Journal of Decisions & Operations Research

Volume 5, Issue 4, Winter 2020

Journal of Decisions and Operational Research

www.journal-dmor.ir

Journal of Decisions & Operations Research, Volume 5, Issue 4, Winter 2020, Page: 446-461

# Modeling of Asset and Liabilities Management in Melli Bank of Iran under Uncertainty: Fractional Programmimng Model Approach

**Masoumeh Labbafi[1], Roya Darabi[2,*], Fatemeh Sarraf[3]**

[1] Phd Student of Accounting, South Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran.
[2]Associate Professor of Department of Accounting, South Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran.
[3] Assistant Professor of Department of Accounting, South Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran.

**Abstract**

Asset- Liability Management (ALM) is an important activity in strategic planning of banks and it can be seen as an optimization issue where banks want to achieve their specific goals. The main purpose of this study is to provide a mathematical model for optimizing the assets and liabilities of Bank Melli Iran under conditions of uncertainty with fuzzy fractional programming model over a period of 10 years (2009-2018). In order to achieve the above goal, 14 items in the assets and liabilities of the bank's balance sheet have been extracted to calculate the 9 variables used in the model and finally, the results obtained from solving the fuzzy fractional programming model in Lingo software environment indicate that the proposed model of the article is able to provide the optimal values of each of balance sheet items for future years according to the conditions of previous years and the value of the objective function for Bank Melli can achieve the desired capital adequacy ratio by considering optimization in asset and liability management decisions.

**Keywords:** Modeling, Asset, Liability, Uncertainty, Fractional programming.

**Original-Application Paper**

Receive: 24/06/2020 Review: 09/08/2020 Revise: 24/10/2020 Accept: 03/11/2020

**Citation:**

Labbafi, M., Darabi, R., & Sarraf, F. (2020). Modeling of asset and liabilities management in Melli Bank of Iran under uncertainty: fractional programmimng model approach. *Decisions & operations research*, *5*(4), 446-461.

*** Corresponding Author**

Email Address: royadarabi110@yahoo.com

DOI: 10.22105/dmor.2020.255392.1252

نشریه علمی
تصمیم‌گیری و تحقیق در عملیات
Journal of Decisions and Operational Research
دوره ۵، شماره ۴، زمستان ۱۳۹۹

# مدل‌سازی مدیریت دارایی–بدهی در بانک ملی ایران تحت شرایط عدم اطمینان: رویکرد مدل برنامه‌ریزی کسری

**معصومه لبافی[۱]، رویا دارابی[۲،*]، فاطمه صراف[۳]**

[۱] دانشجوی دکتری حسابداری، واحد تهران جنوب، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.

[۲] دانشیار گروه حسابداری، واحد تهران جنوب، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.

[۳] استادیار گروه حسابداری، واحد تهران جنوب، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.

www.journal-dmor.ir

## چکیده

مدیریت دارایی - بدهی (*ALM*) فعالیت مهمی‌در برنامه‌ریزی استراتژیک بانک‌ها محسوب می‌گردد و می‌تواند به عنوان یک مسئله بهینه‌سازی در جایی دیده شود که بانک‌ها قصد دارند به اهداف خاص خود دست یابند. هدف اصلی این پژوهش ارائه الگوی ریاضی برای بهینه‌سازی دارایی‌ها و بدهی‌های بانک ملی ایران تحت شرایط عدم اطمینان با مدل برنامه‌ریزی کسری فازی طی دوره ۱۰ ساله (۹۷ -۸۸) است. جهت دستیابی به هدف فوق ۱۴ اقلام موجود در دارایی‌ها و بدهی‌های ترازنامه این بانک برای محاسبه ۹ متغیر مورد استفاده در مدل استخراج شده و نهایتاً نتایج بدست آمده از حل مدل برنامه‌ریزی کسری فازی در محیط نرم‌افزار لینگو بیانگر آن است که مدل پیشنهادی مقاله، قابلیت ارائه مقادیر بهینه هر یک از اقلام ترازنامه را برای سال‌های آتی با توجه به شرایط سال‌های گذشته، داراست و ارزش تابع هدف برای بانک ملی با درنظر گرفتن بهینه‌سازی در تصمیمات مدیریت دارایی و بدهی می‌تواند به نسبت کفایت سرمایه مطلوب دست یابد.

**واژه‌های کلیدی:** مدل سازی، دارایی، بدهی، عدم اطمینان، برنامه ریزی کسری.

**پژوهشی-کاربردی**

دریافت: ۱۳۹۹/۰۴/۰۴ داوری: ۱۳۹۹/۰۵/۱۹ اصلاح: ۱۳۹۹/۰۸/۰۳ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۸/۱۳



## ۱- مقدمه

امروزه بحران‌های اقتصادی و عدم اطمینان بازارهای مالی، ثبات مؤسسات و بانک‌ها را تحت تأثیر قرار داده و در ازای آن بی‌ثباتی حاصل از بخش‌های مالی، بیشتر سرمایه‌گذاران را در دستیابی به بازده مورد انتظار با محدودیت‌های زیاد محیطی مواجه نموده است. در این راستا، بیشتر بانک‌ها و مؤسسات مالی برای تضمین و تداوم فعالیت‌های خود به‌دنبال آن هستند که ضمن تأمین نقدینگی مناسب، ارزش سهام را

* نویسنده مسئول

آدرس رایانامه: royadarabi110@yahoo.com

شناسه دیجیتال: 10.22105/dmor.2020.255392.1252

بیشینه کنند. از آن‌جایی‌که مدیریت دارایی و بدهی، بستری را فراهم کرده که در آن فعالیت‌های مختلف مالی به طور متمرکز ارزیابی شود، بیشتر تحلیل‌گران برای برنامه‌ریزی راهبردی بانک‌ها از این روش بهره می‌گیرند. تا دهۀ ۱۹۶۰، در بیشتر مؤسسات بانکی، مدیریت دارایی بدون هدف دنبال می‌شدT اما پس از آن با به وجود آمدن فضای رقابتی برای به‌دست آوردن سرمایه، رویکرد مدیران نسبت به سیستم مالی تغییر کرده، به‌گونه‌ای که مدیریت بدهی، ارزان‌ترین راه تأمین مالی محسوب می‌گردد (شیخ و عامری راد قیصری[۱]، ۲۰۱۶). همچنین مدیریت بدهی-دارایی[۲] (*ALM*) یک بعد مهم از مدیریت ریسک است، جایی که در عین حفظ ترکیب مناسب دارایی‌ها و بدهی‌ها در جهت تحقق اهداف بنگاه‌ها یا موسسات مالی به منظور حداقل کردن ریسک است. فرایند توازن دارایی‌ها و بدهی‌ها برای دستیابی به اهداف خاص توسط مدیریت بانک و نیروهای بازار اعمال شده است. این می‌تواند به عنوان تثبیت ارزش دارایی‌ها و بدهی‌های مختلف برای دستیابی به درآمدها، سودها، نسبت نقدینگی و غیره مورد نظر باشد (پاریا[۳]، ۲۰۱۱). از این‌رو با نگاهی به گذشته، مدیریت دارایی - بدهی با استفاده از مدلهای و رویکردهای مختلفی مورد بررسی قرار گرفته و لذا در چندین رویکرد قابل طبقه‌بندی است. رویکرد اول مدل‌ها بر اساس تئوری انتخاب پرتفوی مارکوویتز[٤] (۱۹۵۹) بوده که فرض می‌شود که بازده‌ها به طور نرمال توزیع شده و مدیران بانک از توابع مطلوبیت ریسک‌پذیر استفاده می‌کنند. رویکرد دوم یک مدل برنامه‌ریزی خطی است که توسط چامبرز و چارنز[٥] (۱۹۶۱) پیشنهاد شده است. رویکرد سوم برنامه‌ریزی پویا است که توسط ساموئلسون[٦] (۱۹۶۹)، مرتون[۷] (۱۹۶۹) و اپن و فاما[۸] (۱۹۷۱) پیشنهاد شده است. رویکرد چهارم یک برنامه‌ریزی تصادفی با استفاده از روش ساده است که همچنین نامشخص بودن برنامه‌ریزی خطی نامیده می‌شود. این روش به صراحت هر پژوهش متغیرهای تصادفی را با محدودیت مشخص می‌کند و منجربه مسائل بزرگ در شرایط واقعی می‌شود. رویکرد پنجم، گیوکاس و واسیلگلو[۹] (۱۹۷۹) یک مدل برنامه‌ریزی آرمانی برای مدیریت دارایی‌ها و بدهی توسعه دادند. برنامه‌ریزی خطی سنتی قادر به مقابله با این نوع مسئله نیست، زیرا فقط می‌تواند یک هدف را در تابع هدف داشته باشد. آخرین رویکرد، مسئله برنامه‌ریزی عددی تصادفی است که توسط اسچولز و تیدرمن[۱۰](۲۰۰۳) پیشنهاد شده است. محدودیت‌های منطقی در پرتفوی مرزهای بالایی را در تعدادی از کلاس‌های دارایی که در مجموعه پرتفوی و تعداد دارایی‌هایی که در هر دوره زمانی معامله می‌شوند مورد بررسی قرار می‌دهد. مدل مدیریت دارایی- بدهی از سال ۲۰۰٦ به وسیله یک روش‌های ترکیبی توسعه داده یافته است که اسکیودرو و گراین[۱۱] (۲۰۰۹) بر برنامه‌ریزی عددی تصادفی چند مرحله‌ای برای ترکیب محدودیت‌های منطقی در مدیریت دارایی - بدهی تحت عدم اطمینان توسعه داده شده است، زنگ و لی[۱۲] (۲۰۱۱) نیز مدیریت بدهی دارایی پیوسته زمانی را تحت معیارهای الگو و میانگین - واریانس مورد بررسی قرار دادند. مدل الگو با استفاده از برنامه‌ریزی پویای تصادفی حل شد و نتایج آن به مدل میانگین -واریانس با استفاده از تئوری دوگانگی[۱۳] توسعه یافت. پاریا (۲۰۱۱) در پژوهشی با استفاده از بهینه‌سازی چند هدف تکاملی و با بکارگیری مدل برنامه‌ریزی آرمانی فازی نشان داد که می‌توان مجموعه کاملی از راه حل‌های بهینه پارتو را داشت که قادر است با توجه به نیازها و خواسته‌های خود، گزینه انتخاب یک راه حل خاص برای مسئله را به تصمیم گیرنده ارائه دهد. انخبایار و انخبات[۱٤] (۲۰۱۸) در پژوهشی با مسئله برنامه‌ریزی کسری نشان دادند که مدیریت دارایی - بدهی می‌تواند جهت تحلیل رقبای بانک در بازار تداوم داشته باشد. همچنین در کشورمان نیز پژوهشهای مختلفی انجام شده است که نتایج به دست آمده از مدل و مقایسه آن با نتایج واقعی و ارزیابی انحراف بین مقادیر ایده آل و واقعی متغیرها در پژوهش سلیمی‌خزری و همکاران[۱٥] (۲۰۱۸) حاکی از افزایش کارآیی مدل بهینه‌سازی آرمانی فازی در تخصیص منابع در بانک است. ایزدی‌نیا و همکاران[۱٦] (۲۰۱۷) در پژوهشی با عنوان مدیریت دارایی‌ها و بدهی‌ها در بانک با به‌کارگیری تحلیل شبکه‌ای فازی و الگوی آرمانی (مطالعۀ موردی: بانک تجارت) بدین نتیجه دست یافتند که کلیّۀ اهداف تعیین‌شده به‌جز ریسک

---

[۱] Sheikh & AmeriRad Gheysari
[۲] Asset and Liability Management
[۳] Puria
[٤] Markowitz
[٥] Chambers & Charnes
[٦] Samuelson
[۷] Merton
[۸] Eppen & Fama
[۹] Giokas & Vassiloglou
[۱۰] Schultz & Tiedermann
[۱۱] Escudero & Garin
[۱۲] Zeng & Li
[۱۳] Duality Theory
[۱٤] Ankhbayar & Enkhbat
[۱٥] Salimi Khazri
[۱٦] Izadinia et al.

بازار، به‌طور کامل تحقق یافته و انحراف‌های تمامی‌آرمان‌ها به‌جز ریسک بازار صفر شده است. ستایش و فتحه[۱] (۲۰۱۷) در پژوهشی به بررسی تاثیر شاخص‌های سلامت نظام بانکی در تعیین راهبرد مدیریت دارایی - بدهی با نگاه ویژه به شاخص کفایت سرمایه پرداختند که نتایج بیانگر آن است که شاخص کفایت سرمایه، بازده دارایی و بازده سرمایه تاثیر معناداری بر روی مدیریت دارایی - بدهی دارند و شوهدی دال بر تاثیر شاخصهای مدیریت (بهره‌وری) و نقدینگی یافت نشد. ناجی عظیمی و عمرانی[۲] (۲۰۱۶) در پژوهشی در بانک ملت با عنوان مدل‌سازی مدیریت دارایی‌ها و بدهی‌ها با رویکرد مدیریت ریسک نقدینگی در نظام بانکداری با استفاده از مدل برنامه‌ریزی آرمانی فازی بدین نتیجه رسیدند که مدل پیشنهادی آنها، قابلیت ارائه مقادیر بهینه هر یک از اقلام ترازنامه را برای سال‌های آتی با توجه به شرایط سال‌های گذشته، داراست. جهت رسیدن به جواب نهایی تعداد نه آرمان و بیش از سی محدودیت فازی در مدل بکار رفته است. آرمان‌های ارائه شده در مقاله عبارت‌اند از حداکثرسازی سود، رعایت محدودیت نسبت تسهیلات به سپرده‌ها، ارتقا سهم بانک از سپرده‌های سیستم بانکی، افزایش مقدار اقلام ترازنامه، افزایش مقدار برخی از اقلام دارایی‌ها نسبت به کل دارایی‌ها، رعایت محدودیت کفایت سرمایه، کاهش حجم سرمایه‌گذاری در دارایی‌های ثابت مشهود، بیشتر بودن مطالبات از بانک مرکزی از مقدار بدهی به آن و بیشتر بودن مطالبات از بانک‌ها و مؤسسات اعتباری از مقدار بدهی به آن‌ها. همچنین جهت رسیدن به درجه اهمیت هر یک از این آرمان‌ها از روش تحلیل سلسله مراتبی استفاده شده است. در پایان، نتایج تحقیق در هر دو حالت قطعی و فازی با هم مقایسه شده و بهبود نتایج در حالت فازی نسبت به حالت قطعی قابل مشاهده است. ایزدبخش و همکاران[۳] (۲۰۱۷) در پژوهشی با عنوان مدیریت دارایی و بدهی در صندوق‌های بازنشستگی با رویکرد سیستمی‌در محیط فازی بدین نتیجه دست یافتند که کلیدهای موفقیت مدیریت دارایی و بدهی، نگاه یکپارچه به دارایی‌ها و بدهی‌ها و منافع ذینفعان طرح و توجه به ریسک‌های جمعیتی و به طور خاص ریسک‌گرایی است. نقشینه و همکاران[۴] (۲۰۱۳) در پژوهشی با عنوان مدیریت دارایی‌ها و بدهی‌های بانکی به کمک برنامه‌ریزی چندهدفه خطی با شبیه سازی اقتصادسنجی بدین نتیجه رسیدند که مدل با واقعیات تفاوت اساسی دارد لیکن مدیریت به یکباره نمی‌تواند وضعیت خود را با مدل هماهنگ نماید چرا که به یکباره مانده سپرده‌ها و تسهیلات را نمی‌تواند تغییرات اساسی دهد لیکن از نتایج مدل به عنوان راهنما و مسیر حرکت بانک می‌تواند استفاده نماید. با توجه به مبانی نظری پیشین در این پژوهش نیز در راستای استفاده از مدل‌های موجود جهت حل مسایل مدیریت دارایی - بدهی بانک‌ها به مدل‌سازی برنامه‌ریزی کسری فازی در بانک ملی ایران گام برداشته است. چرا که بر اساس آمارهای غیررسمی در رسانه‌ها نسبت کفایت سرمایه این بانک منفی بوده و این بدان معناست که زیان انباشته بانک ملی، تا جایی افزایش پیدا کرده است که سرمایه آن منفی شده و در نتیجه نسبت کفایت سرمایه بانک ملی منفی شده است. این در حالی است که بانک ملی به دلیل افزایش ۲/۵ برابری در سرمایه خود توانسته بود کفایت سرمایه را از ۳/۷ درصد در سال ۱۳۹۰ به ۱۱/۱ درصد در سال ۱۳۹۱ برساند و بر اساس گزارش‌ها موجود در سال ۱۳۹۷ این نسبت برای بانک ملی منفی است. گزارش‌های بدست آمده از کفایت سرمایه بانک ملی بیانگر مدیریت بدهی - دارایی ناکارآمد این بانک را نشان می‌دهد و از اینرو این پژوهش به دنبال بهینه‌سازی آن تحت شرایط عدم‌اطمینان است.

لذا این مقاله از پنج بخش تشکیل شده که در قسمت اول مقدمه، بخش دوم سوالات پژوهش معرفی شدند، بخش سوم روش‌شناسی پژوهش، بخش چهارم به معرفی ارائه مدل پرداخته شده، بخش پنجم به یافته‌های پژوهش و نهایتاً در بخش آخر به نتیجه‌گیری و پیشنهادهای کاربردی اشاره شده است.

## ۲- سوالات پژوهش

سوال اول- در بانک ملی ایران نسبت بهینه مالی مدیریت دارایی‌ها بر اساس مدل برنامه‌ریزی کسری فازی چگونه است؟

سوال دوم- در بانک ملی ایران نسبت بهینه مالی در مدیریت بدهی‌ها بر اساس مدل برنامه‌ریزی کسری فازی چگونه است؟

---

[۱] Setayesh & Fatheh
[۲] Naji Azimi & Omrani
[۳] Izadbakhsh et al.
[۴] Naghshineh et al.

## ۳- روش پژوهش

روش این پژوهش تجربی -ریاضی است که ابتدا روابط بین متغیرهای موجود در اقلام ترازنامه بانک ملی ایران برای دوره زمانی ۱۰ ساله (۸۸ الی ۹۷) به منظور شناسایی روابط حاکم تعیین شده است. اطلاعات مالی بانک ملی از گزارش عملکرد بانک‌های کشور در سایت موسسه آموزش عالی بانکداری کشور استخراج گردیده است. سپس با توجه به اهداف، محدودیت‌ها به شکل غیرخطی برای مدل برنامه‌ریزی کسری فازی تعریف شده است. برنامه‌ریزی کسری یکی از انواع برنامه‌ریزی ریاضی است که از اهمیت زیادی برخوردار بوده و در زمینه‌های مختلف اقتصاد، بودجه‌ریزی، صنعت و...کاربرد دارد. از آن جهت کسری نامیده می‌شود که تابع هدف به صورت کسری یا نسبت دو تابع است که این توابع می‌توانند خطی و غیرخطی از متغیرهای تصمیم مسئله باشند. تابع هدف این پژوهش به شکل غیرخطی است که مدل با استفاده از نرم‌افزار لینگو[۱] مسئله برنامه‌ریزی کسری اجرا گردید.

## ۴- منطق فازی

منطق فازی نوعی رویکرد در علم کامپیوتر است که در منطق بولی به جای روش متداول صحیح یا غلط (صفر یا یک) که کامپیوترهای مدرن بر پایه آن طراحی شده اند از درجه درستی استفاده می‌کند. ایده اصلی مربوط به منطق فازی اولین بار توسط پروفسور لطفی زاده در دانشگاه برکلی و در دهه ۶۰ میلادی ارائه شد. دکتر لطفی زاده در آن زمان بر روی مسئله در ک زبان انسان توسط کامپیوتر کار می‌کرد. زبان طبیعی انسان (مانند بیشتر فعالیت‌ها در زندگی و جهان هستی) به آسانی به مقادیر مطلق ۰ و ۱ تبدیل نمی‌شود (این که آیا همه چیز را می‌توان در نهایت به صورت جمله‌های دوتایی(باینری) توصیف کرد سوالی فلسفی است که ارزش پیگیری دارد اما در عمل بیشتر داده‌هایی که می‌خواهیم به صورت ورودی در اختیار کامپیوتر قرار دهیم و همچنین در اغلب موارد نتایج آن نیز حالتی بینابینی دارد). شاید تصور منطق فازی به عنوان راه اصلی استدلال و درنظر گرفتن منطق بولی به عنوان یک حالت خاص از آن بتواند به درک بهتر موضوع کمک کند. منطق فازی ۰ و ۱ را به عنوان حالت‌های مفرط حقیقت (واقعیت) درنظر می‌گیرند اما چندین حالت درستی نیز در بین این دو حالت قرار می‌گیرد مثلا نتیجه مقایسه بین دو چیز ممکن است نه کوتاه یا بلند بودن آن‌ها بلکه ۰/۳۸ بلندتر بودن یکی از آن‌ها باشد.

منطق فازی به روش کار کردن مغز ما نزدیک‌تر است. ما داده‌ها را در کنار هم جمع می‌کنیم و حقایقی جزئی را ایجاد می‌کنیم. این حقایق جزئی در ادامه در کنار هم جمع می‌شوند تا به حقیقت‌های مرتبه بالاتری تبدیل شوند به طوری که وقتی از حد معینی می‌گذرند نتایجی مانند واکنش‌های حرکتی را در بر خواهند داشت. فرآیند مشابهی در شبکه‌های عصبی، سیستم‌های خبره و سایر کاربردهای آن در هوش مصنوعی مورد استفاده قرار می‌گیرد. منطق فازی برای توسعه توانایی انسان گونه در هوش مصنوعی ضروری است. این قابلیت که گاهی مواقع به عنوان هوش مصنوعی عمومی‌از آن یاد می‌شود نمایش کلی توانایی‌های شناختی انسان در نرم افزار به گونه ای است که وقتی سیستم هوش مصنوعی با شرایط ناآشنا روبرو شد بتواند راه حلی پیدا کند.

فرض کنیم $x$ یک مجموع مرجع دلخواه باشد. تابع نشانگر هر زیر مجموعه معمولی $A$ از $x$، یک تابع از $x$ به [۱ و ۰] است که اینگونه تعریف می‌شود.

$$X_A(\chi) = \begin{matrix} 1 & \chi \quad A \\ 0 & \chi \quad A \end{matrix}. \qquad (۱)$$

حال اگر برد تابع نشانگر را از مجموعه ی دو عضوی $\{0,1\}$ به بازه [۱ و ۰] توسعه دهیم، یک تابع خواهیم داشت که به هر $\chi$ از $X$، عددی را از بازه [۱ و ۰] نسبت می‌دهد. این تابع را تابع عضویت $A$ می‌نامیم. اکنون $A$ دیگر یک مجموعه معمولی نیست بلکه چیزی است که آن را یک مجموعه فازی می‌نامیم. بنابراین یک مجموعه فازی $\tilde{A}$، مجموعه ای است که درجات عضویت اعضا آن می‌تواند به طور پیوسته از [۱ و ۰]=$I$ اختیار شود. این مجموعه به طور کامل و یکتا توسط یک تابع عضویت که آن را با $\mu_{\tilde{A}}(\chi)$ نمایش می‌دهیم

[۱] Lingo

مشخص می‌شود؛ تابعی که به هر عنصر از $X$، یک عدد را از بازهٔ $[0,1]$ به عنوان درجه عضویت آن عنصر در مجموعه فازی $\tilde{A}$ نسبت می‌دهد. برای نشان دادن یک مجموعه فازی روش‌های مختلفی رایج است. یک روش، به کاربردن مستقیم تابع عضویت مجموعه فازی است.

به عنوان مثال فرض کنیم یک بنگاه مسکن، میزان راحتی و مناسب بودن منازل ارائه شونده برای فروش را با تعداد اتاق خواب‌های آن می‌سنجد و تعداد آن یکی از اعضای مجموعه $X = \{1,2,...,10\}$ می‌باشد. مجموعه ی فازی (منازل راحت برای یک خانواده چهار نفری) به وسیله‌ی تابع عضویت زیر بیان می‌شود.

$$\mu_{\tilde{A}}(\chi) = \begin{matrix} 0.2 & \chi = 1 \\ 0.5 & \chi = 2 \\ 0.8 & \chi = 3 \\ 1 & \chi = 4 \\ 0.7 & \chi = 5 \\ 0.3 & \chi = 6 \end{matrix} . \qquad (۲)$$

روش متداول دیگر توصیف یک مجموعه فازی به صورت مجموعه ای از زوج‌های مرتب به گونه ی زیر است:

$$\tilde{A} \quad \{x, \mu_{\tilde{A}}(x) I x \quad X\}. \qquad (۳)$$

با این نمادگذاری مجموعه ی فازی مثال قبل به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\tilde{A} = \{(1,0.2),(2,0.5),(3,0.8),(4,1),(5,0.7),(6,0.3)\}. \qquad (۴)$$

هنگامی که $X$ یک مجموعه متناهی (و یا نامتناهی شمارا) به صورت $\{\chi_1, \chi_2, ..., \chi_n\}$ باشد، یک زیرمجموعه فازی $\tilde{A}$ از $X$ به صورت زیر نشان داده می‌شود:

$$\tilde{A} = \frac{\mu_{\tilde{A}}(\chi_1)}{\chi_1}, \frac{\mu_{\tilde{A}}(\chi_2)}{\chi_2}, ..., \frac{\mu_{\tilde{A}}(\chi_n)}{\chi_n} . \qquad (۵)$$

$$\tilde{A} = \frac{\mu_{\tilde{A}}(\chi_1)}{\chi_1}, \frac{\mu_{\tilde{A}}(\chi_2)}{\chi_2}, ..., \frac{\mu_{\tilde{A}}(\chi_n)}{\chi_n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\mu_{\tilde{A}}(\chi_i)}{\chi_i}. \qquad (۶)$$

که در عبارت دوم، منظور از +، اجتماع است نه جمع حسابی.

به عنوان مثال مجموعه ی اعداد طبیعی نزدیک به ۱۰ را به صورت زیر نمایش می‌دهیم.

$$\tilde{A} = \frac{0.1}{7} + \frac{0.5}{8} + \frac{0.8}{9} + \frac{1}{10} + \frac{0.8}{11} + \frac{0.5}{12} + \frac{0.1}{13}. \qquad (۷)$$

هنگامی که $\tilde{A}$ یک مجموعه فازی پیوسته باشد، نماد زیر به کار برده می‌شود.

$$\tilde{A} \quad \int \frac{\mu_A(\chi)}{\chi}. \qquad (۸)$$

که در آن منظور از علامت $\int$، اجتماع است.

فرض کنید $\tilde{A}$ مجموعه فازی اعداد نزدیک به یک باشد سپس $\tilde{A}$ را می‌توان به صورت زیر نمایش داد:



نشریه تصمیم‌گیری و تحقیق در عملیات، دوره ۵، شماره ۴، زمستان ۱۳۹۹، صفحه: ۴۶۱-۴۴۶

$$\tilde{A} \quad \frac{1}{\chi \ 1+(\chi-1)^2}. \qquad (۹)$$



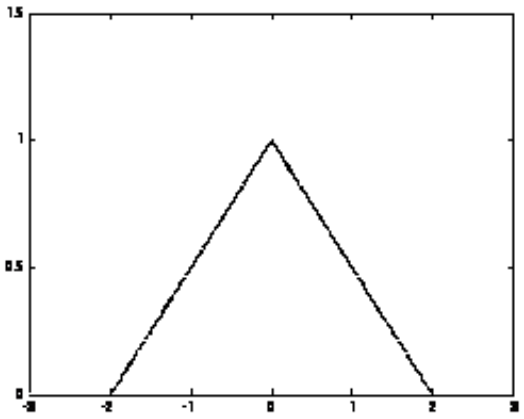


### ۱-٤- انواع مجموعه‌های فازی

در این قسمت انواع مجموعه‌های فازی هم چون مثلثی ، ذوزنقه‌ای و غیره را بررسی می‌کنیم.

۱-۱-٤- فازی مثلثی

**شکل‌های ۱** و **۲** به ترتیب مجموعه‌های فازی مثلثی متناهی و نامتناهی را با قاعده ٤ و ارتفاع ۱ در $X=0$ نشان می‌دهند.



**شکل ۱**- مجموعه فازی مثلثی.
**Figure 1**- Triangular fuzzy set.

بیان نامتناهی مجموعه ی فازی **شکل ۱** عبارت است از:

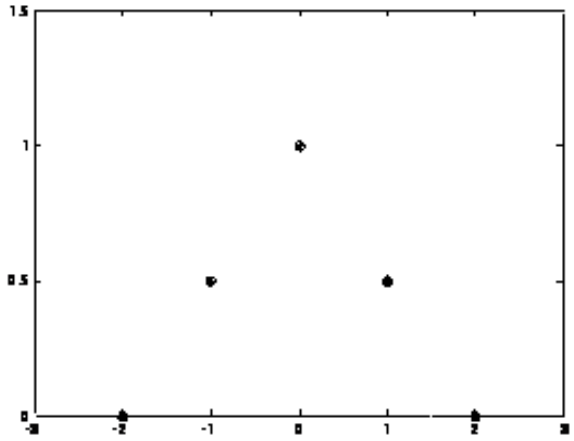
$$\tilde{A} \quad \begin{matrix} 0 \\ -2 \end{matrix} \frac{\frac{2+\chi}{2}}{\chi} \quad \begin{matrix} 2 \\ 0 \end{matrix} \frac{\frac{2-\chi}{2}}{\chi}. \qquad (۱۰)$$

اکنون سعی می‌کنیم تا این عبارت را به کمک بیان متناهی بنویسیم.

مثال اول: اگر مجموعه مرجع $X$ به صورت زیر باشد:

$$X=\{-2,-1,0,1,2\}. \qquad (۱۱)$$

آن‌گاه بیان متناهی مجموعه فازی $\tilde{A}$ به صورت $\tilde{A}=\left\{\frac{0.5}{-1},\frac{1}{0},\frac{0.5}{1}\right\}$ خواهد بود.



**شکل ۲**- بیان متناهی.
**Figure 2-** Infinite expression.

مثال دوم: اگر مجموعه ی مرجع $X$ پیچیده تر و به صورت زیر باشد:

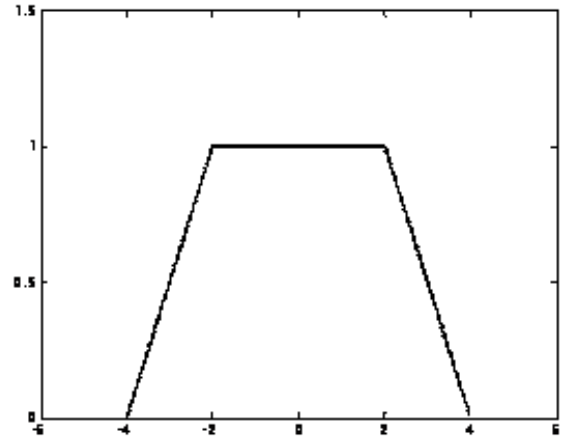
$$X = \{-2, -1.5, -1, -0.5, 0, 0.5, 1, 1.5, 2\}\frac{1}{2}. \qquad (۱۲)$$

در این صورت

$$\tilde{A} = \frac{0.25}{-1.5}, \frac{0.5}{-1}, \frac{075}{-0.5}, \frac{1}{0}, \frac{075}{0.5}, \frac{0.5}{1}, \frac{0.25}{1.5} \quad . \qquad (۱۳)$$

۲-۱-٤- فازی ذوزنقه‌ای

**شکل ۳** مثالی از مجموعه‌های فازی ذوزنقه ای را نشان می‌دهد.



**شکل ۳**- مجموعه فازی ذوزنقه‌ای.
**Figure 3-** Trapezoidal fuzzy set.

این مجموعه فازی ذوزنقه‌ای با بیان نامتناهی، قابل ارائه است.

نشریه تصمیم‌گیری و تحقیق در عملیات، دوره ۵، شماره ۴، زمستان ۱۳۹۹، صفحه: ۴۶۱-۴۴۶

$$\tilde{B} \quad {}^{-2}_{-4}\frac{4+\chi}{2}\quad {}^{2}_{-2}\frac{1}{\chi}\quad {}^{4}_{2}\frac{4-\chi}{2}. \qquad (۱۴)$$



حال چگونگی بیان متناهی مجموعه فازی ذوزنقه ای را بررسی می‌کنیم. به این صورت که اگر مجموعه ی مرجع $X$ به شکل زیر باشد.

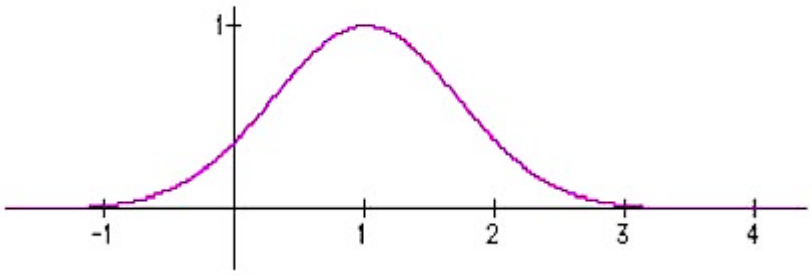
$$X=\{-5,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5\}. \qquad (۱۵)$$

آنگاه فرم متناهی مجموعه ی فازی $\tilde{B}$ به صورت زیر است.

$$\tilde{B}=\frac{0.5}{-3},\frac{1}{-2},\frac{1}{-1},\frac{1}{0},\frac{1}{1},\frac{1}{2},\frac{0.5}{3}\ . \qquad (۱۶)$$

۳-۱-٤- فازی نمایی

**شکل ٤** مثالی از مجموعه‌های فازی نمایی را نشان می‌دهد.




**شکل ۴**- مجموعه فازی نمایی.
**Figure 4-** Exponential fuzzy set.

تابع عضویت این نوع مجموعه ی فازی به وسیله‌ی توابع نمایی بیان می‌شود. بیان نامتناهی این نوع از مجموعه فازی به‌صورت زیر است.

$$\tilde{D} \quad {}_{X}e^{\frac{-0.5(\chi-5)^2}{\chi}}. \qquad (۱۷)$$

## ۵-مدل پژوهش

مدل برنامه‌ریزی کسری مورد استفاده در این پژوهش برگفته از پژوهش انخبایار و انخبات (۲۰۱۸) بوده که بعد از تبدیلات فازی به شرح زیر است که در این مدل تابع هدف به صورت بیشینه و همچنین مسئله بیشینه کردن کفایت سرمایه منوط به ۶ نسبت مالی بانک ملی یعنی نسبت نقدینگی، اهرم، نسبت دارایی نقدینگی وسبد وام، نسبت سپرده کل، نسبت بدهی کل و نسبت مرکب است.

$$f \quad \frac{v_1v_2v_9 + v_1v_7v_9 - v_1v_5v_6v_8 - v_3v_4v_5v_6}{v_3v_4v_5v_6} \quad Max. \qquad (۱۸)$$

s.t.

$$g_1 = v_1v_2v_9 + v_1v_7v_9 - v_1v_5v_6v_8 - v_3v_4v_5v_6 = 0.$$

$$g_2 = \frac{v_5}{v_9} - \frac{v_3v_4v_5v_6}{v_1v_2v_9 + v_1v_7v_9 - v_1v_5v_6v_8} = 0.$$

$$g_3 \quad v_2 \quad v_4 \quad \frac{v_5}{v_9} \quad 0.$$

$$g_4 \quad \frac{v_4}{v_1} \quad \frac{v_3v_4v_5v_6}{v_1v_2v_9 + v_1v_7v_9 - v_1v_5v_6v_8} \quad 0.$$

$$g_5 \quad v_3 \quad v_5 \quad v_9 \quad \frac{v_1v_2v_9 + v_1v_7v_9 - v_1v_5v_6v_8 - v_3v_4v_5v_6}{v_3v_4v_5v_6} \quad 1 \quad 0.$$

$$g_6 \quad v_2 \quad v_4 \quad v_7 \quad 1.$$

$$\begin{array}{ccccccccc|c|c}
-1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & v_1 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & v_2 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & v_3 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & v_4 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & v_5 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & v_6 & 0 \\
0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & v_7 & 0 \\
0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & v_8 & 0 \\
 & & & & & & & & & v_9 &
\end{array} . \qquad (۱۹)$$

$$\underline{v}_1 \le v_1 \le \overline{v}_1 \ \underline{v}_2 \quad v_2 \quad \overline{v}_2 \ \underline{v}_3 \quad v_3 \quad \overline{v}_3 , \qquad (۲۰)$$
$$\underline{v}_4 \quad v_4 \quad \overline{v}_4 \ \underline{v}_5 \quad v_5 \quad \overline{v}_5 \ \underline{v}_6 \quad v_6 \quad \overline{v}_6 ,$$
$$\underline{v}_7 \quad v_7 \quad \overline{v}_7 \ \underline{v}_8 \quad v_8 \quad \overline{v}_8 \ \underline{v}_9 \le v_9 \le \overline{v}_9 ,$$
$$\tilde{L}_i \quad v_i \quad \tilde{U}_i \qquad i.$$

با توجه مدل فوق $f$؛ کفایت سرمایه $g_1$؛ نسبت نقدینگی $g_2$؛ اهرم $g_3$؛ نسبت دارایی نقدی و نسبت پرتفوی وام $g_4$؛ نسبت کل سپرده‌ها $g_5$؛ نسبت کل بدهی‌ها و $g_6$؛نسبت مرکب با درنظر گرفتن این قضیه که اگر $L_5 + L_6 \ge E$ باشد، از این‌رو $V_3 + V_8 + V_9 + V_{10} \le 1$.

همان‌طوری که ملاحظه می‌گردد جهت فازی کردن مدل، برای متغیرهای مدل یک حد بالا ($U$) و یک حد پایین ($L$) درنظر گرفته شده است که حد بالا و پایین به لانداهایی بستگی دارد که فازی درنظر گرفته شده است.

$$U_i = mean(i) + \lambda.stdev(i) \qquad \forall i. \qquad (۲۱)$$

$$L_i = mean(i) - \lambda.stdev(i) \qquad \forall i \ \lim_x . \qquad (۲۲)$$

$$L_i \quad v_i \quad U_i \qquad i. \qquad (۲۳)$$

لاندای فازی در این پژوهش یک عدد فازی مثلثی است که با $\tilde{\lambda} = (\lambda_a, \lambda_b, \lambda_c)$ نشان داده می‌شود. از این‌رو با توجه به رابطه‌ای که بین لاندا و حد بالا وجود دارد، حد بالا به شرح زیر نوشته می‌شود که در این مقدار فازی لاندا تصریح شده و چون لاندای فازی مثلثی است، حد بالا نیز به یک عدد فازی مثلثی یا سه مولفه‌ای تبدیل می‌گردد.

$$\tilde{U}_i = \left(mean(i) + \lambda_a.stdev(i), mean(i) + \lambda_b.stdev(i), mean(i) + \lambda_c.stdev(i)\right), \quad (۲۴)$$

$\tilde{U}_i$ $\left(U_i^a, U_i^b, U_i^c\right)$ $i$.

همچنین برای حد پایین نیز یک عدد فازی مثلثی به شرح زیر محاسبه می‌گردد:

$$\tilde{L}_i = \left(mean(i) - \lambda_c.stdev(i), mean(i) - \lambda_b.stdev(i), mean(i) - \lambda_a.stdev(i)\right), \quad (۲۵)$$

$\tilde{L}_i$ $\left(L_i^a, L_i^b, L_i^c\right)$ $i$.

$\tilde{L}_i$ $v_i$ $\tilde{U}_i$ $i$.

در روابط فوق حدود بالا و پایین و وسط $U$ و $L$ نیز بدست می‌آید. سپس در ادامه از آلفا برش استفاده می‌شود که به شرح زیر روی $U$ و $L$ اعمال می‌گردد و نهایتاً رابطه ساده می‌گردد:

$\left(\alpha.L_i^b \quad (1 \quad \alpha).L_i^a, \alpha.L_i^b \quad (1 \quad \alpha).L_i^c\right)$ $v_i$ $i$, (۲۶)

$v_i$ $\left(\alpha.U_i^b \quad (1 \quad \alpha).U_i^a, \alpha.U_i^b \quad (1 \quad \alpha).U_i^c\right)$ $i$.

$\left(\alpha.L_i^b \quad (1 \quad \alpha).L_i^a, \alpha.L_i^b \quad (1 \quad \alpha).L_i^c\right)$ $v_i$ $i$, (۲۷)

$v_i$ $\left(\alpha.U_i^b \quad (1 \quad \alpha).U_i^a, \alpha.U_i^b \quad (1 \quad \alpha).U_i^c\right)$ $i$.

همچنین حالت سخت‌گیرانه به شرح زیر نوشته می‌شود که بالاترین مقدار برای حد پایین و پایین‌ترین مقدار برای حد بالا درنظر گرفته می‌شود:

$\alpha.L_i^b \quad (1 \quad \alpha).L_i^c \quad v_i$ $i$, (۲۸)

$v_i \quad \alpha.U_i^b \quad (1 \quad \alpha).U_i^a$ $i$.

نهایتاً با توجه روابط فوق فازی‌سازی با آلفا برش روی محدودیت حد بالا ($U$) و یک حد پایین ($L$) انجام شده است. سپس مدل به شرح زیر ضمن بازنویسی به یک مدل برنامه‌ریزی کسری فازی تبدیل می‌گردد.

$$f \quad \frac{v_1v_2v_9 + v_1v_7v_9 - v_1v_5v_6v_8 - v_3v_4v_5v_6}{v_3v_4v_5v_6} \quad Max,$$

s.t.

$$g_1 = v_1v_2v_9 + v_1v_7v_9 - v_1v_5v_6v_8 - v_3v_4v_5v_6 = 0,$$

$$g_2 = \frac{v_5}{v_9} - \frac{v_3v_4v_5v_6}{v_1v_2v_9 + v_1v_7v_9 - v_1v_5v_6v_8} = 0,$$

$$g_3 \quad v_2 \quad v_4 \quad \frac{v_5}{v_9} \quad 0,$$

$$g_4 \quad \frac{v_4}{v_1} \quad \frac{v_3v_4v_5v_6}{v_1v_2v_9 + v_1v_7v_9 - v_1v_5v_6v_8} \quad 0,$$

$$g_5 \quad v_3 \quad v_5 \quad v_9 \quad \frac{v_1v_2v_9 + v_1v_7v_9 - v_1v_5v_6v_8 - v_3v_4v_5v_6}{v_3v_4v_5v_6} \quad 1 \quad 0,$$

$$g_6 \quad v_2 \quad v_4 \quad v_7 \quad 1.$$

$$\begin{array}{ccccccccc|c|c}
-1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & v_1 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & v_2 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & v_3 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & v_4 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & v_5 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & v_6 & 0 \\
0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & v_7 & 0 \\
0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & v_8 & 0 \\
 & & & & & & & & & v_9 &
\end{array} .$$

$$\underline{v}_1 \le v_1 \le \overline{v}_1 \quad \underline{v}_2 \quad v_2 \quad \overline{v}_2 \quad \underline{v}_3 \quad v_3 \quad \overline{v}_3 ,$$
$$\underline{v}_4 \quad v_4 \quad \overline{v}_4 \quad \underline{v}_5 \quad v_5 \quad \overline{v}_5 \quad \underline{v}_6 \quad v_6 \quad \overline{v}_6 ,$$
$$\underline{v}_7 \quad v_7 \quad \overline{v}_7 \quad \underline{v}_8 \quad v_8 \quad \overline{v}_8 \quad \underline{v}_9 \le v_9 \le \overline{v}_9 ,$$

$$\begin{aligned}
U_i^a &= mean(i) + \lambda_a .stdev(i) && \forall i , \\
U_i^b &= mean(i) + \lambda_b .stdev(i) && \forall i , . \\
U_i^c &= mean(i) + \lambda_c .stdev(i) && \forall i .
\end{aligned} \qquad (۲۹)$$

$$\begin{aligned}
L_i^a &= mean(i) - \lambda_c .stdev(i) && \forall i , \\
L_i^b &= mean(i) - \lambda_b .stdev(i) && \forall i , \\
L_i^c &= mean(i) - \lambda_a .stdev(i) && \forall i .
\end{aligned} \qquad (۳۰)$$

$$\begin{aligned}
\alpha.L_i^b \quad (1 \quad \alpha).L_i^c \quad v_i \qquad & i , \\
v_i \quad \alpha.U_i^b \quad (1 \quad \alpha).U_i^a \qquad & i .
\end{aligned} \qquad (۳۱)$$

در این پژوهش جهت راند کردن مدل فوق بر اساس اطلاعات ترازنامه بانک ملی ایران، ۱۴ متغیر ساختاری زیر استخراج شده است:

**جدول ۱**- متغیرهای ساختاری موردنیاز در ترازنامه بانک .

**Table 1**- Structural variables required in the Bank balance sheet.

| دارایی‌ها | نماد دارایی | نماد بدهی | بدهی‌ها |
|---|---|---|---|
| وجه نقد و شبه نقد | A1 | L1 | حساب جاری |
| سپرده بانک | A2 | L2 | سپرده مدت‌دار |
| سایر سپرده‌ها بانک و بخش مالی | A3 | L3 | سپرده دیداری |
| سرمایه‌گذاری‌های مالی | A4 | L4 | بدهی به بانک‌ها و بخش مالی |
| وام و مزایا به مشتریان | A5 | L5 | سایر سپرده‌ها |
| سایر دارایی‌های مالی | A6 | L6 | سایر بدهی‌ها |
| دارایی‌های ثابت | A7 | E | حقوق صاحبان سهام |
| کل دارایی‌ها | A | E+L=A | کل دارایی‌ها |

با توجه به اطلاعات موجود در ترازنامه که در **جدول ۱** نشان داده شده است، مدل پژوهش با استفاده از نسبت‌های مالی زیر فرموله شده است:

که $v_1$: نسبت نقدینگی؛ $v_2$: نسبت وام به کل دارایی‌ها؛ $v_3$ و $v_8$: به ترتیب نسبت ثبات و بی‌ثباتی سپرده‌ها؛ $v_4$: نسبت دارایی‌ها نقدی؛ $v_5$: نسبت بدهی به بانک‌ها و بخش مالی به کل دارایی‌ها؛ $v_6$: نسبت سود دارایی به کل دارایی‌ها؛ $v_7$: نسبت سرمایه‌گذاری مالی؛ $v_9$: نسبت بدهی به بانک‌ها و بخش مالی به کل بدهی‌ها؛ $v_{10}$: نسبت کفایت سرمایه است که این متغیرها بر اساس **جدول ۲** به‌طور صحیح در ترازنامه پایان سال‌های ۱۳۸۷ الی ۱۳۹۷ بانک ملی ایران استخراج شده است:

**جدول۲**- نسبت‌های مالی محاسبه شده برای بانک‌ملی.
**Table 2**- Financial ratios calculated for the Melli Bank.

| سال/متغیر | $v_1$ | $v_2$ | $v_3$ | $v_4$ | $v_5$ | $v_6$ | $v_7$ | $v_8$ | $v_9$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 88 | 0.209 | 0.720 | 0.461 | 0.186 | 0.144 | 1.040 | 0.004 | 0.302 | 0.151 |
| 89 | 0.172 | 0.703 | 0.411 | 0.157 | 0.209 | 1.082 | 0.011 | 0.297 | 0.218 |
| 90 | 0.288 | 0.702 | 0.493 | 0.238 | 0.106 | 1.066 | 0.030 | 0.288 | 0.109 |
| 91 | 0.255 | 0.731 | 0.542 | 0.218 | 0.084 | 1.019 | 0.024 | 0.311 | 0.094 |
| 92 | 0.234 | 0.630 | 0.627 | 0.184 | 0.077 | 0.855 | 0.018 | 0.333 | 0.089 |
| 93 | 0.214 | 0.630 | 0.605 | 0.197 | 0.128 | 0.833 | 0.013 | 0.219 | 0.132 |
| 94 | 0.192 | 0.619 | 0.610 | 0.176 | 0.159 | 0.850 | 0.005 | 0.187 | 0.168 |
| 95 | 0.191 | 0.534 | 0.416 | 0.310 | 0.097 | 0.368 | 0.028 | 0.390 | 0.045 |
| 96 | 0.341 | 0.510 | 0.329 | 0.329 | 0.048 | 0.735 | 0.034 | 0.719 | 0.046 |
| 97 | 0.359 | 0.499 | 0.278 | 0.344 | 0.064 | 0.763 | 0.026 | 0.667 | 0.062 |

## ۶- یافته‌های پژوهش

### ۶-۱- تعیین کران بالا و پایین نسبت‌ها

یکی از خروجی‌های بدست آمده از مدل برنامه‌ریزی کسری فازی که جهت راند کردن مدل نیاز است تعیین کران بالا و پایین در عدد فازی مثلثی است. نتایج بدست آمده از این بخش برای تک تک نسبت‌ها در سه مولفه برای دوره ۱۰ ساله با لاندا ۱ انجام شده است. در آخرین ستون **جدول ۳** کران بالا و پایین با نسبت رایج بانک را ارائه داده است. همان‌طوری که پیش از این بدان اشاره شد محاسبه حد یا کران بالا و پایین مدل برنامه‌ریزی کسری فازی از فرمول زیر استفاده است:

$$\begin{aligned} \bar{v}_i &= mean(i) + (\lambda) * stdev(i), \\ \bar{v}_{-i} &= mean(i) - (\lambda) * stdev(i), \end{aligned} \qquad i=\overline{1,9.} \qquad (۳۲)$$

مطابق فرمول فوق، مقادیر کران‌ها بالا و پایین در مدل مثلث فازی به شرح زیر است:

**جدول ۳** - کران بالا و پایین مدل برنامه‌ریزی کسری فازی.
**Table 3**- Up and down bound of Fuzzy fractional programming model.

| متغیر | $U_a$ | $U_b$ | $U_c$ | $L_a$ | $L_b$ | $L_c$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $v_1$ | 0.277 | 0.297 | 0.310 | 0.18 | 0.193 | 0.212 |
| $v_2$ | 0.672 | 0.698 | 0.716 | 0.54 | 0.557 | 0.584 |
| $v_3$ | 0.533 | 0.603 | 0.650 | 0.184 | 0.230 | 0.30 |
| $v_4$ | 0.268 | 0.289 | 0.303 | 0.165 | 0.178 | 0.199 |
| $v_5$ | 0.134 | 0.152 | 0.164 | 0.044 | 0.056 | 0.074 |
| $v_6$ | 0.968 | 1.03 | 1.07 | 0.64 | 0.689 | 0.753 |
| $v_7$ | 0.024 | 0.027 | 0.030 | 0.008 | 0.010 | 0.013 |
| $v_8$ | 0.460 | 0.514 | 0.550 | 0.192 | 0.227 | 0.281 |
| $v_9$ | 0.136 | 0.155 | 0.169 | 0.037 | 0.502 | 0.07 |

و در **جدول ٤** ارزش بهینه بالا و پایین مدل برنامه‌ریزی کسری فازی نشان داده شده است.

**جدول ٤** - ارزش بهینه بالا و پایین مدل برنامه‌ریزی کسری فازی.
**Table 4**- Optimal values of up and down of fuzzy fractional programming model.

| $v_{max}$ | $v_{min}$ | میانگین | انحراف معیار | متغیر |
|---|---|---|---|---|
| 0.297 | 0.193 | 0.245 | 0.065 | $v_1$ |
| 0.697 | 0.557 | 0.628 | 0.088 | $v_2$ |
| 0.603 | 0.230 | 0.417 | 0.233 | $v_3$ |
| 0.289 | 0.179 | 0.234 | 0.069 | $v_4$ |
| 0.152 | 0.056 | 0.104 | 0.060 | $v_5$ |
| 1.03 | 0.689 | 0.861 | 0.215 | $v_6$ |
| 0.278 | 0.010 | 0.019 | 0.011 | $v_7$ |
| 0.514 | 0.227 | 0.371 | 0.179 | $v_8$ |
| 0.155 | 0.0502 | 0.103 | 0.066 | $v_9$ |

همان‌طوری که در جدول فوق مشاهده می‌گردد انحراف معیار بیشتر نسبت‌ها بعد از بهینه‌سازی تحت شرایط عدم‌اطمینان می‌تواند بیانگر این واقعیت باشد که مدیران بانک ملی برای دستیابی به مدیریت دارایی – بدهی مطلوب بایستی با لحاظ کردن این دامنه اقدام به بهینه‌سازی مدیریت دارایی–بدهی خود نمایند و در نتیجه در راستای آنی هدف نیز بتوانند به نسبت کفایت سرمایه مطلوب بر اساس مصوبات کمتیه بال دست یابند.

### ٦-٢- تعیین نسبت‌های بهینه

نتایج بدست آمده از مدل برنامه‌ریزی کسری فازی با درنظر گرفتن کران بالا و پایین برای تک تک متغیرها (۹ متغیر) و محدودیت‌های غیرخطی در محیط عدم‌اطمینان، ارزش تابع هدف را حدوداً ۰/۰۸۴ نشان می‌دهد[1] که به معنی آن است که نسبت کفایت سرمایه بانک‌ملی در تابع هدف با توجه به وضعیت موجود در مدیریت دارایی - بدهی و با درنظر گرفتن عدم اطمینان از طریق مدل فازی ۸/۴ درصد می‌باشد که بیشتر از نسبت کفایتی سرمایه‌ای است که در کمیته بال ۲ معرفی شده است، یعنی ۸ درصد. همچنین طبق خروجی بدست آمده از این مدل مقدار ناحیه نشدنی مدل نزدیک به صفر (۰٫۰۰۰۰۰۰۷۵۲۶۵۶) و بیانگر جواب موجه مدل است. لازم به ذکر است که این مدل با ۶۳ الگوریتم به جواب رسیده است. نهایتاً اینکه مقدار بهینه نسبت‌های مالی محاسبه شده برای بانک ملی بر اساس مدل برنامه‌ریزی کسری در محیط فازی به شرح زیر است:

**جدول ۵-** مقداربهینه نسبت‌های مالی محاسبه شده برای بانک ملی براساس مدل برنامه ریزی کسری در محیط فازی.

**Table 5-** The optimal value of financial ratios calculated for Bank Melli based on fractional programming model in a fuzzy environment.

| نسبت بهینه | $v_1^*$ | $v_2^*$ | $v_3^*$ | $v_4^*$ | $v_5^*$ | $v_6^*$ | $v_7^*$ | $v_8^*$ | $v_9^*$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ارزش | 0.297 | 0.698 | 0.273 | 0.273 | 0.056 | 1.030 | 0.278 | 0.488 | 0.607 |

همان‌طوری که از نتایج نسبت‌های بهینه مدیریت دارایی‌ها و بدهی‌ها منتج می‌گردد این است که نسبت بهینه نقدینگی ( $v_1^*$) ۰/۲۹۷ است که بانک ملی فقط در سال‌های ۹۰، ۹۶ و ۹۷ توانسته به این مقدار نزدیک یا حتی بالاتر دست یابد و در سال‌های گذشته فاصله بین نسبت‌های بهینه و واقعی زیاد بوده است. نسبت بهینه وام به کل دارایی‌ها ( $v_2^*$) ۰/۶۹۸ است که با مقایسه مقدار واقعی در ۸۸ الی ۹۱ ملاحظه می‌گردد در این سالها به وضعیت بهینه نزدیک و مطلوب بوده اما در طی سالهای اخیر در این بخش بانک به شکل بهینه‌ای عمل نکرده است. نسبت بهینه ثبات سپرده‌ها ( $v_3^*$) ۰/۲۷۳ بود که در مقایسه با مقدار واقعی خود در طی ۱۰ سال اخیر از مقدار بهینه بالاتر بود و لذا این شکاف در سال‌های گذشته بیشتر بوده و در سالهای اخیر خصوصاً در سال ۹۷ به بهینگی نزدیک شده است. نسبت بهینه دارایی‌های نقدی ( $v_4^*$) ۰/۲۷۳ بوده که در تمامی‌سال‌ها نوسان داشته، گاهی بیشتر و گاهی کمتر بوده است اما در سه اخیر این مقدار از وضعیت بهینه بالاتر بوده است. نسبت بهینه بدهی به بانک‌ها و بخش مالی به کل دارایی ( $v_5^*$) ۰/۰۵۶ است که به جز در سال ۹۵ الی ۹۷ که به مقدار بهینه نزدیک بوده در سایر سالها در این بخش فاصله زیادی بین مقادیر واقعی و بهینه مشاهده می‌گردد و این ضعف در سیستم بین‌بانکی به دنبال کاهش است. نسبت بهینه سود دارایی به کل دارایی‌ها ( $v_6^*$) ۱/۰۳ بوده و فقط ۴ سال ۸۸ الی ۹۱ وضعیت بانک ملی در قیاس به نسبت بهینه مطلوب بوده و با گذشت زمان این مقدار کاهش چشمگیری داشته است. نسبت بهینه سرمایه‌گذاری مالی ( $v_7^*$) ۰/۲۷۸ بوده که در تمامی سال‌ها از وضعیت بهینگی به دور بوده است. نسبت بهینه بی‌ثباتی سپرده‌ها ( $v_8^*$) بانک ملی ۰/۴۸۸ بوده که در تمامی‌سال‌ها بیانگر بی‌ثباتی در سپرده‌ها را نشان می‌دهد و نهایتاً نسبت بهینه بدهی به بانک‌ها و بخش مالی به کل بدهی ( $v_9^*$) ۰/۶۰۷ است که در تمامی‌سالها علی الخصوص در سه سال اخیر با مقدار واقعی خود فاصله زیادی داشته است. مبتنی بر نتایج بدست از مدل پاسخ سوالات اصلی پژوهش می‌تواند به شرح زیر ارائه گردد:

– *سوال اول- نسبت بهینه مالی در مدیریت دارایی‌ها بر اساس مدل برنامه‌ریزی کسری فازی در بانک ملی ایران چگونه است؟*

[1] Objective value

*با توجه به نتایج بدست آمده از مدل برنامه‌ریزی کسری با تفکیک ۹ نسبت ارائه شده، مقادیر بهینه نسبت‌های $v_1^*$، $v_2^*$، $v_4^*$، $v_6^*$ و $v_7^*$ در مقایسه با مقادیر واقعی بیانگر آن است که در بیشتر این نسبت‌ها وضعیت مدیریت دارایی‌های بانک از وضعیت بهینگی خود به دور بوده است و لذا می‌توان ادعا کرد که بانک ملی در مدیریت دارایی‌ها تحت شرایط عدم اطمینان عملکرد مناسبی نداشته است.*

*–سوال دوم- نسبت بهینه مالی در مدیریت بدهی‌ها بر اساس مدل برنامه‌ریزی کسری فازی در بانک ملی ایران چگونه است؟*

*با توجه به نتایج بدست آمده از مدل برنامه‌ریزی کسری با تفکیک ۹ نسبت ارائه شده، مقادیر بهینه نسبت‌های $v_3^*$، $v_5^*$، $v_8^*$ و $v_9^*$ در مقایسه با مقادیر واقعی بیانگر آن است که در بیشتر این نسبتها در سال‌های اخیر وضعیت مدیریت بدهی‌های بانک ملی در قیاس با نسبت بهینگی دارای فاصله زیادی بوده است و لذا می‌توان ادعا کرد که بانک ملی در مدیریت بدهی‌ها عملکرد مناسبی نداشته است.*

## ۷- نتیجه‌گیری و پیشنهادها

مسئله بهینه‌سازی مدیریت دارایی- بدهی با توجه به نسبت شاخص‌های بانکی برای اولین بار در بانک ملی ایران تحت شرایط عدم اطمینان در قالب یک مسئله برنامه‌ریزی کسری فازی تدوین شده است. معمولاً حل این گونه مسئله برای شرایط واقع‌گرایانه بسیار مناسب است و مدیریت دارایی - بدهی بانک می‌تواند با تحلیل اثرات رقبا، به تحلیل بهتر وضعیت خود در بازار دست یابند. نتایج بدست آمده از این پژوهش بیانگر آن است که بانک ملی توانسته در بخش مدیریت دارایی‌ها نسبت به مدیریت بدهی‌ها عملکرد بهتری عمل داشته باشد. اما موفقیت بانک زمانی است که بتوانند توازن بهینه‌ای بین مدیریت دارایی‌ها و بدهی داشته باشد و شکاف بین مقادیر واقعی با مقادیر بهینه را کم نماید. آنچه از اقدامات کمیته‌های بال ۱، ۲ و ۳ بر می‌آید، بحث درصد کفایت سرمایه و ریسک‌های ایجاد از بخش مدیریت دارایی -بدهی با حساسیت بیشتری تدوین شده است. از آن‌جایی که مهم‌ترین مفاد کمیته بال ۳ در خصوص کفایت سرمایه و مسئله نقدینگی و پوشش نقدینگی لازم برای بانک‌ها است و به مراتب سخت‌تر از مصوبات کمیته بال ۱ و ۲ است و با نتایج بدست آمده از نوع مدیریت دارایی-بدهی در بانک ملی، به نظر می‌رسد بانک ملی در خصوص مسئله نقدینگی با توجه به مقایسه نسبت‌های نقدینگی در گروه مدیریت دارایی‌ها با مقادیر بهینه بهتر عمل کرده است. از طرفی کادر کارشناسی بانک ملی جزو اولین بانک‌هایی بودند که توانسته چارچوب بانکداری اسلامی‌را که با بانکداری بین‌المللی سازگار باشد تدوین نمایند. با درنظر گرفتن بهینه سازی در مدیریت بدهی -دارایی بانک ملی کفایت سرمایه این ارزش ۸/٤ درصدی را به خود می‌گیرد به طوری که در سال ۱۳۹٦ از نقل و قول مدیر عامل وقت، نسبت کفایت سرمایه بانک ملی به ۶ درصد نزدیک بوده که بیانگر اقدامات صورت گرفته به افزایش توانایی بانک در پاسخگویی به مشتریان و ارتقای جایگاه و اعتبار بانک ملی ایران در بازارهای پولی و مالی بین الملل است. شایان ذکر است این نسبت در بانک ملی بر اساس آمارهای غیررسمی سال ۱۳۹٤ در رسانه منفی بوده است. از طرفی بر اساس گزارش‌های موجود از ۲٦ بانک ایرانی نسبت کفایت سرمایه ۱۵ بانک کمتر از ٤ است که بیانگر آن است که وضعیت بیش از ۱۰ بانک کشور در معرض بحران قرار دارد و از اینرو در ۵ سال اخیر به مدیران بانک‌ها فرصت داده تا نسبت کفایت سرمایه خود را اصلاح نمایند.

نهایتاً با توجه به اینکه بانکداری کشورمان از نظام بانکداری اسلامی‌تبعیت می‌کند و مصوبات کمیته بال تطابق کاملی با بانکداری اسلامی نیز دارد به‌راحتی با اجرای آن می‌توان به یک فضای سالم رقابتی بین بانکی از طریق نسبت بدهی به بانک‌ها و بخش مالی به کل دارایی که در بانک ملی وضعیت نامناسبی نسبت به مقدار بهینه داشته است دست یابیم. از این‌رو مستند به نتایج بدست آمده از این پژوهش به مدیران کنونی بانک ملی پیشنهاد می‌گردد که به منظور کاهش ریسک در بانک ملی، این بانک بایستی نسبت به قبل در مدیریت دارایی‌ها و سپرده‌های نزد خود، دقت و تخصص را به کارگیرد و دارایی‌های با ریسک خود را کاهش داده و یا سرمایه خود را افزایش دهد. همچنین به مدیران بانک مرکزی پیشنهاد می‌شود از تصمیمات و ابزارهای قانونی برای نظارت بر بانک ملی استفاده نماید تا ترکیب پرریسک دارایی‌ها و بدهی‌ها منجر به بحران بانکی بیشتر نگردد.

## منابع


Ankhbayar, C., & Enkhbat, R. (2018). A fractional programming problem for bank asset and liability managemen. *iBusiness*, *10*, 119-127. https://doi.org/10.4236/ib.2018.103007

Chambers, D. & Charnes, A. (1961). Inter-temporal analysis and optimization of bank portfolios. *Management science*, *7*, 393-410. https://doi.org/10.1287/mnsc.7.4.393

Eppen, G. D., & Fama, E. F. (1971). Three asset cash balance and dynamic portfolio problems. *Management science*, *17*, 311-319. https://doi.org/10.1287/mnsc.17.5.311

Escudero, L. F., & Garin, A. (2009). On multistage stochastic integer programming for incorporating logical constraints in asset and liability management under uncertainty. *Computer management science, 6*, 307-327. https://doi.org/10.1007/s10287-006-0035-7

Giokas, D., & Vassiloglou, M. (1991). A goal programming model for bank assets and liabilities. *European journal of operations research, 50*, 48-60. https://doi.org/10.1016/0377-2217(91)90038-W

Izadbakhsh, H., Soleymanzadeh, A., Davari Ardakani, H., & Zarinbal, M. (2017). A systematic approach for asset liability management of pension funds in a fuzzy. *Journal of economic modeling research, 8*(29), 201-239. (**In Persian**). https://doi.org/10.29252/jemr.8.29.201

Izadinia, N., Ghandehari, M. Abedini, A. & Abedini Naeini, M. (2017). Asset-liability management of banks using goal programming model and fuzzy anp (case study: Tejarat Bank. *Asset management & financing, 5*(4), 155-165. (**In Persian**). https://doi.org/10.22108/amf.2017.21178

Markowitz, H. M. (1959). *Portfolio selection, efficient diversification of investments.* John Wiley & Sons, New York. https://www.jstor.org/stable/j.ctt1bh4c8h

Merton, R. C. (1969). Lifetime portfolio selection under certainty: continuous time case. *Review of economics and statistics, 3*, 373-413. https://doi.org/10.2307/1926560

Naghshineh, N., Hanifi, F., & Kordlouie, F. (2013). Management of bank assets and liabilities with the help of planning. *Financial engineering and portfolio management, 4*(14), 61-81. (**In Persian**). Retrieved from http://fej.iauctb.ac.ir/article_511700.html

Naji Azimi, Z., & Omrani, M. (2016). Assets and liabilities management modeling, with liquidity risk management approach in the banking system using fuzzy goal programming. *Journal of economic modeling research, 7* (25), 91-128. (**In Persian**). https://doi.org/10.18869/acadpub.jemr.7.25.91

Puria, K. P. (2011). *Solving asset liabilities management problem using evolutionary multi-objective optimization* (Master thesis, Indian Institute of Technology (IIT), Kanpur). Retrieved from https://www.idrbt.ac.in/assets/alumni/PT-2011/KeshavPPuria_SALM_2011.pdf

Salimi Khazri, B., Dehghan, A., & Aslizadeh, A. (2018). Design and optimization of the asset and liability model based on the multiple-objective decision-making view. *Industrial engineering & management systems, 17*(2), https://doi.org/311-317. 10.7232/iems.2018.17.2.311

Samuelson, P. (1969). Lifetime portfolio selection by dynamic stochastic programming. *Review of economics and statistics, 8*, 239-246. https://doi.org/10.1016/B978-0-12-780850-5.50044-7

Schultz, R., & Tiedemann, S. (2003). Risk aversion via excess probabilities in stochastic programs with mixed-integer recourse. *SIAM journal on optimization, 14*(1), 115-138.

Setayesh, M., & Fatheh, M. (2017). Examining the effects of healthy banking indicators in determining the asset-liability management (ALM) strategy by focusing on capital adequacy ratio (CAR) index. *Journal of investment knowledge, 6*(24), 139-150. (**In Persian**). http://jik.srbiau.ac.ir/article_11356.html?lang=en

Sheikh, R., & AmeriRad Gheysari, B. (2016). Portfolio optimization with clustering methods. *Journal of asset management and financing, 4*(4), 61-78. (**In Persian**). https://doi.org/10.22108/amf.2016.21113

Zeng, Y. & Li, Z. (2011). Asset liability management under benchmark and mean-variance criteria in a jump diffusion market. *Journal of systems science and complex, 24*, 317-327. https://doi.org/10.1007/s11424-011-9105-1

Licensee Decisions & Operations Research. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).