



Paper Type: Application Paper



Portfolio Selection Using Risk Parity and Factor Analysis Under Markov Regime-Switching Prope

Ebrahim Mirmohammadi¹, Mehdi Madanchi Zaj^{2,*} , Hossein Panahian¹, Hossein Jabbari³

¹ Department of Management, Kashan Branch, Islamic Azad University, Kashan, Iran; seb.mirmohammadi@gmail.com.

² Department of Financial Management, Electronic Unit, Islamic Azad University, Tehran, Iran; madanchi@iauec.ac.ir.

³ Department of Accounting, Kashan Branch, Islamic Azad University, Kashan, Iran; hsnjabbari@yahoo.com.

Citation:



Mirmohammadi, E., Madanchi Zaj, M., Panahian, H., & Jabbari, H. (2022). Portfolio selection using risk parity and factor analysis under markov regime-switching prope. *Journal of decisions and operations research*, 7(1), 129-142.

Received: 16/01/2021

Reviewed: 02/03/2021

Revised: 04/07/2021

Accepted: 15/07/2021

Abstract

Purpose: Risk parity is one of the stock portfolio selection models that has received a lot of attention since the US national financial crisis in 2008. The philosophy of this model is to allocate an equal amount of portfolio risk between the assets. In the present study, the portfolio selection model is introduced which is a combination of risk parity portfolio and factor analysis with the Markov regime-switching framework.

Methodology: The portfolio selection model is introduced which is a combination of risk parity portfolio and factor analysis with the Markov regime-switching framework approach. Markov regime switching helps to make the covariance matrix in the objective function of the risk equality model dependent on the state variable and increase the stability of the portfolio. At the beginning of each investment period, the state variable is determined and the asset covariance matrix is calculated based on it and used in the risk equality model.

Findings: The research portfolio consisting of 8 industries from the Tehran Stock Exchange in the period 1390 to 1399 shows that this portfolio has a higher sharp ratio than the mean-variance and equally weighted portfolios in market declines, it is more durable and produces less damage.

Originality/Value: The innovation and importance of research is robustness of risk parity portfolio by considering the covariance matrix parameter with factor analysis in Markov regime-switching framework. Thus, it is expected that in different market situations, expectations from the stock portfolio will be more consistent with reality and less losses will be produced in market declines.

Keywords: Portfolio optimization, Risk parity portfolio, Markov regime-switching, Factor analysis.

Corresponding Author: madanchi@iauec.ac.ir

 <https://dorl.net/dor/20.1001.1.25385097.1401.7.1.8.3>



Licensee. **Journal of Decisions and Operations Research**. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0>).



نوع مقاله: کاربردی



انتخاب سبد سهام با رویکرد ترکیبی تشابه ریسک و تحلیل عاملی بر پایه تغییر رژیم مارکوف

سید ابراهیم میر محمدی^۱، مهدی معدنچی زاج^{۲*}، حسین پنهان^۱، حسین جباری^۳

^۱ گروه مدیریت، واحد کاشان، دانشگاه آزاد اسلامی، کاشان، ایران.

^۲ گروه مدیریت مالی، واحد الکترونیکی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.

^۳ گروه حسابداری، واحد کاشان، دانشگاه آزاد اسلامی، کاشان، ایران.

چکیده

هدف: تشابه ریسک یکی از مدل‌های انتخاب سبد سهام می‌باشد که پس از بحران مالی آمریکا در سال ۲۰۰۸ مورد توجه بسیار قرار گرفته است. فلسفه این مدل اختصاص تا حد یکسان ریسک سبد بین دارایی‌های تشکیل دهنده آن می‌باشد. هدف پژوهش حاضر، ارائه مدل انتخاب سبد سهام ترکیبی تشابه ریسک و تحلیل عاملی بر پایه تغییر رژیم مارکوف می‌باشد.

روش‌شناسی پژوهش: در پژوهش حاضر مدل انتخاب سبد سهام ترکیبی تشابه ریسک و تحلیل عاملی بر پایه تغییر رژیم مارکوف معرفی می‌شود. تغییر رژیم مارکوف کمک می‌کند تا ماتریس کواریانس موجود در تابع هدف مدل تشابه ریسک به کمک تحلیل عاملی وابسته به متغیر حالت برآورد شود. بر این اساس در ابتدای هر دوره سرمایه‌گذاری متغیر حالت مشخص و بر اساس آن ماتریس کواریانس دارایی‌ها محاسبه می‌شود و در مدل تشابه ریسک مورد استفاده قرار می‌گیرد.

یافته‌ها: سبد سهام نمونه‌ای پژوهش متشکل از ۸ صنعت (به‌عنوان دارایی‌های سبد) از بورس اوراق بهادار تهران در بازه ۱۳۹۰ تا ۱۳۹۹ نشان می‌دهد که مدل ترکیبی پژوهش نسبت به مدل‌های متداول میانگین-واریانس و برابری وزن، نسبت شارپ بالاتری دارد و درافت‌های بازار نسبت به دو مدل مذکور مقاوم‌تر است و زیان کمتری تولید می‌کند.

اصالت/ارزش‌افزوده علمی: نوآوری و اهمیت پژوهش در استوار سازی سبد سهام تشابه ریسک به‌وسیله پارامتر ماتریس کواریانس با رویکرد تحلیل عاملی بر پایه تغییر رژیم مارکوف می‌باشد. بدین‌صورت انتظار می‌رود تا در حالات مختلف بازار، انتظارات از سبد سهام با واقعیت تطابق بیشتری داشته و در ریزش‌های بازار ضرر کمتری تولید شود.

کلیدواژه‌ها: سبد سهام تشابه ریسک، تحلیل عاملی، تغییر رژیم مارکوف، نسبت شارپ.

۱- مقدمه

زمانی که یک شخص تصمیم می‌گیرد تا سرمایه خود را بین چند دارایی مالی تقسیم و سرمایه‌گذاری کند، مسئله انتخاب سبد سهام بهینه خود را نشان می‌دهد. سؤال اساسی این است که سرمایه اولیه به چه نسبتی بین دارایی‌ها تقسیم گردد تا سرمایه‌گذار بتواند به هدف خود دست یابد. این هدف غالباً رسیدن به یک حداقل سطح بازده یا ثروت مشخص در ضمن تحمل کمترین ریسک ممکن می‌باشد. به زبان ساده بهینه‌سازی سبد سهام، انتخاب بهترین ترکیب از دارایی‌ها می‌باشد به‌نحوی که بازده سبد تا حد ممکن حداکثر و ریسک آن حداقل شود. اگر برای هر دارایی به‌صورت انفرادی بازده و ریسک برآورد گردد، آنگاه می‌توان بازده و ریسک سبد سهام را به‌عنوان تابعی از بازده و ریسک

* نویسنده مسئول



عناصر تشکیل دهنده آن محاسبه کرد. بر این اساس از دیدگاه نظری، می‌توان سبدهایی تشکیل داد که هدف سرمایه‌گذار را در رسیدن به بازده مشخصی برآورد کند (سبد سهام شدنی) و از بین این سبدها، مسئله انتخاب بهینه سبد سهام به دنبال آن ترکیبی از سهام می‌باشد که کمترین ریسک ممکن را داشته باشد و مدل سبد سهام مارکویتز^۱ (مدل میانگین-واریانس) اولین بار به مدل‌سازی چنین مسئله‌ای پرداخت.

مدل‌های مختلفی از انتخاب بهینه سبد سهام وجود دارند که در تابع هدف، محدودیت‌ها، تک دوره‌ای بودن یا چند دوره‌ای بودن، وجود یا عدم وجود هزینه‌های معاملاتی و ... باهم متمایز هستند. پس از بسته شدن سبد، تغییرات قیمتی دارایی‌های سبد در گذر زمان رخ می‌دهد و برای سبد در انتهای افق زمانی سرمایه‌گذاری، بازده‌ای را حاصل می‌کند. این بازده ممکن است به علت تغییرات شدید قیمتی تعدادی از دارایی‌ها (خصوصاً آن‌هایی که سبد سهام نیز به آن‌ها اوزان به نسبت بالاتری را نسبت داده) از بازده‌ای که در مرحله نظری مورد انتظار بوده فاصله زیادی داشته باشد. این واقعیت از آنجا ناشی می‌شود که بازده سبد سهام تابع خطی از بازده‌های دارایی‌ها می‌باشد و بنابراین به شدت به تغییرات آن‌ها وابسته است. در واقع آنچه رخ داده فاصله زیاد پیش‌بینی تا واقعیت است و از این رو با نوعی عدم تعادل و استواری در انتخاب سبد سهام مواجه هستیم. در کشور ما همواره بازار سرمایه با ریسک‌های زیادی خصوصاً ریسک سیاسی و تغییر قوانین مواجه است که این ریسک‌ها می‌تواند دارایی‌های سبد سرمایه‌گذاران را با تغییرات قیمتی شدید پیش‌بینی نشده‌ای مواجه کرده و احياناً منجر به افت‌های شدیدی در ارزش سبد سهام گردد. پژوهش حاضر برای کاستن از این پیامد، مدل سبد سهام ترکیبی مشابه ریسک و تحلیل عاملی بر پایه تغییر رژیم مارکوف را ارائه می‌دهد. در ادامه ساختار مقاله شامل بخش مبانی نظری و پیشینه تحقیق، روش پژوهش، یافته‌های پژوهش، نتیجه‌گیری، پیشنهادها و محدودیت‌ها می‌باشد.

۲- مبانی نظری و پیشینه تحقیق

در مالی بازده عواید حاصل از سرمایه‌گذاری در یک دارایی مالی می‌باشد که غالباً شامل دو بخش عواید حاصل از تغییرات قیمتی و عواید حاصل از سود نقدی می‌باشد. برای برآورد بازده می‌توان از مدل‌سازی اطلاعات تاریخی یا سناریوسازی برای آینده بازار بهره برد. ریسک به مفهوم عدم اطمینان در رسیدن به بازده مورد انتظار تعریف می‌شود. هر چه این عدم اطمینان بالاتر باشد، ریسک نیز بیشتر است (مولی بوگا^۲، ۲۰۲۰)؛ بنابراین در ریسک بالاتر سناریوهایی وجود دارند که فاصله قابل توجهی از بازده مورد انتظار دارند. معیارهای مختلفی برای برآورد ریسک وجود دارند که انحراف معیار استاندارد، نیم انحراف معیار، ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار از آن جمله هستند. هر سبد سهام متشکل از تعدادی دارایی می‌باشد و هر دارایی سهمی از بازده و ریسک سبد را دارا می‌باشد. بازده و ریسک یک سبد سهام را می‌توان برحسب ریسک عناصر آن تجزیه کرد. به‌عنوان نمونه در صورتی که برای سنجش ریسک از واریانس استفاده شود، آنگاه ریسک سبد به واریانس تک‌تک دارایی‌ها و کواریانس متقابل آن‌ها بستگی دارد.

در صورتی که یک یا چند دارایی که سهم ریسک آن‌ها از ریسک کل سبد سهام بالا باشد از مقدار بازده مورد انتظار خود فاصله بگیرند، بازده سبد هم از بازده مورد انتظار فاصله زیادی می‌گیرد. خصوصاً در صورتی که در واقعیت یک یا تعدادی از این سهام با افت ارزش زیاد مواجه شوند، ممکن است سبد سهام با ضرر زیاد و هنگفتی مواجه شود. در این حالت بین بازده مورد انتظار و نمونه بازده مشاهده‌شده واقعی از سبد، تفاوت فاحشی رخ می‌دهد و در نهایت مدل انتخاب سبد سهام را با نوعی عدم استواری و پایداری مواجه می‌کند (گامبتا و وون^۳، ۲۰۲۰). سبد سهام مشابه ریسک بر یک اصل اساسی استوار است و آن انتخاب سبد سهام بهینه بر اساس تخصیص تا حد ممکن یکسان از ریسک بین دارایی‌ها می‌باشد. به عبارت دیگر در این رویکرد سهم ریسک دارایی‌ها از ریسک کل سبد تا حد ممکن یکسان باشد. این تخصیص یکسان در واقع نوعی پوشش ریسک برای سبد سهام در جهت مقابله با سناریوهای کاهش شدید در بازده آتی دارایی‌های موجود در سبد سهام می‌باشد زیرا ریسک سبد سهام بر روی چند دارایی متمرکز نشده و بین دارایی‌ها به صورت تقریباً یکسان توزیع شده است (بلینی و همکاران^۴، ۲۰۲۱).

تشابه ریسک رویکردی به منظور مدیریت سبد سهام سرمایه‌گذاری است که تمرکز این رویکرد به جای تخصیص سرمایه بر روی تخصیص ریسک (به معنای عدم ثبات) می‌باشد. بر اساس این رویکرد زمانی که تخصیص دارایی‌ها در سطح ریسک برابری یا تشابه صورت گرفته باشد، انتظار می‌رود که سبد سهام ساخته‌شده نسبت شارپ (حاصل تقسیم اضافه بازده بر ریسک سبد) بیشتری داشته و در مقابل افت بازار

¹ Markowitz

² Molyboga

³ Gambeta and Kwon

⁴ Bellini et al.



نسبت به سبد سهام با رویکرد سنتی مقاوم‌تر باشد (رونکالی و ویزانگ^۱، ۲۰۱۶). به‌عنوان نمونه پژوهش دیمیگونل و همکاران^۲ (۲۰۰۹) و همچنین چاوز و همکاران^۳ (۲۰۱۱) نشان می‌دهد که در معیار نسبت شارپ، تشابه ریسک اغلب نتایج بهتری در مقایسه با استراتژی سبد بهینه میانگین-واریانس دارد. رویکرد تخصیص دارایی تشابه ریسک برای اولین بار توسط ادوارد کاین^۴ در سال ۲۰۰۵ در مقاله‌ای در مورد مدیریت دارایی ارائه گردید. باگذشت زمان کمی، این استراتژی مورد توجه فعالان مدیریت دارایی قرار گرفت. بعضی از بخش‌های تئوری این رویکرد در سال‌های بین ۱۹۵۰ تا ۱۹۷۰ گسترش یافتند ولی اولین صندوق با رویکرد تشابه ریسک که آل ویدر^۵ نامیده شد در سال ۱۹۹۶ ایجاد شد. در سال‌های اخیر صندوق‌های سرمایه‌گذاری بسیاری به مشتریان خود صندوق‌هایی با رویکرد تشابه ریسک را توصیه می‌کنند. این رویکرد در سال ۲۰۰۵ نیز مورد استفاده قرار گرفت و سپس با صنعت مدیریت دارایی منطبق شد. از آن زمان تاکنون شرکت‌های سرمایه‌گذاری، مدیریت دارایی و صندوق‌های زیادی مانند آکوئیلای کپیتال^۶، شرکت‌های نورث واتر^۷، ویلینگتون^۸ و... این رویکرد را مورد استفاده قرار داده‌اند. بر اساس مقاله‌ای مربوط به سال ۲۰۱۰ در وال استریت ژورنال، صندوق‌های با رویکرد تشابه ریسک در طول بحران مالی در سال ۲۰۰۸ شرایط به نسبت خوبی داشتند. به‌طور مثال طی همان زمان صندوق با رویکرد تشابه ریسک ای‌کیوآر تنها دچار ۱۸٪ کاهش شد که از نزول ۲۲ درصدی صندوق شاخصی متوازن ونگارد^۹ بهتر بود. بر اساس گزارش سال ۲۰۱۳ وال استریت ژورنال، انواع صندوق‌های با رویکرد تشابه ریسک که به‌وسیله صندوق‌های پوشش ریسک پیشنهاد می‌شدند، از زمان بحران مالی به‌طور مستمر از افزایش محبوبیت و بازده مورد انتظار برخوردار بوده‌اند.

مسئله دیگری که می‌تواند سبد سهام را از تغییرات شدید غیرقابل انتظار در بازار بازداشته و همسو با مقادیر مورد انتظار حفظ کند، تقریب پویا و ساختاری از پارامترهای مدل بهینه‌سازی می‌باشد. همان‌طوری که بیان شد، غالباً در مدل‌های انتخاب سبد بهینه از روش‌های آماری برای برآورد پارامترها استفاده می‌شود. برآورد پارامترها به‌وسیله یک مدل ساختاری (مانند مدل‌های رگرسیونی که نویز را هم مدل می‌کنند) از تأثیر نویز در محاسبه پارامترها می‌کاهد و برآورد را قابل اطمینان‌تر می‌کند. همچنین مفهوم پویایی به معنای تغییر برآورد پارامترها در شرایط زمانی متفاوت می‌باشد. انتخاب ثابت پارامترهای بهینه‌سازی سبد و استفاده از آن‌ها در هر شرایطی (مثلاً رشد و رکود بازار) با ذات بازار سهام که تغییرات مداوم محیط اطلاعاتی است، همسو نیست؛ بنابراین جداسازی حالات مختلف بازار و برآورد پارامتر آماری در هر حالت به‌صورت مجزا بر دقت برآورد و در نهایت استواری مدل می‌افزاید.

در تابع هدف مدل تشابه ریسک پارامتر ماتریس کواریانس حضور دارد که کاملاً قابل انتظار می‌باشد. مدل ترکیبی ارائه شده برای ماتریس کواریانس بازده دارایی‌ها که به‌عنوان یک پارامتر در مدل بهینه‌سازی تشابه ریسک وجود دارد، یک برآورد پویا و ساختاری (کواریانس محور) ارائه می‌دهد. این پویایی بر اساس یک تحلیل عاملی بر پایه خاصیت تغییر رژیم مارکوف (سویچینگ مارکوف) می‌باشد و انتخاب ماتریس کواریانس را به یک متغیر حالت (که می‌تواند نشان‌دهنده قرار گرفتن در بازار صعودی یا نزولی باشد) وابسته می‌کند. در این رویکرد بازده دارایی‌ها در یک مدل ساختاری به تعدادی عامل یا فاکتور وابسته می‌شود و البته این وابستگی پویا می‌باشد. برای این پویایی از یک متغیر حالت با دو وضعیت استفاده می‌شود که این دو وضعیت تشکیل یک زنجیره مارکوف می‌دهند. در نهایت با وابسته شدن بازده به حالت، ماتریس کواریانس نیز به حالت وابسته می‌شود. با آنچه گذشت، در مجموع سؤال‌های اساسی پژوهش عبارت‌اند از:

- آیا مدل انتخاب سبد سهام ترکیبی معرفی شده در معیار نسبت شارپ نسبت به مدل‌های متداول مارکویتز و برابری وزن عملکرد بهتری دارد یا نه؟
- آیا مدل انتخاب سبد سهام بهینه ترکیبی معرفی شده در مقایسه با مدل‌های متداول مارکویتز و برابری وزن درافت‌های شدید بازار مقاوم‌تر است؟

در ادامه پیشینه تحقیق‌های صورت گرفته بررسی می‌شود. داوولو و همکاران^{۱۰} (۲۰۲۱) در پژوهشی عملکرد سه استراتژی سبد سهام میانگین-واریانس، برابری وزن و تشابه ریسک را به لحاظ ریسک، بازده، معیار شارپ با یکدیگر مقایسه کردند. نمونه مورد بررسی شامل داده‌های هفتگی ۲۵ شاخص اصلی بورس اوراق بهادار تهران از سال ۱۳۸۵ تا ابتدای سال ۱۳۹۵ می‌باشد. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد استراتژی تخصیص دارایی مبتنی بر سهم ریسک برابر در اغلب موارد عملکرد میانه و در پاره‌ای از مواقع هم بهترین عملکرد را

¹ Roncalli and Weisang
² DeMiguel et al.
³ Chaves et al.
⁴ Qian
⁵ All Weather

⁶ Aquila Capita
⁷ North Water
⁸ Wellington
⁹ Vanguard
¹⁰ Davallou et al.



در مقایسه با دو استراتژی دیگر داشته است و سرمایه‌گذاران و مدیران پرتفوی با به‌کارگیری آن از عملکرد قابل‌اتکاتری برخوردار خواهند بود.

بلینی و همکاران (۲۰۲۱) یک مدل سبب سهام سلسله‌مراتبی تشابه ریسک را ارائه کردند که در آن از ماتریس کواریانس وزن‌دار شده‌ی نمای استفاده می‌شود و برای تنوع بیشتر محدودیت‌هایی در مدل قرار داده شده است. نتیجه پژوهش به کمک شبیه‌سازی مونت‌کارلو نشان می‌دهد که مدل برآورد شده تا ۵۰٪ ریسک سمت پایین را کاهش می‌دهد. گامبتا و وون (۲۰۲۰) مدل انتخاب سبب سهام تشابه ریسک آزاد را معرفی کردند. در این مدل سرمایه‌گذار می‌تواند یک سطح حداقلی مشخص از بازده را به‌عنوان یک قید به مسئله اضافه کند. در این حالت ممکن است ریسک از مقدار ریسک مدل تشابه ریسک منحرف می‌شود که در این صورت به کمک یک ساختار محاسباتی همواره سعی می‌شود تا ریسک تا حد ممکن به ریسک سبب تشابه ریسک نزدیک شود. نتیجه عملی پژوهش نیز نشان می‌دهد که سبب معرفی شده توانایی محافظه‌کاری سبب تشابه ریسک را حفظ کرده است.

بلینی و همکاران (۲۰۲۱) مدل سبب سهام تشابه ریسک را با مفهوم امید چندکی ترکیب کردند تا بتوانند انحرافات تشابه ریسک‌ها را در چندک‌های مختلف اندازه بگیرند. بر اساس این رویکرد سه مدل ارائه شده و توسط ابزار مشتق‌گتوفر مورد بررسی قرار گرفته است. کاستا و وون^۱ (۲۰۱۹) به مدل‌سازی انتخاب سبب سهام با رویکرد تشابه ریسک بین عناصر سبب سهام پرداختند و برای مدل‌سازی بازده از مدل تغییر رژیم مارکوف استفاده کردند تا بتوانند تغییرات شدید در بازده ناشی از چرخه‌های اقتصادی را کنترل کنند. نتایج حاصل از بهینه‌سازی سبب سهام متنوع ۵۰ سهمی در بازه ۲۰۰۰ تا ۲۰۱۰ نشان می‌دهد که عملکرد سبب سهام در داده‌های برون نمونه‌ای در معیار شارپ از مدل مارکویتز و مدل بدون مدل‌سازی تغییر رژیم مارکوف بهتر است. رونکالی و ویزانگ (۲۰۱۶) در پژوهشی ریسک یک سبب سهام را بر حسب عناصر تشکیل‌دهنده آن تجزیه کردند و مسئله انتخاب سبب سهام را به تنوع‌بخشی ریسک تجزیه بین عناصر سبب سهام بسط دادند. آن‌ها روش مورد استفاده را در چند مورد نمونه‌ای شامل تخصیص دارایی به کمک مدل عاملی فاما و فرنچ، انتخاب دارایی در صندوق‌های پوشش ریسک و تخصیص دارایی استراتژیک بر پایه فاکتورهای اقتصادی به کاربردند.

بای و همکاران^۲ (۲۰۱۶) در بهینه‌سازی سبب سهام تشابه ریسک از رویکرد بهینه‌سازی حداقل مربعات غیر محدب برای بهینه‌سازی سبب سهام حداقل واریانس بهره بردند که در آن جواب‌های حاصل شده برابر مجموعه تمام جواب‌های بهینه سبب سهام تشابه ریسک می‌باشد. آن‌ها نشان دادند که جواب حاصل از الگوریتم تا حدود زیادی به جواب بهینه نزدیک می‌باشد. چاوز و همکاران (۲۰۱۱) تحقیق خود را روی اوراق قرضه بلندمدت، اوراق با رتبه‌های مختلف سرمایه‌گذاری، بازارهای نوظهور سهام، کالاهای پایه و صندوق‌های زمین و ساختمان انجام دادند. آن‌ها دریافتند که استراتژی تشابه ریسک در مقابل روش مینیمم واریانس نسبت شارپ بهتری دارد ولی در مقابل سبب سهام با وزن برابر و سبدهای بازنشستگی ۴۰/۶۰ این‌گونه نیست. لی^۳ (۲۰۱۱) با تحقیق روی سهام اس‌اند‌پی ۱۵۰۰ نشان داد که تخصیص مبتنی بر ریسک لزوماً جواب بهتری از نظر بازده به ریسک نسبت به سایر روش‌ها ارائه نمی‌دهد. در پژوهش کاپورین و همکاران^۴ (۲۰۱۲) که بر روی ۳۰ سهم بزرگ از بازارهای آمریکا، اروپا و ژاپن انجام گرفت نشان داده شد که عملکرد مطلوب استراتژی سبب سهام با سهم تشابه ریسک از منظر ریسک، بازدهی، نسبت شارپ، بیشترین افت سرمایه و تنوع‌پذیری منجر به استفاده بیشتر مدیران سرمایه‌گذاری از این روش شده است. میلارد و همکاران^۵ (۲۰۱۰) پژوهشی را بر روی شاخص‌های ۱۰ صنعت آمریکا از سال ۱۹۷۳ تا سال ۲۰۰۸ انجام دادند و بر این اساس آن‌ها دریافتند در بازه مذکور عملکرد استراتژی سبب سهام با سهم ریسک برابر از منظر بازدهی، ریسک، نسبت شارپ، تنوع‌پذیری و بیشترین افت سرمایه بین دو روش دیگر قرار دارد. بررسی پیشینه تحقیق نشان می‌دهد که مدل‌های مختلفی از سبب سهام تشابه ریسک ارائه شده است که بخشی از آن باهدف استوارسازی مدل صورت گرفته است. بررسی پیشینه تحقیق‌های داخلی نشان می‌دهد که مدل تشابه ریسک در فرم متداول خود مورد استفاده قرار گرفته است که در آن برای برآورد پارامتر کواریانس از تقریب متداول آماری استفاده می‌شود. پژوهش حاضر این تقریب را بر اساس تحلیل عاملی وابسته به متغیر حالت انجام خواهد داد.

¹ Costa and kwon

² Bai et al.

³ Lee

⁴ Caporin et al.

⁵ Maillard et al.

فرض کنیم n دارایی با بردار وزن w تشکیل یک سبد سهام بدهد. آنگاه انحراف معیار بازده سبد سهام به عنوان سنجی برای اندازه‌گیری ریسک برابر $\sigma_p = \sqrt{w^T \Sigma w}$ می‌باشد که Σ ماتریس کواریانس دارایی‌ها می‌باشد. در صورتی که $1 \leq i \leq n$ سهم ریسک هر دارایی از ریسک سبد سهام باشد (σ_i در اینجا نشان‌دهنده انحراف معیار نیست) آنگاه می‌توان نوشت:

$$\sigma_p = \sqrt{w^T \Sigma w} = \sum_{i=1}^n \sigma_i w_i \quad (1)$$

از طرفی مطابق رابطه دیفرانسیلی $d\sigma_p = \sum_{i=1}^n w_i \frac{\partial \sigma_p}{\partial w_i}$ ، سهم ریسک دارایی i ام برابر $\sigma_i = w_i \frac{(\Sigma w)_i}{\sqrt{w^T \Sigma w}}$ می‌باشد. مدل تشابه ریسک به دنبال یکسان‌سازی سهم ریسک دارایی‌های از ریسک کل سبد می‌باشد و برای این منظور به بهینه‌سازی مدل رابطه (۲) اقدام می‌کند. در مدل (۲) با توجه به مثبت بودن عواملی که در تابع هدف وجود دارد برای کمینه شدن باید تمامی عوامل تا حد ممکن به هم نزدیک شوند و این یعنی تمامی سهم ریسک‌ها یا σ_i ها باید تا حد ممکن نزدیک به هم شود.

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (w_i (\Sigma w)_i - (w_j \Sigma w)_j)^2, \quad (2)$$

$$1^T w = 1,$$

$$w \geq 0.$$

$w \geq 0$ نشان می‌دهد که فروش استقرانی جز مفروضات مدل نیست. صورت معادل مسئله تشابه ریسک به صورت رابطه (۳) می‌باشد:

$$\min \psi^T \Sigma \psi, \quad (3)$$

$$\sum \ln(\psi_i) \geq C. \quad \psi \geq 0$$

که در آن C یک مقدار مثبت دلخواه می‌باشد و با نرمال‌سازی مقادیر ψ_i به صورت $w_i^* = \psi_i / \sum_{i=1}^n \psi_i$ اوزان بهینه سبد سهام تشابه ریسک مشخص می‌شود (رونکالی^۱، ۲۰۱۳). همان‌طور که دیده می‌شود، در مدل تشابه ریسک، ماتریس کواریانس دارایی‌ها حضور دارد. در پژوهش حاضر برای تخمین پایدار این ماتریس از رویکرد تحلیل عاملی با خاصیت تغییر رژیم مارکوف استفاده می‌شود. در تحلیل عاملی برای تحلیل واریانس بین چند متغیر وابسته بر اساس توصیف آن‌ها بر حسب تعداد اندکی متغیر (عامل) نهان می‌باشد. به عبارت دیگر، تحلیل عاملی می‌خواهد داده‌های پیچیده را با توصیف آن‌ها بر حسب تعداد کمتری متغیر ساده‌سازی کند. در حالت کلی، فرض کنید n متغیر تصادفی x_1, \dots, x_n داده شده‌اند. بعلاوه ثابت‌های مجهول v_{ij} و m متغیر مشاهده نشده f_j وجود دارند که $m < n$ در مدل تحلیل عاملی، متغیرهای مشاهده شده بر اساس رابطه (۴) به عوامل مرتبط می‌شوند:

$$x_i = v_{i1}f_1 + \dots + v_{im}f_m + \varepsilon_i. \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

که در آن ε_i متغیرهای خطا و از همدیگر مستقل هستند. به صورت ماتریسی می‌توان رابطه (۴) را به صورت $x - \mu = V^T f + \varepsilon$ نوشت که در آن به V ماتریس بارهای عاملی^۲ گفته می‌شود. همچنین بردار f و ε از همدیگر مستقل‌اند، $\mathbb{E}[f] = 0$ و $\text{Cov}(f) = I$ یعنی عامل‌ها باهم همبسته نیستند. در مدل پژوهش به جای متغیرهای تصادفی x_1, \dots, x_n ، بازده‌های دارایی‌های سبد قرار می‌گیرند که آن‌ها را با r_1, \dots, r_n نشان می‌دهیم. بدین صورت می‌توانیم بازده‌ها را در یک مدل ساختاری کواریانس محور مدل‌سازی کنیم و تأثیر نویز داده‌ها را در برآورد ماتریس کواریانس بکاهیم. برای بردار بازده دارایی‌های $r = (r_1, r_2, \dots, r_n)$ قرار می‌دهیم:

$$r = \alpha + V^T f + \varepsilon, \quad \varepsilon \approx N(0, D), r \in R^n, V \in R^{m \times n}. \quad (5)$$

و

$$f \approx N(\bar{f}, F), \quad \text{cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0, \quad i \neq j \quad \text{cov}(\varepsilon_i, f_j) = 0. \quad \forall i, j \quad (6)$$

در این حالت $r \approx N(\mu, \Sigma)$ که

$$\mu = \alpha + V^T \bar{f}, \quad \Sigma = V^T F V + D. \quad (7)$$



در ادامه مدل تحلیل عاملی به مدل تحلیل عاملی با خاصیت تغییر رژیم مارکوف تبدیل می‌شود. برای این منظور ابتدا به اختصار به معرفی مدل‌های تغییر رژیم مارکوف پرداخته می‌شود. فرم کلی یک مدل رگرسیونی با خاصیت تغییر رژیم مارکوف با فضای حالت دوتایی به صورت زیر می‌باشد:

$$y_t = \alpha_{s(t)} + \beta_{s(t)} x_t + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \approx N(0, \sigma_\varepsilon^2). \quad (8)$$

که x_t بردار متغیرهای مستقل، $\alpha_{s(t)}$ عرض از مبدأ وابسته به حالت و $\beta_{s(t)}$ بردار ضرایب وابسته به حالت می‌باشد به صورتی که s را متغیر حالت یا رژیم می‌نامند و می‌تواند دو مقدار یک و دو را اخذ کند. به‌عنوان نمونه دو مقدار می‌تواند مدلی برای بیان حالت رونق و یا کساد بازار باشد؛ بنابراین در یک نقطه شکست ساختاری مانند t_0 داریم:

$$y_t = \begin{cases} \alpha_1 + \beta_1 x_t + \varepsilon_t & s_t = 1 \text{ for } t = 1, 2, \dots, t_0, \\ \alpha_2 + \beta_2 x_t + \varepsilon_t & s_t = 2 \text{ for } t = t_0 + 1, t_0 + 2, \dots \end{cases} \quad (9)$$

متغیر حالت در زمان‌های مختلف تشکیل یک سری زمانی با خاصیت مارکوف می‌دهد به صورتی که ماتریس انتقالات یک گامی آن عبارت است از:

$$p = \begin{bmatrix} p(s_t = 1 | s_{t-1} = 1) & p(s_t = 2 | s_{t-1} = 1) \\ p(s_t = 1 | s_{t-1} = 2) & p(s_t = 2 | s_{t-1} = 2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix}. \quad (10)$$

که در آن $p_{11} + p_{12} = 1$ و $p_{21} + p_{22} = 1$. با توجه به ساختار معرفی‌شده بردار مجهولات رابطه (۸) بردار $\theta = (\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \sigma_\varepsilon^2, p_{11}, p_{22})$ می‌باشد که برای برآورد مجهولات سیستم از روش برآورد حداکثر درست‌نمایی^۱ استفاده می‌شود (کریتمان و همکاران^۲، ۲۰۱۲).

صورت تغییر رژیم مارکوف مدل (۸) بانام مدل تحلیل عاملی بیان می‌کند در یک نقطه شکست ساختاری مانند t_0 ، بردار عامل‌ها و ماتریس بارهای عاملی می‌تواند فرق کند. لذا شکل مدل تحلیل عاملی در چهارچوب تغییر رژیم مارکوف به‌صورت:

$$\begin{cases} r_t = \alpha_1 + V_1^T f_{1t} + \varepsilon_t. & t = 1, 2, \dots, t_0 \\ r_t = \alpha_2 + V_2^T f_{2t} + \varepsilon_t. & t = t_0 + 1, t_0 + 2, \dots, T \end{cases} \quad (11)$$

خواهد بود که بر این اساس بردار میانگین و ماتریس کواریانس در دو وضعیت عبارت‌اند از:

$$\begin{cases} r_t = \alpha_1 + V_1^T f_{1t} + \varepsilon_t. & t = 1, 2, \dots, t_0 \\ r_t = \alpha_2 + V_2^T f_{2t} + \varepsilon_t. & t = t_0 + 1, t_0 + 2, \dots, T \end{cases} \quad (12)$$

و

$$\begin{aligned} \Sigma_i &= p_{i1} V_1^T F_1 V_1 + p_{i2} V_2^T F_2 V_2 + \\ & p_{i1}(1 - p_{i1}) V_1^T \bar{f}_1 \bar{f}_1^T V_1 + \\ & p_{i2}(1 - p_{i2}) V_2^T \bar{f}_2 \bar{f}_2^T V_2 - \\ & p_{i1} p_{i2} V_1^T \bar{f}_1 \bar{f}_2^T V_2 - p_{i1} p_{i2} V_2^T \bar{f}_2 \bar{f}_1^T V_1 + D. \quad i = 1, 2 \end{aligned} \quad (13)$$

که در آن μ_i بردار متوسط بازده دارایی‌ها در حالت i ام و Σ_i ماتریس کواریانس بازده دارایی‌ها در حالت i ام می‌باشد (کاستا و وون، ۲۰۱۹).

¹ Maximum Likelihood Stimator

² Kritzman et al.



در شروع هر دوره سرمایه‌گذاری ابتدا مدل تحلیل عاملی با خاصیت تغییر رژیم **رابطه (۱۱)** تخمین زده می‌شود. برای این منظور از کد نویسی در نرم‌افزار متلب استفاده شده است. سپس وضعیت متغیر سویچ محاسبه می‌شود (در کدام وضعیت است: یک یا دو) و در ادامه توسط **رابطه (۱۳)** ماتریس کواریانس متناظر با آن حالت محاسبه می‌شود و در **رابطه (۳)** قرار می‌گیرد تا سبد سهام بهینه محاسبه شود. برای بهینه‌سازی مدل **(۳)** از الگوریتم تجمعی ذرات در نرم‌افزار متلب استفاده خواهد شد. الگوریتم ازدحام یا تجمع ذرات یا PSO ^۱، یک الگوریتم جمعیت محور با جستجوی اجتماعی است که از روی رفتار اجتماعی دسته‌های پرندگان و ماهی‌ها مدل شده است. برای پیاده‌سازی عملی مدل پژوهش آن را بر روی یک سبد سهام با هشت دارایی پیاده‌سازی خواهیم کرد و در یک دوره تست ۷۲ هفته‌ای رفتار آن را مطالعه خواهیم کرد. اطلاعات مربوط به شاخص‌های مختلف بازار سرمایه در سایت $fipiran.ir$ موجود است.

۴- یافته‌های پژوهش

سبد سهام پژوهش از ۸ شاخص یا صنعت از بورس اوراق بهادار تهران در بازه ۱۳۹۰ تا ۱۳۹۹ تشکیل شده است. استفاده از شاخص به مفهوم تشکیل یک سبد سهام متنوع از سهام موجود در آن صنعت می‌باشد. به‌عنوان نمونه استفاده از شاخص خودرو به‌عنوان یک دارایی به این معنی می‌باشد که زیرمجموعه این شاخص به‌صورت متنوع (متناسب با وزن آن‌ها در شاخص) خریداری شود. افق زمانی سبد سهام یک‌هفته‌ای می‌باشد (برای دوره یک هفته بسته می‌شود) و هر هفته ۵ روز کاری در نظر گرفته شده است. آمار توصیفی مربوط به ۴۳۲ بازه هفتگی دارایی‌ها در جدول ۱ ارائه شده است. هر دارایی دارای یک شماره می‌باشد که از این به بعد مورد استفاده قرار خواهد گرفت.

جدول ۱- آمار توصیفی بازه هفتگی دارایی‌های سبد سهام.

Table 1- Statistical description of assets.

شاخص آماری دارایی	شماره دارایی	میانگین	میانه	کمینه	بیشینه	انحراف معیار
بانک	1	0.005501	0.0006	-0.1071	0.210828	0.037413796
خودرو	2	0.006629	-0.00029	-0.15248	0.235092	0.056627454
کافی فلزی	3	0.008335	-0.00109	-0.1192	0.204428	0.044456103
سیمان	4	0.008374	-0.00042	-0.1308	0.180779	0.039458241
نفت	5	0.009714	0.002594	-0.41696	0.36132	0.052053383
ماشین‌آلات	6	0.010098	0.003865	-0.12877	0.220871	0.0402561
دارو	7	0.014966	-0.0013	-0.74295	2.855466	0.176013222
قند و شکر	8	0.011543	0.002834	-0.15822	0.249305	0.050472704

۴۳۲ بازه هفتگی به ۳۶۰ داده برای آموزش و تقریب پارامترهای مدل و ۷۲ داده برای تست و ارزیابی عملکرد سبد سهام تقسیم شده‌اند. در ابتدا بردار بازه دارایی‌ها در مدل تحلیل عاملی با رویکرد تغییر رژیم مارکوف **رابطه (۱۱)** و بر اساس سه فاکتور یا عامل مدل‌سازی شد. در مدل تغییر رژیم استفاده شده تمام ضرایب (اعم از عرض از مبدأ و ضرایب عاملی) وابسته به حالت فرض شده است؛ بنابراین مقادیر این ضرایب در دو وضعیت یک و دو گزارش می‌شود. عرض از مبدأ در **جدول ۲** و بارهای عاملی در **جدول ۳** گزارش شده‌اند.

جدول ۲- عرض از مبدأ در دو حالت یک و دو.

Table 2- Intercept in state 1 and 2.

شماره دارایی	حالت یک	حالت دو
1	0.00277567	-0.0045695
2	-0.0027989	-0.0053302
3	0.00857023	-0.0136601
4	0.0051121	-0.0051445
5	0.00804037	-0.0103046
6	0.00085814	-0.0094138
7	-0.0120268	-0.0032083
8	0.01208363	-0.0100953

جدول ۳- بارهای عاملی در دو حالت یک و دو.
Table 3- Loading factors in state 1 and 2.

	f3	f2	f1	حالت	بارهای عاملی	دارایی
0.63962465	-1.1169109	1.13573331	1	1	1	
-0.1249166	0.2907742	-0.0660623	2	2		
0.97741548	-0.5434958	1.18884548	1	2		
-0.1169115	0.12332265	-0.2109847	2	2		
0.65508446	-0.0942693	0.29637732	1	3		
0.99179534	-0.5319197	0.69059302	2	2		
-0.179039	0.27096847	-0.1786479	1	4		
0.60045607	-1.4967829	1.07469335	2	2		
0.10590633	-0.0998231	0.09576495	1	5		
1.57559672	-0.3582147	0.92476334	2	2		
0.90569898	-0.7930809	0.98664531	1	6		
0.13485523	0.12812459	0.13931198	2	2		
-0.0272549	0.0203614	-0.0228911	1	7		
0.24170841	-1.255539	0.1478573	2	2		
-0.1616796	0.17195869	-0.2400338	1	8		
0.13776673	-0.0940022	0.15118657	2	2		

ماتریس ضریب همبستگی عامل‌ها در دو حالت یک و دو در جداول ۴ و ۵ ارائه شده است.

جدول ۴- ماتریس ضریب همبستگی عامل‌ها برای حالت یک.
Table 4- Correlation matrix of loading factors for state 1.

عامل ۳	عامل ۲	عامل ۱	ضریب همبستگی
0.28178371	0.26582922	1	عامل ۱
0.2706437	1	0.26582922	عامل ۲
1	0.2706437	0.2817837	عامل ۳

جدول ۵- ماتریس ضریب همبستگی عامل‌ها برای حالت دو.
Table 5- Correlation matrix of loading factors for state 2.

عامل ۳	عامل ۲	عامل ۱	ضریب همبستگی
0.28178371	0.26582922	1	عامل ۱
0.2706437	1	0.26582922	عامل ۲
1	0.2706437	0.2817837	عامل ۳

همچنین بردار متوسط امتیازات عاملی برابر:

$$\bar{f}_1 = [0.9770 \quad -0.4219 \quad 0.6772].$$

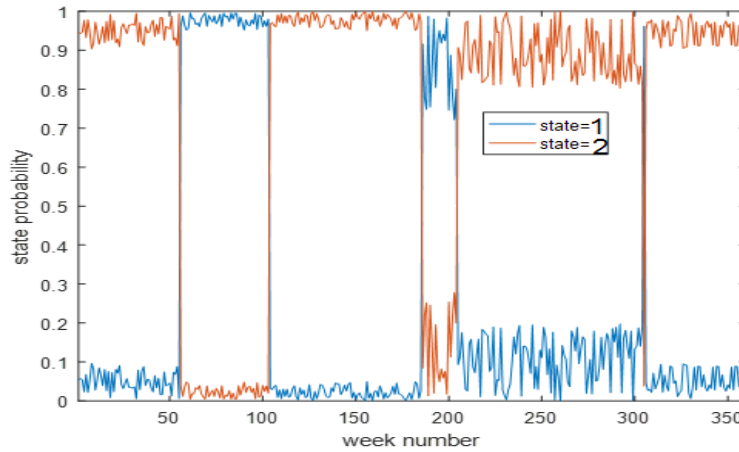
$$\bar{f}_2 = [0.0325 \quad 0.0643 \quad -0.4552].$$

محاسبه شد. ماتریس تغییر حالت یک گامی نیز برابر

$$\begin{bmatrix} 0.917701545232137 & 0.243780332563027 \\ 0.0822984547678626 & 0.756219667436973 \end{bmatrix}.$$



محاسبه گردید و بر طبق الگوریتم بام-ولج^۱ تغییرات وضعیت متغیر حالت بر روی داده‌های آموزشی به صورت شکل ۱ می‌باشد.



شکل ۱- احتمال حالات در داده‌های آموزشی.

Figure 1- State probabilities in train data.

با تقریب مدل تغییر رژیم برای بازده دارایی‌ها، امکان محاسبه ماتریس کواریانس جهت حضور در مدل تشابه ریسک فراهم می‌شود. برای این منظور ابتدا حالت بازار در لحظه بستن سبد سهام محاسبه می‌شود و بر اساس فرمول (۱۳) ماتریس کواریانس محاسبه می‌شود. به عنوان نمونه برای بستن اولین سبد سهام برای هفته ۳۶۱ یا همان اولین هفته از داده‌های تست، با توجه به قرار گرفتن در حالت دو از ماتریس ضریب همبستگی (۶) استفاده می‌شود و سبد بهینه بر اساس بهینه‌سازی مدل (۳) با این ماتریس (البته ماتریس واریانس متناظر با آن) محاسبه می‌شود.

جدول ۶- ماتریس ضریب همبستگی برای اولین هفته از داده‌های تست.

Table 6- Correlation matrix for first week of test data.

شماره دارایی	8	7	6	5	4	3	2	1
1	0.271	0.421	0.509	0.295	0.481	0.316	0.540	1.000
2	0.294	0.403	0.533	0.252	0.489	0.221	1.000	0.540
3	0.130	0.210	0.281	0.567	0.306	1.000	0.221	0.316
4	0.377	0.430	0.664	0.364	1.000	0.306	0.489	0.481
5	0.158	0.270	0.339	1.000	0.364	0.567	0.252	0.295
6	0.416	0.482	1.000	0.339	0.664	0.281	0.533	0.509
7	0.223	1.000	0.482	0.270	0.430	0.210	0.403	0.421
8	1.000	0.223	0.416	0.158	0.377	0.130	0.294	0.271

با بهینه‌سازی برای اولین هفته از داده‌های تست به کمک الگوریتم *PSO* با ۲۰۰ ذره و ۱۰۰۰ بار تکرار، سبد بهینه به صورت جدول ۷ محاسبه شد.

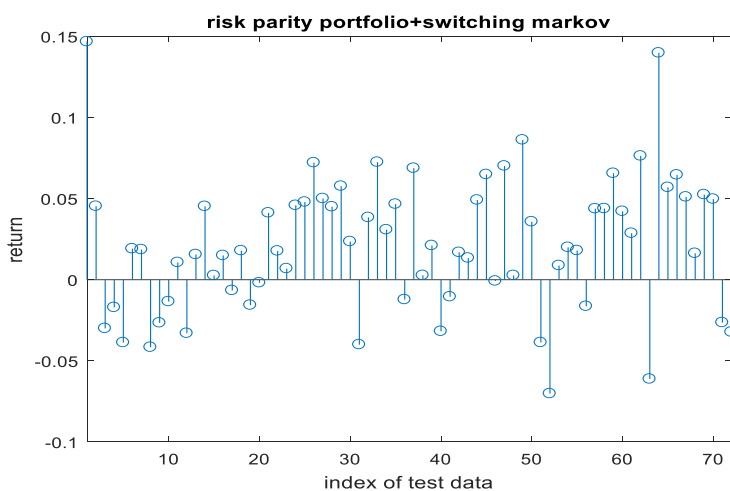
جدول ۷- سبد بهینه مدل ترکیبی پژوهش.

Table 7- Optimized combined portfolio.

دارایی	بانک	خودرو	کافی فلزی	سیمان	نفت	ماشین‌آلات	دارو	قند و شکر
وزن	0.139	0.076	0.146	0.172	0.124	0.139	0.036	0.164

فرآیند محاسبه سبد بهینه در شروع هر هفته تست از ابتدا مجدداً انجام می‌شود. سبد سهام بر روی ۷۲ داده تست منتهی به سال ۱۳۹۸ مورد ارزیابی قرار گرفت. بازده‌های هفتگی حاصل شده در شکل ۲ ارائه شده است.

¹Baum-welch



شکل ۲- بازده‌های هفتگی حاصل‌شده از مدل ترکیبی بر روی داده‌های تست.

Figure 2- Weekly returns based on combined method.

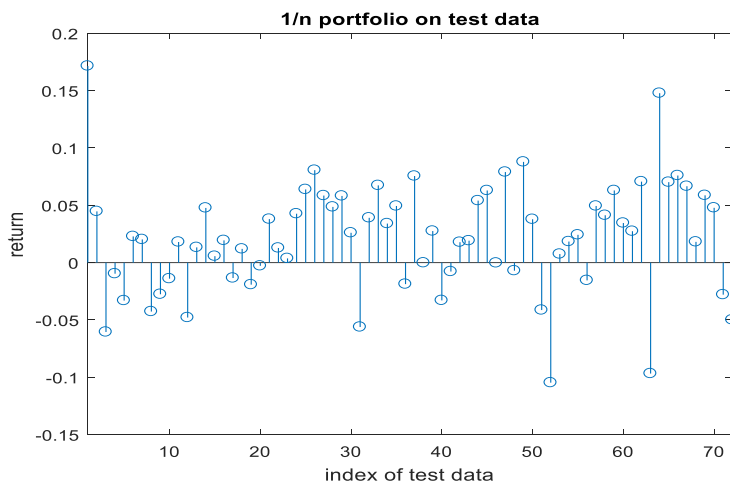
با توجه به بازده‌های حاصل‌شده بر روی ۷۲ داده تست، عملکرد سبد سهام بر اساس متوسط بازده هفتگی، ریسک و نسبت شارپ هفتگی در جدول ۸ ارائه‌شده است. نسبت شارپ از تقسیم بازده به ریسک محاسبه می‌شود.

جدول ۸- عملکرد سبد سهام ترکیبی بر روی داده‌های تست.

Table 8- Performance of combined portfolio on test data.

مقدار	شاخص
0.0219	متوسط بازده هفتگی
0.0416	ریسک هفتگی (انحراف معیار)
0.5264	نسبت شارپ

بنا بر جدول ۸، از این سبد می‌توان انتظار بازده متوسط هفتگی 0.0219 را ضمن تحمل ریسکی برابر 0.0416 داشت. نسبت شارپ نیز نشان می‌دهد که به ازای هر واحد ریسک بیشتر می‌توان پاداشی برابر 0.5264 را دریافت کرد. در ادامه عملکرد سبد سهام با وزن برابر با سبد سهام برابری وزن را مورد ارزیابی قرار می‌دهیم. در این سبد سهام بدون هیچ بهینه‌سازی، سهم هر دارایی به صورت برابر و برابر 0.25 می‌باشد. این سبد سهام بر روی ۷۲ داده تست مورد ارزیابی قرار گرفت که این بازده‌ها در شکل ۳ ارائه‌شده است.



شکل ۳- بازده سبد سهام برابری وزن بر روی داده‌های تست.

Figure 3- Weekly returns based on equally weighted portfolio on test data.

با توجه به بازده‌های حاصل شده بر روی ۷۲ داده تست، عملکرد سبد سهام در جدول ۹ ارائه شده است.

جدول ۹- عملکرد سبد سهام برابری وزن بر روی داده‌های تست.
Table 9- Performance of equally weighed portfolio on test data.

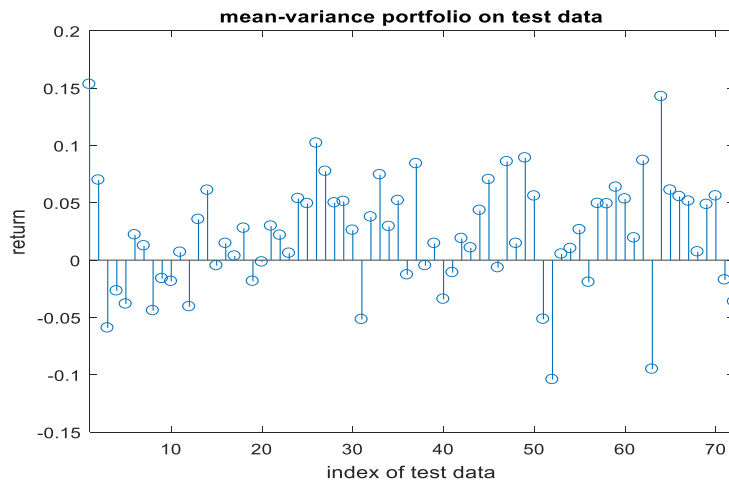
مقدار	شاخص
0.0216	متوسط بازده هفتگی
0.0482	ریسک هفتگی (انحراف معیار)
0.4481	نسبت شارپ

سبد سهام بعدی میانگین-واریانس یا همان مارکوویتز می‌باشد. تابع هدف در این مدل کمینه‌سازی واریانس می‌باشد. برای تقریب ماتریس کواریانس نیز از تمام ۳۶۰ داده آموزشی استفاده گردید. اوراق بهینه این سبد به کمک بهینه‌سازی درجه دوم در نرم‌افزار متلب به صورت جدول ۱۰ محاسبه گردید.

جدول ۱۰- سبد بهینه مدل مارکوویتز.
Table 10- Markowitz optimized portfolio.

دارایی	بانک	خودرو	کانی فلزی	سیمان	نفت	ماشین‌آلات	دارو	قند و شکر	وزن
0.138	0.287	0	0.087	0.294	0.082	0.101	0.007	0.138	

این سبد سهام پس از بسته شدن بر روی ۷۲ داده تست مورد ارزیابی قرار گرفت که بازده‌ها در شکل ۴ ارائه شده است.



شکل ۴- بازده‌های سبد سهام مارکوویتز بر روی داده‌های تست.
Figure 4- Weekly returns based on Markowitz method on test data.

با توجه به بازده‌های حاصل شده بر روی ۷۲ داده تست، عملکرد سبد سهام در جدول ۱۱ ارائه شده است.

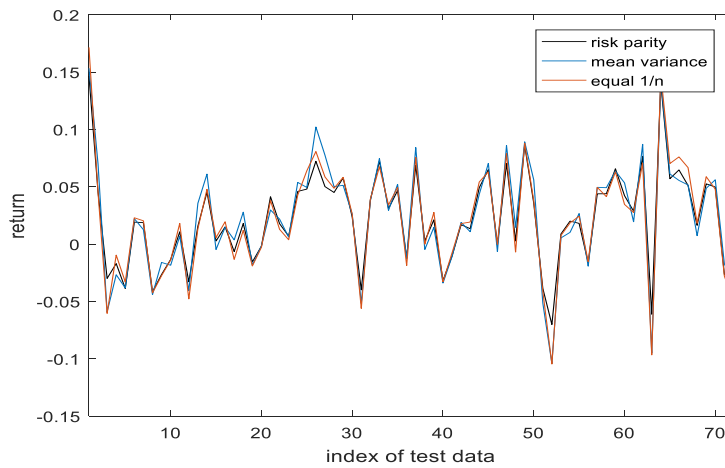
جدول ۱۱- عملکرد سبد سهام مارکوویتز بر روی داده‌های تست.
Table 11- Performance of Markowitz portfolio on test data.

مقدار	شاخص
0.0226	متوسط بازده هفتگی
0.048	ریسک هفتگی (انحراف معیار)
0.4708	نسبت شارپ

همان‌طوری که از مقایسه جداول عملکرد سه مدل دیده می‌شود، نسبت شارپ مدل ترکیبی معرفی شده بالاتر از دو مدل دیگر است و از این لحاظ دارای عملکرد بهتری می‌باشد.

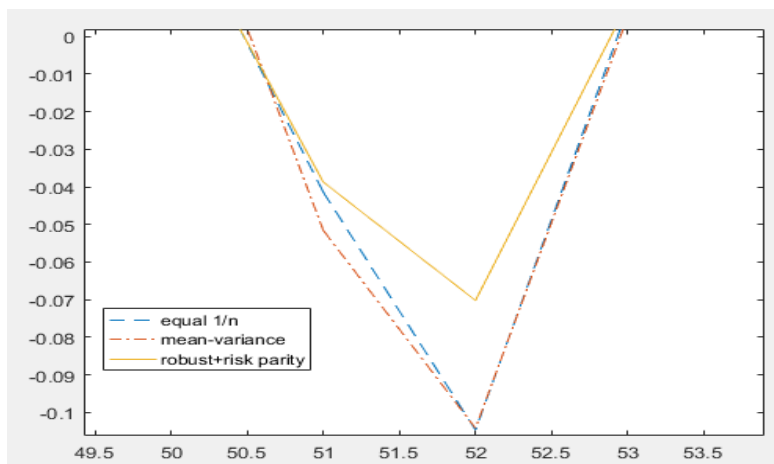


همان طور که در مبانی نظری بیان شد، یکی از محاسنی که برای مدل‌های تشابه ریسک بیان می‌شود بحث مقاومت بیشتر آنها در ریزش‌های بازار می‌باشد و انتظار می‌رود ضرر کمتری را تولید کنند. در شکل زیر عملکرد همزمان سه سبد سهام بر روی ۷۲ داده تست آورده شده است.

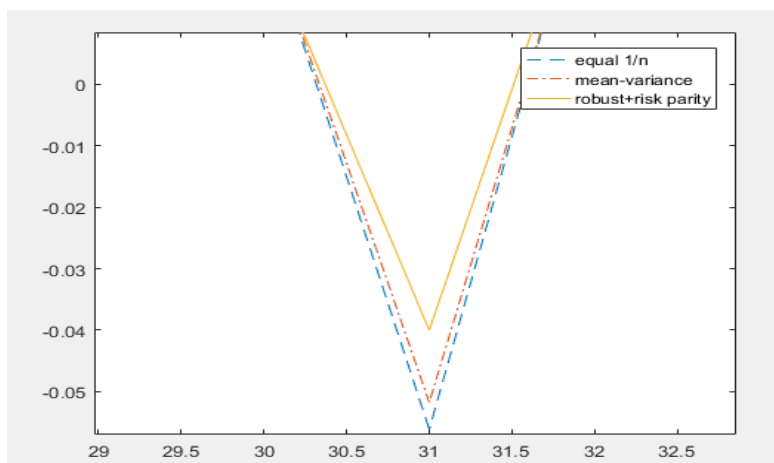


شکل ۵- عملکرد سه سبد سهام بر روی داده‌های تست.
Figure 5- Performance of 3 portfolios on test data.

برای دیدن بهتر عملکرد سبدها در افت‌های شدید بازار، شکل در دو نقطه با بازده منفی بزرگنمایی شده است که حاصل آن در شکل‌های ۶ و ۷ نشان داده شده است.



شکل ۶- نمونه‌ای از عملکرد سبد سهام‌ها در ریزش‌های بازار.
Figure 6- Example of performance of 3 portfolios in market decline.



شکل ۷- نمونه‌ای از عملکرد سبد سهام‌ها در ریزش‌های بازار.
Figure 7- Example of performance of 3 portfolios in market decline.

همان‌طور که در این دو نمونه مشاهده می‌شود، سبد سهام پژوهش دارای عملکرد بهتری می‌باشد. در حالت کلی برای تمام افت‌های بازار در داده‌های تست، عملکرد سه مدل در جدول ۱۲ ارائه شده است.

جدول ۱۲- عملکرد سبدهای سهام درافت‌های بازار.

Table 12- Performance of portfolios in market declines.

سبد سهام	متوسط بازده هفتگی درافت‌های بازار
هم‌وزن	0317.-0
مارکویتز	0324.-0
مدل ترکیبی پژوهش	0269.-0

بنا بر جدول ۱۲، مدل ترکیبی پژوهش نسبت به دو مدل دیگر افت کمتری را تجربه کرده است.

۵- نتیجه‌گیری و پیشنهاد

در این پژوهش یک مدل ترکیبی انتخاب سبد سهام بر پایه مدل بهینه تشابه ریسک معرفی گردید. در تشابه ریسک سعی می‌شود وزن سبد سهام چنان انتخاب شود که سهم ریسک دارایی‌ها از ریسک کل سبد تا حد ممکن برابر شود. بدین‌صورت نوعی پوشش ریسک برای سبد در مقابل افت‌های شدید بازار ایجاد می‌شود. بعلاوه در مدل معرفی شده برای تقریب پویای ماتریس کواریانس و درنهایت پایداری بیشتر نتایج مدل از رویکرد تحلیل عاملی بر پایه تغییر رژیم مارکوف استفاده گردید. بدین‌صورت پارامتر ماتریس کواریانس که در مدل تشابه ریسک ظاهر می‌شود، توسط یک مدل ساختاری کواریانس محور و وابسته به حالت تقریب زده می‌شود تا از تأثیر نویز داده‌ها در برآورد پارامتر کواریانس کاسته شود. دو پرسش اساسی در پژوهش مطرح گردید: (۱) آیا مدل انتخاب سبد سهام ترکیبی معرفی شده در معیار نسبت شارپ نسبت به مدل‌های متداول مارکویتز و برابری وزن عملکرد بهتری دارد یا نه؟ (۲) آیا مدل انتخاب سبد سهام بهینه ترکیبی معرفی شده در مقایسه با مدل‌های متداول مارکویتز و برابری وزن درافت‌های شدید بازار مقاوم‌تر است؟

برای مشخص‌سازی کامل روش ترکیبی پژوهش ضمن یک مثال و پاسخ به این دو سؤال یک سبد سهام متشکل از هشت دارایی (هشت شاخص یا صنعت) از بورس اوراق بهادار تهران در بازه ۱۳۹۰ تا ۱۳۹۹ تشکیل شد. استفاده از شاخص به مفهوم تشکیل یک سبد سهام متنوع از سهام موجود در آن صنعت می‌باشد. به‌عنوان نمونه استفاده از شاخص خودرو به‌عنوان یک دارایی به این معنی می‌باشد که زیرمجموعه این شاخص به‌صورت متنوع (متناسب با وزن آن‌ها در شاخص) خریداری شود. افق زمانی سبد سهام یک‌هفته‌ای می‌باشد (برای دوره یک هفته بسته می‌شود) و هر هفته ۵ روز کاری در نظر گرفته شده است. ۴۳۲ بازه هفتگی به ۳۶۰ داده برای آموزش و تقریب پارامترهای مدل و ۷۲ داده برای تست و ارزیابی عملکرد سبد سهام تقسیم شدند. با تقریب مدل عملکرد سبد سهام ترکیبی پژوهش در داده‌های تست استخراج گردید.

در جواب سؤال اول باید گفت که مدل معرفی شده با نسبت شارپ ۰/۵۲ نسبت بالاتری نسبت به دو مدل مذکور دارد و در جواب سؤال دوم جدول ۱۲ نشان می‌دهد که مدل ترکیبی در ریزش‌های بازار مقاوم‌تر است و می‌تواند به‌طور متوسط و در مقیاس هفتگی این مقدار را تا ۰/۰۴۸ بهبود دهد. این نتیجه‌گیری در کلیت خود با یافته‌های پژوهش‌های کاستا و وون (۲۰۱۹)، چاوز و همکاران (۲۰۱۱) و میلارد و همکاران (۲۰۰۹) سازگار است. نسبت شارپ نشان‌دهنده میزان افزایش بازده به ازای یک واحد ریسک بیشتر می‌باشد. با توجه به نسبت شارپ بالاتر مدل ترکیبی پژوهش نسبت به مدل‌های برابری وزن و میانگین-واریانس، استفاده از مدل ترکیبی معرفی شده خصوصاً در شرایط ریسکی به سرمایه‌گذاران و مدیران سبدهای سرمایه‌گذاری پیشنهاد می‌شود تا از این رهگذر، سبدهای در برابر ضررهای شدید مقاومت بیشتری نشان دهد. البته باید توجه داشت که پارامترهای مدل ترکیبی باید به‌صورت مناسبی بر روی داده‌های آموزشی تنظیم شود و سپس سبد طراحی شده بر روی داده‌های تست مورد ارزیابی عملکرد قرار گیرد تا اطمینان سرمایه‌گذار به نتایج افزایش پیدا کند. همچنین باید توجه داشت که سبد سهام نمونه‌ای پژوهش از شاخص‌ها تشکیل شده که در عمل به معنای یک سبد سهام متنوع می‌باشد و بنابراین مطابق روش شناسی پژوهش، انتظار دریافت نتایج حاصل از پژوهش بر روی سبدهای متنوع مورد انتظار می‌باشد. به پژوهشگران آتی نیز پیشنهاد می‌شود تا عملکرد مدل ترکیبی پژوهش حاضر را با دیگر مدل‌های انتخاب سبد سهام همچون مدل‌های شکل گرفته بر اساس ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار و در معیارهای دیگری علاوه بر نسبت شارپ مقایسه کنند. همچنین



موضوع دیگری که می‌تواند برای تحقیقات آتی در این زمینه موردتوجه باشد ارائه صورت چند دوره‌ای از مدل انتخاب سبد سهام ترکیبی مشابه ریسک و تحلیل عاملی بر پایه تغییر رژیم مارکوف می‌باشد.

۱-۵- محدودیت‌های پژوهش

نکته‌ای که در تعمیم نتایج پژوهش باید در نظر داشت این است که دارایی‌های سبد سهام نمونه‌ای پژوهش، شاخص‌های بازار هستند و این بدان مفهوم است که در عمل برای انتخاب یک شاخص به‌عنوان دارایی باید یک سبد سهام متنوع متشکل از سهام زیرمجموعه آن شاخص را تشکیل داد. نکته دیگر اینکه در محاسبه بازده سبد سهام بر روی داده‌های تست فرض شده است که سبد سهام دارای نقد شوندگی بالایی می‌باشد و در قیمت‌های موردنظر نقد و فروخته می‌شود؛ بنابراین در عمل باید به فاکتور نقد شوندگی سبد سهام توجه داشت.

منابع

- Bai, X., Scheinberg, K., & Tutuncu, R. (2016). Least-squares approach to risk parity in portfolio selection. *Quantitative finance*, 16(3), 357-376. <https://doi.org/10.1080/14697688.2015.1031815>
- Bellini, F., Cesarone, F., Colombo, C., & Tardella, F. (2021). Risk parity with expectiles. *European journal of operational research*, 291(3), 1149-1163. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2020.10.009>
- Caporin, M., Jannin, G. M., Lisi, F., & Maillat, B. B. (2014). A survey on the four families of performance measures. *Journal of Economic Surveys*, 28(5), 917-942.
- Chaves, D., Hsu, J., Li, F., & Shakernia, O. (2011). Risk parity portfolio vs. other asset allocation heuristic portfolios. *The journal of investing*, 20(1), 108-118. DOI: <https://doi.org/10.3905/joi.2011.20.1.108>
- Costa, G., & Kwon, R. H. (2019). Risk parity portfolio optimization under a Markov regime-switching framework. *Quantitative finance*, 19(3), 453-471. <https://doi.org/10.1080/14697688.2018.1486036>
- Davallou, M., Moloudy, H. F., & Taherkhani, A. S. (2021). Stock allocation strategy with equal risk contribution. *Journal of financial management strategy*, 9(1), 25-53. (In Persian). DOI: [10.22051/jfm.2020.22745.1818](https://doi.org/10.22051/jfm.2020.22745.1818)
- DeMiguel, V., Garlappi, L., & Uppal, R. (2009). Optimal versus naive diversification: How inefficient is the 1/N portfolio strategy?. *The review of financial studies*, 22(5), 1915-1953. <https://doi.org/10.1093/rfs/hhm075>
- Gambeta, V., & Kwon, R. (2020). Risk return trade-off in relaxed risk parity portfolio optimization. *Journal of risk and financial management*, 13(10), 237. <https://doi.org/10.3390/jrfm13100237>
- Kritzman, M., Page, S., & Turkington, D. (2012). Regime shifts: implications for dynamic strategies (corrected). *Financial analysts journal*, 68(3), 22-39. <https://doi.org/10.2469/faj.v68.n3.3>
- Lee, W. (2011). Risk-based asset allocation: a new answer to an old question? 37(4), 11-28. DOI: <https://doi.org/10.3905/jpm.2011.37.4.011>
- Maillard, S., Roncalli, T., & Teiletche, J. (2010). The properties of equally weighted risk contribution portfolios. *The journal of portfolio management*, 36(4), 60-70. DOI: <https://doi.org/10.3905/jpm.2010.36.4.060>
- Molyboga, M. (2020). A modified hierarchical risk parity framework for portfolio management. *The journal of financial data science*, 2(3), 128-139. DOI: <https://doi.org/10.3905/jfds.2020.1.038>
- Qian, E. (2005). *Risk parity portfolios: efficient portfolios through true diversification*. Retrieved from <https://www.panagora.com/assets/PanAgora-Risk-Parity-Portfolios-Efficient-Portfolios-Through-True-Diversification.pdf>
- Roncalli, T. (2013). *Introduction to risk parity and budgeting*. CRC Press.
- Roncalli, T., & Weisang, G. (2016). Risk parity portfolios with risk factors. *Quantitative finance*, 16(3), 377-388.

