر  $j$  به میزان  $y_j$  باشد و تولید هر واحد هزینه ای به اندازه  $c$  ایجاد کند، آن گاه کل هزینه تولید داخلی به میزان  $cy_j$  برآورد می شود.

هزینه برون سپاری: چنان چه میزان برون سپاری کالاها به ازای هر  $j$  به اندازه  $z_j$  تعیین شود و هزینه هر واحد برون سپاری  $w_0$  باشد، آن گاه کل هزینه برون سپاری برابر  $w_0 z_j$  است.

محدودیت مربوط به سقف مجاز برون سپاری:

$$z_j \leq z_0, j = 1, \dots, n. \quad (7)$$

محدودیت مربوط به سقف مجاز تولید داخلی:

$$y_j \leq y_0, j = 1, \dots, n. \quad (8)$$

محدودیت مربوط به مجموع تعداد کالاهای تولید داخلی و تعداد کالاهای برون سپاری شده که باید برابر حجم محصولی باشد که کارخانه تصمیم گرفته در پاسخگویی به تقاضاها در طول دوره عرضه کند.

$$y_j + z_j = Q_j, j = 1, \dots, n. \quad (9)$$

### ۲-۳- صورت کلی مدل

$$EX = \sum_{i=1}^n p_r \min(D_i, Q_i) p_i + \sum_{i=1}^n (Q_i - \min(D_i, Q_i)) p_i v - \sum_{i=1}^n (D_i - \min(D_i, Q_i)) p_i g_r - cy_j - w_0 z_j \quad (10)$$

S. t.

$$z_j \leq z_0, j = 1, \dots, n. \quad (11)$$

$$y_j \leq y_0, j = 1, \dots, n. \quad (12)$$

$$y_j + z_j = Q_j, j = 1, \dots, n. \quad (13)$$

$$y_j \geq 0, j = 1, \dots, n. \quad (14)$$

$$z_j \geq 0, j = 1, \dots, n. \quad (15)$$

مدل از نوع برنامه ریزی غیر خطی<sup>۱</sup> است که وجود عبارت  $\min(D_i, Q_i)$  در تابع هدف موجب غیر خطی سازی مدل شده است. برای حل مساله، ابتدا باید مدل خطی شود که برای رفع این مشکل  $\min(D_i, Q_i)$  برابر متغیری مانند  $W_i$  فرض شده سپس دو محدودیت به شرح زیر به محدودیت های موجود اضافه شده است:

$$y_j \geq 0, j = 1, \dots, n. \quad (16)$$

$$W_i \leq Q_j. \quad (17)$$

<sup>1</sup> Nonlinear Programming (NLP)





به همین ترتیب مدل به یک مدل برنامه‌ریزی خطی تبدیل شده و سپس توسط نرم‌افزار GAMS حل شده است.

### ۳- یافته‌های پژوهش

در هر مساله‌ای که یک تابع هدف با تعدادی محدودیت از جنس منابع، زمان و ... وجود داشته باشد، باید از مدل‌سازی ریاضی استفاده کرد؛ یعنی مساله موردنظر را در غالب تعدادی متغیر و علائم ریاضی نشان داد که در اغلب موارد حل چنین مسائلی به صورت دستی سخت و شاید غیرممکن باشد. در چنین حالتی باید از نرم‌افزارهای بهینه‌سازی استفاده کرد که نرم‌افزار GAMS یک برنامه قدرتمند در حل مدل‌های مختلف ریاضی (برنامه‌ریزی خطی، غیرخطی و ...) حتی در ابعاد بزرگ است. در این بخش نیز با استفاده از همین نرم‌افزار، نتایج مربوط به حل ۱۰ مثال با ابعاد مختلف، به همراه تحلیل هر یک ارائه می‌شود.

جدول ۱- نتایج حاصل از حل هر مثال.

Table 1- Results of solving each example.

مثال	مقدار بهینه	r	$z_j$	$y_j$
1	3691	0.19	0	200
2	2054	0.035	0	80
3	32743	0.75	35	265
4	53724	0.01	800	1500
5	1472	0.05	23	117
6	65381	0.8	413	2147
7	1598	0.5	0	50
8	4237	0.43	0	140
9	27235	0.18	0	894
10	9146	0.62	70	600

تجزیه و تحلیل نتایج مربوط به هر مثال به شرح زیر است:

مثال ۱- بهترین مقدار تولید داخلی و برون‌سپاری به ترتیب ۲۰۰ و صفر خواهد بود. در این حالت بهتر است که از برون‌سپاری استفاده نشود و در طول دوره تقاضاهای بیش‌تر از ۲۰۰ واحد تامین نشوند.

مثال ۲- بهترین مقدار تولید داخلی و برون‌سپاری به ترتیب ۸۰ و صفر خواهد بود. به‌ازای  $j=4$  به دلیل محدودیت ظرفیت در تولید، مدل نشدنی شده است.

مثال ۳- بهترین حالت این است که میزان کل تولید ۳۰۰ واحد باشد که از این میزان ۲۶۵ واحد آن با تولید داخلی و ۳۵ واحد باقی‌مانده با برون‌سپاری تامین شود.

مثال ۴- بیش‌ترین مقدار سود در صورتی حاصل می‌شود که تنها ۲۳۰۰ واحد از تقاضاها تامین گردد و از این میزان ۱۵۰۰ واحد آن سهم تولید داخلی باشد. در این حالت بهتر است که از استراتژی برون‌سپاری به تعداد ۸۰۰ واحد استفاده شود و تقاضای بیش‌تر از این حد در طی دوره با کمبود مواجه شود.

مثال ۵- باتوجه به جدول نتایج حل، بیش‌ترین مقدار سود ۱۴۷۲ واحد است که به‌ازای آن مقادیر بهینه تولید داخلی و برون‌سپاری به ترتیب ۱۱۷ و ۲۳ است.

مثال ۶- بهترین ترکیب تولید مربوط به  $j=6$  است.

مثال ۷- به‌ازای مقادیر تولید ۱۰ و ۲۰ و ۳۰ و ۸۰ چون درآمد نمی‌تواند هزینه‌ها را جبران کند؛ از این‌رو مقدار سوددهی منفی (زیان) است. از بین مقادیر مثبت نیز ترکیب بهینه تولید داخلی و برون‌سپاری به ترتیب ۵۰ و صفر خواهد بود؛ بنابراین، بهتر است میزان کل تولید در طول دوره فقط ۵۰ واحد باشد و اگر تقاضا از این حد بیش‌تر بود اجازه دهیم که با کمبود مواجه شود.

مثال ۸- باتوجه به نتایج حل مثال، بیش‌ترین مقدار سود به‌ازای  $j=7$  حاصل می‌شود.

مثال ۹- از بین مقادیر منفی و مثبت تابع سود بهترین ترکیب مربوط به  $z = 5$  است. هم چنین نشان می دهد که تحت چنین شرایطی استفاده از برون سپاری توصیه نمی شود.

مثال ۱۰- بهترین انتخاب برای تولید داخلی و برون سپاری به ترتیب ۶۰۰ و ۷۰ واحد است.

در قسمت ضمایم، در جدول ۲ و جدول ۳ پارامترها و مقادیرشان برای هر مثال ارایه شده است. مقادیر هر پارامتر نیز به صورت تصادفی از داخل یک بازه انتخابی، توسط نرم افزار اکسل به دست آمده است. البته همان طور که مشهود است بین برخی از پارامترهای مدل ارتباط خاصی وجود دارد که انتخاب بازه و عدد تصادفی در چارچوب این ارتباطات بوده است. برای تشریح بیش تر روابط بین پارامترها داریم:

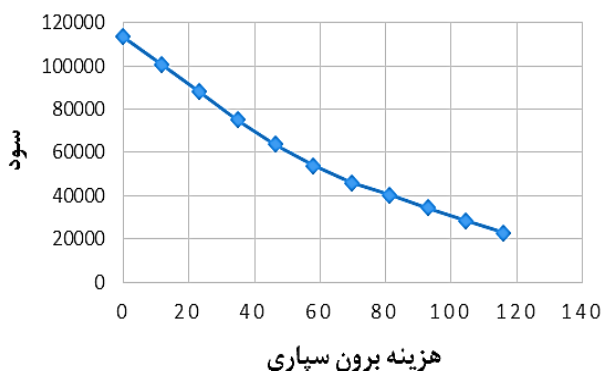
- پارامتر قیمت فروش ( $s$ ) بزرگتر از هزینه تولید داخلی ( $c$ ) است.
- پارامتر هزینه برون سپاری ( $w_0$ ) از هزینه تولید داخلی ( $c$ ) بزرگتر؛ اما از قیمت فروش ( $s$ ) کوچک تر است.
- پارامتر ارزش اسقاطی ( $v$ ) کوچک تر از قیمت فروش ( $s$ ) است.
- در شرایط اقتصاد نرمال، پارامتر ارزش اسقاطی ( $v$ ) از هزینه تولید داخلی ( $c$ )، کوچک تر است.
- مجموع احتمالات تقاضا در طی یک دوره نیز باید برابر یک شود.
- پارامتر احتمال بازگشت کالای فروخته شده ( $r$ ) و احتمال فروش مجدد کالای مرجوعی ( $k$ )، چون از جنس احتمال هستند، بایستی بین صفر و یک باشند.

### ۳-۱- تحلیل حساسیت

در این قسمت از اطلاعات مربوط به مثال ۴ موجود در جدول ۱ و جدول ۲ استفاده کرده ایم تا با استفاده از آن نتایج حاصل از تحلیل را برای هر پارامتر به صورت نموداری نشان دهیم.

#### ۳-۱-۱- تاثیر تغییرات پارامتر هزینه برون سپاری ( $w_0$ ) بر تابع سود

کاهش در این پارامتر موجب کاهش هزینه برون سپاری می گردد و بالعکس. جملات هزینه ای نیز با تابع سود رابطه عکس دارند و کاهش در آن باعث افزایش سود می شود؛ بنابراین، روند مورد مشاهده برای سود در شکل ۱ مورد انتظار است.



شکل ۱- تغییرات تابع هدف نسبت به پارامتر هزینه برون سپاری.

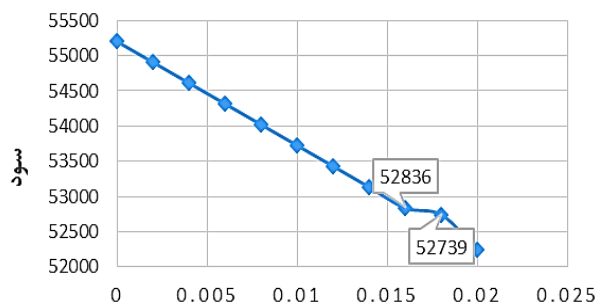
Figure 1- Changes in the objective function relative to the outsourcing cost parameter.

#### ۳-۱-۲- تاثیر پارامتر احتمال ارجاع کالای فروخته شده ( $r$ ) بر تابع سود

طبق رابطه (۱)، اگر میزان  $r$  افزایش یابد، تعداد کالاهایی که دچار اسقاط می شوند، بیش تر می گردد؛ در نتیجه میزان درآمد حاصل از تولید محصولات کاهش می یابد. از طرفی به ازای هر واحد محصولی که توسط مشتری ارجاع داده می شود، باید هزینه جمع آوری به اندازه  $b$  پرداخت گردد که هر چه درصد ارجاع کالا بیش تر باشد میزان هزینه جمع آوری نیز بیش تر می شود. طبق رابطه (۳) نیز هر چه درصد کالاهای مرجوعی بیش تر شود، هزینه کمبود به ازای ارجاع های متعدد کالا در طول دوره ( $g_r$ ) افزایش می یابد؛ در نتیجه با افزایش  $g_r$ ، هزینه کمبود زیاد می شود و به موجب تمامی این جمله ها تابع سود کاهش می یابد.







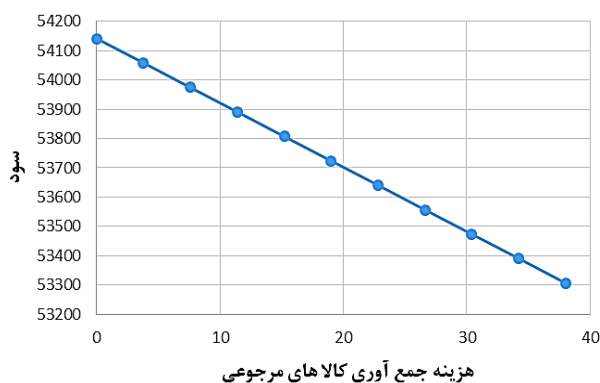
احتمال ارجاع کالا

شکل ۲- تغییرات تابع هدف نسبت به پارامتر احتمال ارجاع کالا.

Figure 2- Changes in the objective function relative to the product referral probability parameter.

۳-۱-۳- تاثیر پارامتر هزینه جمع آوری کالاهای مرجوعی (b) بر تابع سود

طبق رابطه (۱)، پارامتر هزینه جمع آوری کالاهای مرجوعی بر واحد درآمد موردانتظار برای یک بار ارجاع کالا یعنی  $p_G$  تاثیر می گذارد. به صورتی که با افزایش  $b$  مقدار  $p_G$  کاهش می یابد. باتوجه به رابطه (۲)،  $p_G$  با واحد درآمد موردانتظار به ازای ارجاع های متعدد کالا در طول دوره ( $p_r$ ) رابطه مستقیم دارد و با کاهش  $p_G$  میزان  $p_r$  نیز کم می شود؛ در نتیجه میزان درآمد حاصل از فروش محصولات کاهش یافته و به دنبال آن میزان سود نیز کم می شود. با این توصیف روند کاهش سود در شکل ۳ معنادار است.

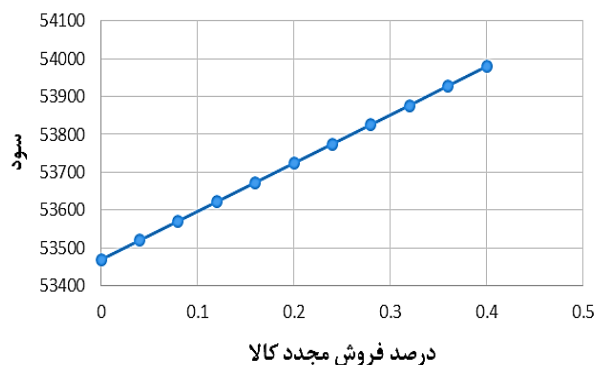


شکل ۳- تغییرات تابع هدف نسبت به پارامتر هزینه جمع آوری کالای مرجوعی.

Figure 3- Changes in the objective function relative to the cost of collecting the returned products.

۳-۱-۴- تاثیر تغییرات درصد فروش مجدد کالا ( $k$ ) بر تابع سود

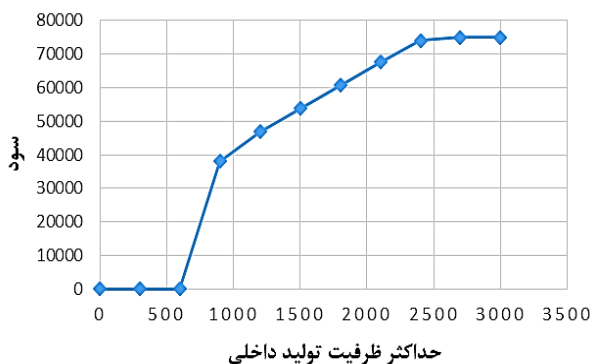
هرچقدر درصد فروش مجدد کالا افزایش یابد، تعداد کالای بیش تری باقیمت اصلی ( $s$ ) به فروش می رسد و میزان درآمد ناشی از فروش و تابع سود افزایش می یابند. مطابق نمودار زیر نیز با افزایش درصد فروش مجدد کالا، تابع سود روندی روبه رشد پیدا می کند.



شکل ۴- تغییرات تابع هدف نسبت به پارامتر درصد فروش مجدد کالا.

Figure 4- Changes in the objective function relative to the resale percentage parameter.

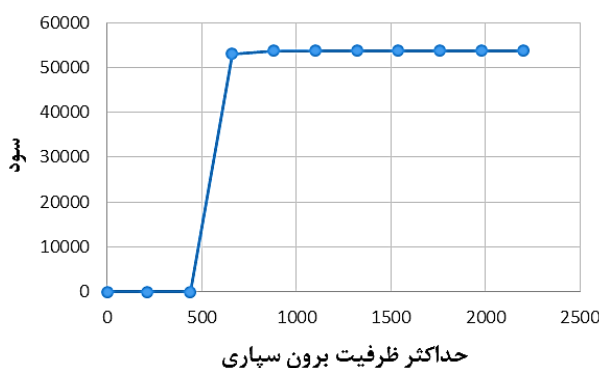
در پاسخگویی به تقاضاها می توان از دو منبع تولید داخلی و برون سپاری استفاده کرد که واحد هزینه تولید داخلی نسبت به برون سپاری کم تر است. هر چه میزان ظرفیت تولید داخلی افزایش یابد، نیاز ما به استفاده از منابع برون سپاری کم تر می شود، کالاهای با هزینه پایین تر تولید می شوند و در نهایت نیز سود بیش تری ایجاد می گردد. در این نمودار به ازای دو مقدار پایانی، میزان سود یکسانی حاصل شده؛ زیرا، در این مثال حداکثر میزان تقاضا ۲۵۷۰ واحد است و هر یک از مقادیر مربوط به این دو نقطه، می توانند این حد از تقاضا را برآورده کنند؛ بنابراین، افزایش ظرفیت در تولید داخلی نیز تا حدی نیاز است که موجب افزایش تابع سود شود. هم چنین مقادیر مربوط به سه نقطه ابتدایی نمودار، حداقل تقاضا که ۲۰۰۰ واحد است را هم برآورده نمی کنند؛ بنابراین، میزان سود حاصل شده نیز صفر است.



شکل ۵- تغییرات تابع هدف نسبت به پارامتر حداکثر ظرفیت تولید داخلی.

Figure 5- Changes in the objective function relative to the maximum internal production capacity parameter.

با استفاده از ظرفیت ثابت تولید داخلی که ۱۵۰۰ واحد است و هر یک از سه مقدار اولیه نمودار، حداقل تقاضا (۲۰۰۰) نیز برآورده نمی شود و هیچ سودی هم به دست نمی آید؛ اما با افزایش ظرفیت برون سپاری توان تامین تقاضاها افزایش می یابد و به تبعیت از آن، تابع سود نیز صعود می کند؛ اما میزان افزایش ظرفیت برون سپاری نیز تا حدی موثر است که از مقدار کل تقاضاهای دریافت شده بیش تر نباشد. به عنوان مثال به ازای هر یک از مقادیر مختلف حداکثر ظرفیت برون سپاری مربوط به ۷ نقطه انتهایی نمودار، چون تمامی تقاضاها تامین می گردند، سودآوری یکسانی ایجاد شده است؛ بنابراین، افزایش ظرفیت نیز باید تا جایی ادامه داشته باشد که تغییر فزاینده ای در تابع سود اعمال کند.



شکل ۶- تغییرات تابع هدف نسبت به پارامتر حداکثر ظرفیت برون سپاری.

Figure 6- Changes in the objective function relative to the maximum outsourcing capacity parameter.

#### ۴- نتیجه گیری و پیشنهادهای آتی

براساس یافته های فوق، با اعمال سیاست بازگشت کالا در مساله پسرک روزنامه فروش، هرچه نرخ ارجاع محصول افزایش یابد، میزان سود شرکت کاهش می یابد؛ زیرا با افزایش درصد کالای مرجوعی هزینه جمع آوری، واحد هزینه کمبود به ازای ارجاع های متعدد کالا در





طول دوره و تعداد کالای اسقاطی به سبب بازگشت، افزایش می‌یابد و در نهایت منجر به کاهش سود می‌شود؛ بنابراین، شرکت‌ها یا باید این سیاست را تقبل نکنند که در این حالت احتمال نارضایتی مشتریان و کاهش تقاضا نیز وجود دارد و به طریقی دیگر بر کاهش سود تاثیر خواهد گذاشت، یا در صورت اجرا جهت تقلیل کم‌تر سود کالاها را با قیمت کامل بازپرداخت ننمایند. زمانی که محصولات به سازمان بازگردانده می‌شوند درصدی از کالاها قابلیت فروش مجدد با قیمت واقعی را دارند؛ بنابراین، هرچه نرخ فروش مجدد کالا بیش‌تر باشد، سود شرکت نیز به نسبت آن صعود می‌کند.

سازمان‌ها برای استفاده موفقیت‌آمیز از این تاکتیک باید این پارامتر را تا حد ممکن بالا نگه‌دارند که یکی از روش‌های محقق کردن آن مورد هدف قرار دادن بازارهای فروش متناسب با کالاهای ارجاع داده شده است. استراتژی برون‌سپاری نیز تاثیر فزاینده‌ای بر تابع سود گذاشته است؛ زیرا در این حالت پتانسیل سازمان برای تامین تقاضا افزایش یافته و سرانجام حجم بیش‌تری از کالاها به فروش می‌رسند. اگرچه برون‌سپاری هزینه‌ای بیش‌تر از تولید داخلی دارد؛ اما در صورتی که قیمت فروش محصول از هزینه آن بیش‌تر باشد، بر سودآوری شرکت افزوده می‌شود. پارامترهای واحد قیمت فروش، ارزش اسقاطی و میزان ظرفیت تولید داخلی تاثیر مثبتی بر سودآوری داشتند؛ زیرا به موجب آن‌ها بر میزان درآمد سازمان افزوده می‌شود. ولی پارامترهای واحد هزینه کمبود، واحد هزینه برون‌سپاری، واحد هزینه تولید داخلی و واحد هزینه جمع‌آوری کالای مرجوعی چون ماهیت هزینه‌ای دارند، تاثیر منفی بر سودآوری خواهند گذاشت و موجب کاهش آن می‌شوند.

در تحقیقات آتی، می‌توان این پژوهش را به حالت چند محصولی، اضافه کردن حالت تخفیف به مساله، در نظر گرفتن محدودیت‌هایی نظیر فضای انبار و بودجه و در نظر گرفتن توزیع‌های دیگری نظیر نرمال توسعه داد.

## منابع

- [1] HajShirmohammadi, A. (2019). *The book of principles of planning and control of production and inventories*. The pillars of knowledge. (In Persian). <https://www.gisoom.com/book/11048032/>
- [2] Lee, G., Shin, G., Hwang, D. W., Kuper, P., & Kang, M. (2018). How manufacturers' long-term orientation toward suppliers influences outsourcing performance. *Industrial marketing management*, 74, 288–297. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.indmarman.2018.07.003>
- [3] Shen, B., & Li, Q. (2015). Impacts of returning unsold products in retail outsourcing fashion supply chain: a sustainability analysis. *Sustainability*, 7(2), 1172–1185.
- [4] Khouja, M. (1995). The newsboy problem under progressive multiple discounts. *European journal of operational research*, 84(2), 458–466.
- [5] Chen, L. H., & Chen, Y. C. (2009). A newsboy problem with a simple reservation arrangement. *Computers and industrial engineering*, 56(1), 157–160. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.cie.2008.04.010>
- [6] Chen, L. H., & Chen, Y. C. (2010). A multiple-item budget-constraint newsboy problem with a reservation policy. *Omega*, 38(6), 431–439. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.omega.2009.10.007>
- [7] Lau, H. S., & Hing Ling Lau, A. (1996). The newsstand problem: a capacitated multiple-product single-period inventory problem. *European journal of operational research*, 94(1), 29–42. DOI:[https://doi.org/10.1016/0377-2217\(95\)00192-1](https://doi.org/10.1016/0377-2217(95)00192-1)
- [8] Vairaktarakis, G. L. (2000). Robust multi-item newsboy models with a budget constraint. *International journal of production economics*, 66(3), 213–226. DOI:[https://doi.org/10.1016/S0925-5273\(99\)00129-2](https://doi.org/10.1016/S0925-5273(99)00129-2)
- [9] Abdel-Malek, L., Montanari, R., & Morales, L. C. (2004). Exact, approximate, and generic iterative models for the multi-product Newsboy problem with budget constraint. *International journal of production economics*, 91(2), 189–198. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2003.09.004>
- [10] Zhang, B., Xu, X., & Hua, Z. (2009). A binary solution method for the multi-product newsboy problem with budget constraint. *International journal of production economics*, 117(1), 136–141. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2008.10.003>
- [11] Zhang, B., & Du, S. (2010). Multi-product newsboy problem with limited capacity and outsourcing. *European journal of operational research*, 202(1), 107–113. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.ejor.2009.04.017>
- [12] Wei, C., Li, Y., & Cai, X. (2011). Robust optimal policies of production and inventory with uncertain returns and demand. *International journal of production economics*, 134(2), 357–367. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2009.11.008>
- [13] Mostard, J., de Koster, R., & Teunter, R. (2005). The distribution-free newsboy problem with resalable returns. *International journal of production economics*, 97(3), 329–342. DOI:<https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2004.09.003>



- [14] Adhikary, K., Roy, J., & Kar, S. (2019). Newsboy problem with birandom demand. *Decision making: applications in management and engineering*, 2(1), 1–12.
- [15] Mashud, A. H. M., Wee, H. M., Huang, C. V., & Wu, J. Z. (2020). Optimal replenishment policy for deteriorating products in a newsboy problem with multiple just-in-time deliveries. *Mathematics*, 8(11), 1981. <https://doi.org/10.3390/math8111981>
- [16] Ota, M., Srinivasan, S., & Nandakumar, C. D. (2021). Economic ordering model for multiple items with stochastic demand and budget constraint. *International journal of services and operations management*, 38(1), 1–21. DOI:10.1504/IJSOM.2021.112515
- [17] Adhikary, K., Roy, J., & Kar, S. (2020). Fuzzy random Newsboy problem with chance distribution. *Journal of intelligent and fuzzy systems*, 39(5), 6857–6868.
- [18] Karbasi Bonab, V., Yousefi Nejad Attari, M., & Neishabouri, E. (2018). Presenting a bi-objective vendor managed inventory model with fuzzy demand for multiple vendor. *Journal of decisions and operations research*, 2(2), 147–168. DOI:10.22105/dmor.2018.57316



جدول ۱- اطلاعات مربوط به تقاضاها و احتمالات.

Table 1- Information on requirements and probabilities.

										مثال	
										تقاضا (D <sub>i</sub> )	
										احتمال (P <sub>i</sub> )	
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	100	200
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.35	0.5
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	70	100
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.3	0.2
-	-	-	-	-	-	-	-	150	200	250	300
-	-	-	-	-	-	-	-	0.01	0.04	0.21	0.55
-	-	-	-	-	-	2000	2100	2300	2400	2500	2500
-	-	-	-	-	-	-	0.3	0.1	0.1	0.1	0.2
-	-	-	-	-	100	110	120	130	140	150	150
-	-	-	-	-	0.1	0.1	0.2	0.2	0.2	0.2	0.1
-	-	-	-	2000	2300	2340	2500	2550	2560	2590	2590
-	-	-	-	0.2	0.5	0.1	0.1	0.1	0.2	0.2	0.2
-	-	-	10	20	30	40	50	60	70	80	80
-	-	-	0.05	0.1	0.1	0.15	0.2	0.15	0.6	0.6	0.1
-	-	-	40	60	80	100	120	140	170	190	190
-	-	0.1	0.05	0.15	0.05	0.1	0.2	0.15	0.1	0.05	0.05
-	672	229	750	772	894	977	1539	2511	2523	2875	2875
-	0.05	0.11	0.1	0.13	0.1	0.05	0.1	0.14	0.05	0.08	0.08
210	250	265	280	312	356	410	520	670	800	1050	1050
0.08	0.09	0.1	0.12	0.5	0.05	0.14	0.1	0.05	0.11	0.06	0.06

جدول ۲- اطلاعات مربوط به هر پارامتر.

Table 2- Information about each parameter.

S	c	v	W <sub>0</sub>	r	b	g	k	z <sub>0</sub>	y <sub>0</sub>	مثال
624	28	9	34	0.19	12	17	0.73	110	218	1
115	75	21	87	0.035	23	50	0.43	28	100	2
535	125	65	180	0.75	70	315	0.85	35	265	3
71	35	11	58	0.01	19	25	0.2	1100	1500	4
43	28	12	30	0.05	14	17	0.85	30	117	5
364	112	50	190	0.8	53	84	0.57	436	2147	6
840	348	112	812	0.5	125	131	0.32	29	88	7
450	218	98	290	0.43	110	90	0.72	70	160	8
348	191	65	230	0.18	85	92	0.22	1500	1200	9
50	23	12	30	0.62	15	16	0.6	1000	600	10