نشریه تصمیم‌گیری و تحقیق در عملیات

Journal of Decisions and Operational Research

دوره ۴، شماره (۴)، زمستان ۱۳۹۸

مدلسازی فرآیند چندمتغیره با استفاده از شاخص کارائی Cpm وزنی

امیر پرنیانی فرد[۱،*]، حمید رضا ایزدبخش[۲]

[۱]گروه مهندسی مکانیک و ساخت، دانشگاه پوترا مالزی، سلانگور، مالزی.

[۲]گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران.

چکیده

تا کنون ابزارهای متفاوتی جهت بررسی، تجزیه و تحلیل کارائی فرآیند ارائه گردیده است. شاخص‌های کارائی فرآیند نظیر *Cp*، *Cpk* و *Cpm* برخی ازاین ابزارها می‌باشند که توانائی فرآیند را جهت تولید محصولات منطبق با مشخصات فنی به صورت کمی مورد ارزیابی قرار می‌دهند. همچنین در بسیاری از پژوهش‌های مرتبط، کارائی فرآیند تك متغیره مورد بررسی قرار گرفته است و بررسی فرآیندهایی که همزمان در آن چندین مشخصه کیفی دارای اهمیت می‌باشد کمتر صورت پذیرفته است. شاخص *Cpm* با استفاده از آموزه‌های تاگوچی در زمینه طراحی اثرزدا تعریف گردیده است. در این پژوهش ابتدا یک مدل ریاضی از نوع *Lp* متریک جهت تنظیم پارامترهای قابل کنترل ورودی با درنظرگرفتن همزمان کلیه مشخصه‌های کیفی خروجی فرآیند از نوع اسمی بهتر با اصلاح شاخص *Cpm* و با هدف بهینه سازی کارائی فرآیند با کلیه مشخصه‌های کیفی تعریف می‌گردد سپس مدل مذکور برای فرآیندهائی که هزینه تأمین چشمگیر می‌باشد توسعه داده می‌شود. همچنین در پایان نحوه کاربرد مدل‌های ارائه شده بوسیله مثال عددی تشریح می‌گردد.

واژه‌های کلیدی: بهینه سازی اثرزدا، روش تاگوچی، شاخص کارآیی فرآیند.

دریافت: ۱۳۹۸/۰۶/۲۸ اصلاح: ۱۳۹۸/۰۹/۱۸ پذیرش: ۱۳۹۸/۰۱۱/۰۷

۱- مقدمه

ساخت محصولات با کیفیت و مقاوم در برابر تغییرات، یکی از دغدغه‌های انسان در تمامی دورانها بوده است. محصولاتی که عملکرد موردنظر را از خود نشان بدهند و در شرایط گوناگون به عملکرد صحیح خود ادامه بدهند و عوامل محیطی نتوانند عملکرد آنها را دچار نوسان شدید نمایند. لازم به ذکر است که اگر پارامترهای یک محصول به خوبی طراحی و تنظیم شوند، آن محصول دارای قابلیت و پتانسیل عملکرد با کیفیت می‌باشد و در صورتی که این کیفیت از قوه به فعل در می‌آید که در فرآیند تولید و کنترل‌های حین تولید، معیارهای کیفی لحاظ گردد. تاکنون ابزارهای مختلفی پیرامون بررسی، تجزیه و تحلیل کارائی فرآیندها ارائه گردیده است. بسیاری از این ابزارها تنها برای بررسی یک مشخصه کیفی از فرآیند تعریف گردیده‌اند و بررسی همزمان کلیه مشخصه‌ها را مدنظر قرار نمی‌دهند. شاخصهای کارائی فرآیند مانند *Cp*، *Cpk* و *Cpm* برخی از این ابزارها می‌باشند که توانائی فرآیند را جهت تولید محصولات منطبق با مشخصات فنی به صورت کمی مورد ارزیابی قرارمی‌دهند. شاخص *Cpm* اولین بار توسط چان در سال ۱۹۸۸ معرفی گردید. این شاخص با الهام از آموزه‌های تاگوچی در زمینه طراحی اثرزدا تعریف گردیده است. طراحی اثرزدا یک رویه مهندسی جهت بهینه کردن شرایط فرآیند و محصول است که هدف آن کاستن از حساسیت فرآیند و محصول نسبت به عوامل متغیر محیطی می‌باشد. از جمله پژوهش‌هایی که در زمینه مدلسازی فرآیندها با تفکر طراحی اثرزدا و شاخص‌های کارائی فرآیند انجام شده است می‌توان به موارد ذیل اشاره نمود. در پژوهشی یک شاخص کارائی با رویکرد جدیدی بر تعریف متداول شاخص‌های کارائی فرآیند چندمتغیره مبتنی بر نسبت احجام ناحیه تلرانس و ناحیه فرآیند تعریف گردید (شهریاری و عبداله زاده، ۱۳۸٤). همچنین در پژوهشی به بررسی عملکرد مشخصه‌های کیفی محصول در چرخه عمر و تنظیم مناسب عوامل قابل کنترل به

*عهده‌دار مکاتبات: parniani@hotmail.com

شناسه دیجیتال: 10.22105/dmor.2020.205873.1131

منظور حداکثر نمودن کارائی عملکرد محصول در چرخه عمر پرداخته شد (نباتچیان و همکاران ، ۱۳۹۱). در پژوهش دیگری اصلاح شاخص قابلیت فرآیند را بر اساس آموزه‌های تاگوچی و برای انواع دیگر مشخصه‌های کیفی مطرح شد (شهریاری و نباتچیان، ۱۳۹۱). سپس ترکیبات و نسبت‌های مختلفی از شاخص‌های کارائی *Cp* و *Cpk* مورد بررسی و تحلیل قرار داده شد (رودیزیل و لیترال، ۲۰۰۳). در ادامه روشی جدید جهت تخمین مناسب‌تر شاخص *Cpk* در شرایط عدم قطعیت و تصمیم‌گیری دقیق‌تر پیرامون کارائی فرآیند معرفی شد (پران و چن، ۱۹۹۹). همچنین یک مدل تلرانس دهی به‌منظور تنظیم حدود کنترل برای مشخصه‌های قطعات را ارائه شد و تفکیک و لزوم ایجاد تبادل مناسب بین هزینه تولید و زیان کیفی را مطرح گردید (فتاحی و همکاران، ۱۳۸٤). تشخیص تلرانس‌های بحرانی و تخصیص تلرانس بهینه در حالتی که هزینه تولید بهینه می‌گردد به کمك رویه سطح پاسخ در پژوهشی ارائه گردید (نقی خانی و علیجانی، ۱۳۸۹). در پژوهشی با استفاده از ساختار مدل بهینه سازی چند هدفه اثرزدا اقدام به طراحی پارامترها با درنظرگرفتن فاکتورهای اختلال جهت طراحی ورقه‌های فلزی با قابلیت شکل‌پذیری پرداخته شد (سان و همکاران، ۲۰۱۰). در ادامه یک مدل بهینه سازی چند هدفه اثرزدا برای حل مسئله انتخاب سهام برتر با هدف کاهش واریانس و ماکزیمم سازی بازگشت سرمایه ارائه گردید (بیوک آقازاده، ۲۰۱۰). در پژوهشی یک فرمول بندی عمومی با توجه به شرایط نامشخص و متغیر محیط و اپراتور و با درنظرگرفتن طراحی اثرزدا جهت طراحی مفهومی حامل‌های اجسام معرفی شد (دایز و پری، ۲۰۱۰). همچنین در پژوهشی روشی در مطالعات اثرزدائی و همچنین چند مدلسازی مختلف با هدف اثرزدائی فرآیند را به همراه یک مثال عددی ارائه شد (کمالی اردکانی و همکاران، ۲۰۰۹). در ادامه ، در پژوهشی مدل‌ها و روش‌های مختلف بهینه سازی اثرزدا مورد بررسی و تحلیل قرار داده شد (بیر و سندهاف، ۲۰۰۷) . شاهین در سال ۲۰۰٦ در پژوهشی طراحی اثرزدا را به شکل جامعی توصیف کرده و پیرامون این دیدگاه بیان می‌کند طراحی اثرزدا یک دیدگاه انقلابی در مهندسی و طراحی کیفیت است و یک شکاف معنی دار را در طراحی تولید و فرآیند با مینیمم سازی اثرات نیروهای خارجی مانند اثرات محیط، کارفرما و شرایط تولید بوجود آورده است. در ادامه مسئله طراحی اثرزدا در محیط فازی مطرح گردید و از توصیف توابع عضویت خطی برای مقاوم سازی شرایط فرآیند نسبت به میانگین و واریانس استفاده گردیده است (چن، ۲۰۰٤). با کلاس بندی مسائل و تعریف حدود عملکرد برای توابع هدف، برای هر کلاس یک مدل پیشنهادی ارائه شد (مساک و یاهایا، ۲۰۰۲) . همچنین مسائل طراحی اثرزدا با یک مدل بهینه سازی فازی ارائه داده شد و کارائی مدل پیشنهادی بوسیله یک مثال عددی نشان داده شد (کراسلاوسکی و همکاران، ۲۰۰۲). در پژوهش دیگری یک مدل چند هدفه غیرخطی در جهت بهینه سازی فرآیندهای تولیدی از نوع امتزاج به کمك مفاهیم طراحی اثرزدا معرفی شد (شاهین و پرنیانی فرد، ۱۳۹۱). همچنین به بررسی طراحی آزمایشات در محیط فازی پرداخته شد و متغیر پاسخ به صورت یک عامل فازی (کیفی) درنظرگرفته شد (قبادی و همکاران، ۱۳۸۵). در پژوهشی یک مدلسازی ریاضی برای یک مدل مونتاژ قطعات جهت طراحی پارامترهای تولید ارائه گردید و اینگونه بیان شد که مبحث ورود کیفیت به چرخه ساخت یک محصول، موضوع جدی و مهمی است که تا مدت‌ها مورد بحث کارشناسان قرار گرفته است (شهریاری و نباتچیان، ۱۳۸۵).

امروزه کاربرد و توسعه طراحی اثرزدا و مدل‌های بهینه سازی بر مبنای طراحی اثرزدا در مطالعات مختلف و کاربردهای گوناگون مورد توجه بسیاری از محققان قرارگرفته است. در پژوهشی به صورت مروری به بررسی آخرین کاربردها و توسعه طراحی اثرزدا در صنایع مختلف پرداخته شد (پرنیانی فرد و همکاران، ۲۰۱۸). همچنین در پژوهشی دیگر، به بررسی تلفیق طراحی اثرزدا با دیگر متد بهینه سازی از جمله متامدل‌ها پرداخته شد (پرنیانی فرد و همکاران، ۲۰۱۹). کاربرد طراحی اثرزدا بر مبنای دیدگاه تاگوچی در مطالعات مختلف و تلفیق آن با روش‌های دیگر بهینه سازی ازجمله متامدل‌ها در پژوهش‌های مختلفی مورد استفاده قرارگرفته است از جمله مقالات دلینو (۲۰۱۵)، مقدم و مهلوجی (۲۰۱٦) و خوشنویسان (۲۰۱۷).

۲- بیان مسئله

تکنیک‌های معرفی شده در مباحث مهندسی کیفیت و پژوهش‌های قبلی علاوه بر کارایی مناسب در تجزیه و تحلیل، کنترل و بهسازی کیفیت در فرآیندهای مختلف دارای محدودیت و نواقصی می‌باشند که در این پژوهش این محدودیت‌ها در طراحی ساختار مدلسازی مدنظر قرار می‌گیرد. در این پژوهش ابتدا یک مدل ریاضی از نوع *Lp* متریک جهت تنظیم پارامترهای قابل کنترل ورودی با درنظرگرفتن همزمان کلیه مشخصه‌های کیفی خروجی و با اصلاح شاخص C_{pm} و با هدف بهینه سازی کارائی فرآیند با کلیه مشخصه‌های کیفی تعریف می‌گردد و سپس مدل مذکور برای فرآیندهائی که هزینه تأمین چشمگیر می‌باشد توسعه داده می‌شود. در این پژوهش کلیه مشخصه‌ها از نوع اسمی بهتر فرض می‌گردند. در ذیل به تعدادی از محدودیت‌های مطرح در ابزارها و مدلسازی‌های انجام شده در پژوهش‌های قبلی اشاره می‌گردد.

در بسیاری از پژوهش‌های قبلی در استفاده از ابزارهای کیفیت، تنها بهینه سازی یک مشخصه کیفی در هر بار اجرای تکنیک صورت می‌پذیرد که لازم است مدلی طراحی گردد که همزمان بهینه سازی فرآیند را با درنظرگرفتن کلیه مشخصه‌های کیفی مدنظر قرار دهد.

استفاده از شاخص‌های کارائی فرآیند در مدلسازی و تنظیم بهینه پارامترهای ورودی کمتر صورت پذیرفته است. در بسیاری از مدلسازی فرآیندها، پارامترهای وارد شده در مدل مجهول بوده و دارای برآورد مناسبی نمی‌باشند. به عنوان مثال میانگین، نقطه هدف و واریانس مشخصه کیفی خروجی در شاخص کارایی C_{pm} از جمله پارامترهایی می‌باشند که نیاز است هم‌زمان با مدلسازی، روشی جهت برآورد مناسب این پارامترها با درنظرگرفتن شرایط فرآیند از جمله روابط متقابل فاکتورهای ورودی ارائه گردد. در این پژوهش وجود روابط متقابل دوگانه بین فاکتورهای ورودی مجاز می‌باشد و از روابط مرتبه‌های بالاتر صرفنظر می‌گردد.

۲-۱- عدم درنظرگرفتن هزینه تأمین ایجاد ساختار فرآیند و تنظیم پارامترهای ورودی بر روی سطحی خاص

عدم ارجحیت و وجود وزن یکسان بین دو معیار میزان انحراف از نقطه هدف و واریانس مشخصه کیفی در شاخص C_{pm} که در این پژوهش شاخص مذکور با توجه به این موضوع اصلاح می‌گردد. لازم است وجود محدودیت‌های سیستمی در انتخاب سطوح بهینه فاکتورهای ورودی با توجه به ماهیت و شرایط حاکم بر فرآیند در طراحی مدل مدنظر قرارگیرد.

یکی از شاخص‌های مطرح در تجزیه و تحلیل کارائی فرآیند شاخص C_{pm} می‌باشد که اولین بار توسط چان در سال ۱۹۸۸ معرفی گردید (رابطه (۱)). این شاخص با الهام از آموزه‌های تاگوچی در زمینه طراحی اثرزدا تعریف گردیده است. رابطه (۱) شاخص C_{pm} را برای یک مشخصه کیفی از نوع اسمی بهتر نشان می‌دهد. مخرج کسر در رابطه (۱) میانگین توان دوم خطا و در ارتباط با تابع زیان کیفی تاگوچی می‌باشد. σ^2 واریانس ، μ میانگین و T مقدار ایده‌آل مشخصه کیفی فرآیند می‌باشد. یکی از مشکلات این شاخص تعریف وزن یکسان برای واریانس و توان دوم انحراف میانگین از مقدار ایده‌آل در مخرج کسر می‌باشد.

$$C_{pm} = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{(\mu - T)^2 + \sigma^2}}. \qquad (۱)$$

اگر $x_i = x_1,x_2,x_3,\dots,x_n$ و $y_j = y_1,y_2,y_3,\dots,y_m$ به ترتیب نشان دهنده تعداد n پارامتر ورودی به فرآیند و m مشخصه کیفی خروجی فرآیند باشند، وابستگی j امین مشخصه کیفی محصول (y_j) با پارامترهای کنترل ورودی (x_i) مطابق معادله زیر تعریف می‌گردد:

$$y_j = f_j(x_1, x_2, \dots, x_n) = \hat{\beta}_0^j + \sum_{i=1}^{n} \hat{\beta}_i^j x_i + \sum_{i=1}^{n} \hat{\beta}_{ii}^j x_i^2 + \sum_{i=1}^{n}\sum_{p=1}^{n} \hat{\beta}_{ip}^j x_i x_p \ , for\ j = 1,2,\dots,m. \qquad (۲)$$

معادله (۲) رابطه بین مشخصه کیفی خروجی (متغیر پاسخ) و متغیرهای ورودی فرآیند را به صورت یک مدل چندجمله‌ای مرتبه دوم برآورد می‌نماید. در این رابطه $\hat{\beta}_0^j$ ، $\hat{\beta}_i^j$ ، $\hat{\beta}_{ii}^j$ و $\hat{\beta}_{ip}^j$ برآورد اثرهای ثابت، خطی، درجه دوم و متقابل دوگانه بین فاکتورهای ورودی به فرآیند می‌باشند. این مدل توانایی زیادی برای نمایش حالت‌های مختلف توابع منحنی دارد و پارامترهای این مدل به راحتی از روش حداقل مربعات معمولی قابل برآورد کردن می‌باشد. همچنین از طریق تجربی ثابت شده است مدل مرتبه دوم که نشان دهنده اثرات متقابل دوگانه بین فاکتورهای ورودی است جهت مدلسازی و بهسازی فرآیند مناسب‌تر می‌باشند و می‌توان از اثرات متقابل مرتبه سوم و بالاتر صرفنظر نمود (نقی خانی و همکاران، ۱۳۸۹).

با توجه به وجود روابط متقابل دوگانه در رابطه بین مشخصه کیفی و فاکتورهای ورودی فرآیند، میانگین و واریانس مشخصه کیفی حاصل از تنظیم فاکتورهای ورودی در سطحی مشخص، از معادله‌های (۳) و (۴) محاسبه می‌گردد. روابط $E(\underline{y_j})$ و $Var(\underline{y_j})$ از بسط سری تیلور مرتبه دوم حاصل می‌گردد و از جملات با مرتبه سوم و بالاتر صرفنظر گردیده است.

$$E(\underline{y_j}) = f_j(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{p=1}^{n} \frac{\partial^2 f_j(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_i \, \partial x_p} \sigma_{ip}. \qquad (۳)$$

$$Var(\underline{y_j}) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{p=1}^{n} \frac{\partial f_j(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_i}, \quad \frac{\partial f_j(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_p}\, \sigma_{ip}. \tag{۴}$$

در معادلات فوق عبارت σ_{ip} به صورت معادله (۵) تعریف می‌گردد.

$$\sigma_{ip} = Cov(x_i, x_p) \;\; if\; i \neq p \quad and \quad Var(x_i) \;if\; i = p. \tag{۵}$$

جهت مطالعات بیشتر پیرامون نحوه اثبات روابط فوق به (بایر و همکاران، ۲۰۰۷) مراجعه گردد.

۲-۲- شاخص کارائی Cpm وزنی

همانطور که قبلاً اشاره گردید شاخص C_{pm} با الهام از آموزه‌های تاگوچی در زمینه طراحی اثرزدا و کاهش حساسیت فرآیند نسبت به انحراف از هدف در اثر فاکتورهای مزاحم تعریف گردیده است. یکی از محدودیت‌های شاخص C_{pm} تخصیص ارجحیت یکسان به مقدار انحراف از هدف نسبت به واریانس مشخصه کیفی می‌باشد. جهت رفع این محدودیت مقدار W_j ($0 \leq W_j \leq 1$) را بعنوان وزن اختصاص یافته به انحراف از هدف نسبت به واریانس مشخصه کیفی در شاخص C_{pm} تعریف می‌شود. اگر $j=1,2,\dots,m$ بعنوان m مشخصه کیفی فرآیند درنظرگرفته شود آنگاه معادله (۶) بعنوان شاخص کارایی C_{pm} وزنی برای هر یک از مشخصه‌های کیفی تعریف می‌گردد.

$$(C_{pmw})_j = \frac{1}{6}\big((USL)_j - (LSL)_j\big)[W_j.(E(\underline{y_j}) - T_j)^2 + (1 - W_j)Var(\underline{y_j})]^{-\frac{1}{2}}. \tag{۶}$$

عبارات $E(\underline{y_j})$ و $Var(\underline{y_j})$ در معادله فوق مطابق معادلات (۳) و (۴) محاسبه می‌گردد. عبارت T_j نقطه هدف درنظرگرفته شده برای مشخصه کیفی jام فرآیند و با فرض قرارگرفتن نقطه هدف درست در وسط حدود فنی از رابطه $T_j = \frac{1}{2}\big[(USL)_j + (LSL)_j\big]$ محاسبه می‌گردد.

یکی دیگر از محدودیت‌های وارد شده به برخی تکنیک‌های مهندسی کیفیت از آن جمله ابزارهای تحلیل کارائی فرآیند و شاخص C_{pm} درنظرگرفتن تنها یک مشخصه کیفی از فرآیند درهرمرحله استفاده از ابزار می‌باشد. جهت رفع محدودیت یاد شده در مدلسازی فرآیند و درنظرگرفتن همزمان شاخص کارائی کلیه مشخصه‌های کیفی فرآیند از مفهوم تابع مطلوبیت استفاده می‌گردد. لذا برای هر مشخصه کیفی یک تابع مطلوبیت بین صفر و یک مطابق معادله (۷) تعریف می‌گردد.

$$U_j(C_{pmw}) = \frac{(C_{pmw})_j - (C''_{pmw})_j}{(C^{**}_{pmw})_j - (C''_{pmw})_j}, \; for\; j = 1,2,\dots,m, \tag{۷}$$

در معادله فوق $(C_{pmw})_j$ شاخص کارائی مشخصه کیفی jام فرآیند و از معادله (۶) محاسبه می‌گردد، $(C^{**}_{pmw})_j$ مقدار ایده‌آل و $(C''_{pmw})_j$ حد پائین درنظرگرفته شده برای مشخصه کیفی jام فرآیند می‌باشد. زمانی که شاخص کارائی مشخصه کیفی فرآیند برابر با بهترین مقدار ممکن باشد درجه مطلوبیت حاصل برابر با یک و زمانی که کارائی برای مشخصه کیفی بدترین مقدار ممکن را کسب کند درجه مطلوبیت برابر صفر می‌باشد. به صورت خلاصه تابع مطلوبیت برای هر مشخصه کیفی به صورت معادله (۸) تعریف می‌شود:

$$U(C_{pmw}) = \begin{cases} 1 & C_{pmw} = C^{**}_{pmw} \\ \dfrac{C_{pmw} - C''_{pmw}}{C^{**}_{pmw} - C''_{pmw}} & C''_{pmw} \leq C_{pmw} \leq C^{**}_{pmw} \\ 0 & C_{pmw} = C''_{pmw} \end{cases} \tag{۸}$$

حالت اول: مدلسازی فرآیند بدون درنظرگرفتن هزینه تأمین.

همانطور که بیان گردید هدف اصلی پژوهش تعریف یک مدلسازی ریاضی برای بهینه سازی فرآیند با هدف افزایش کارائی فرآیند و با اهداف طراحی اثرزدا می‌باشد، لذا برای این موضوع استفاده از شاخص کارائی C_{pm} وزنی در مدلسازی مدنظر قرار گرفته و از مفهوم تابع مطلوبیت $U(C_{pmw})$ جهت تلفیق کلیه انواع مشخصه‌های کیفی فرآیند استفاده گردید. در ادامه از مفهوم Lp متریک جهت

مدلسازی فرآیندهائی که هزینه تأمین ناچیز است استفاده می‌گردد. اگر γ_j درجه اهمیت مشخصه کیفی jام نسبت به سایر مشخصه‌های کیفی فرآیند باشد آنگاه بهترین راه‌حل جهت انتخاب سطوح بهینه پارامترهای ورودی با هدف افزایش کارائی کل فرآیند مطابق مدل زیر حاصل می‌گردد.

$$Minimize \quad M = \left[\sum_{J=1}^{m}[\gamma_j\left(1 - U_j(C_{pmw})\right)]^p\right]^{\frac{1}{p}}, \tag{۹}$$

Subject to:

System's constraints

محدودیت‌های سیستمی در انتخاب پارامترهای ورودی به فرآیند در مجموعه محدودیت‌های مدل مدنظر قرار می‌گیرد. معادله (۹) بعنوان تك تابع هدف مدل از خانواده Lp متریک می‌باشد. مقدار P ($1\leq p\leq\infty$) درجه تأکید بر انحرافات موجود است به گونه‌ای که هر چه p بزرگتر باشد تأکید بیشتری بر انحرافات بزرگتر است. اگر p برابر ∞ باشد بدان مفهوم خواهد بود که بزرگترین انحرافات از انحرافات موجود برای بهینه سازی مدنظر قرار گیرد. معمولاً ارزش‌های ۱، ۲ و ∞ در محاسبات بکارگرفته می‌شوند. اگر درجه تأکید بر انحرافات بزرگ یعنی $p = \infty$ مدنظر باشد یعنی بزرگترین انحراف حداقل گردد و تابع هدف مدل به صورت معادله (۱۰) تعریف می‌گردد:

$$Minimize\ max\left(\gamma_j(1 - U_j(C_{pmw})\middle| j = 1,2,\dots,m\right). \tag{۱۰}$$

راه‌حل مناسب از طریق تبدیل مدل فوق به مدل زیر (معادلات (۱۱) و (۱۲)) حاصل می‌گردد.

$$Minimize \quad z, \tag{۱۱}$$

Subject to:

$$Z \geq \gamma_j\left(1 - U_j(C_{pmw})\right) \quad for\ j = 1,2,\dots,m. \tag{۱۲}$$

حالت دوم: مدلسازی فرآیند با درنظرگرفتن هزینه تأمین

در فرآیندهائی که هزینه تأمین و تنظیم پارامترهای ورودی در سطوحی خاص چشمگیر است لازم است هدف مدل علاوه بر افزایش کیفیت محصول و کارائی فرآیند، حداقل سازی هزینه تأمین نیز مدنظر قرارگیرد. لذا یک مدل مناسب جهت انتخاب سطوح بهینه پارامترهای ورودی با هدف حداقل سازی هزینه تأمین و رسیدن به کارائی مدنظر به صورت مدل زیر تعریف می‌گردد.

$$Minimize\ \ Process\ cost = C(x_1, x_2, \dots, x_n), \tag{۱۳}$$

Subject to:

$$\left[\sum_{J=1}^{m}[\gamma_j\left(1 - U_j(C_{pmw})\right)]^p\right]^{\frac{1}{p}} \leq D. \tag{۱۴}$$

معادله (۱۳) بعنوان تابع هدف جهت حداقل سازی هزینه تأمین کل فرآیند تعریف گردیده است. هزینه تأمین تابعی خطی و یا غیرخطی از پارامترهای ورودی به فرآیند تعریف می‌گردد. معادله (۱۴) جهت تضمین رسیدن کارائی فرآیند به مقدار مورد نظر D تعریف گردیده است.

۳- مثال عددی

در این قسمت جهت نشان دادن کارائی و نحوه بکارگیری مدل در بهینه سازی فرآیند و انتخاب مقادیر بهینه فاکتورهای ورودی از یک مثال عددی استفاده گردیده است. مدل مذکور در نرم افزار لینگو کدنویسی گردیده و جواب بهینه ارائه گردیده است.

پارامترهای ورودی *X1* و *X2* به ترتیب با محدودیت حداقل ۱۲ و حداکثر ۲۰ و حداقل ۵ و حداکثر ۲۰ برای فرآیند مورد مطالعه فرض گردیده است. همچنین مشخصه کیفی Y_1 با حد پائین فنی به مقدار ۷۵۰ و حد بالای ۹۵۰ و مشخصه کیفی Y_2 دارای حد پائین فنی به مقدار ۲۰ و حد بالای ۱۰۰ واحد می‌باشد. معادلات (۱۵) و (۱۶) رابطه بین مشخصه‌های کیفی Y_1 و Y_2 را با پارامترهای ورودی فرآیند نشان می‌دهد:

$$y_1(x_1,x_2) = -64.52x_1^2 + 0.42x_2^2 + 637.5x_1 - 3.85x_2 + 49.54x_1x_2 - 588.55, \quad (۱۵)$$

$$y_2(x_1,x_2) = -0.51x_1^2 - 11.33x_2^2 + 6.44x_1 + 127.3x_2 + 28.62x_1x_2 - 2045. \quad (۱۶)$$

به ازای *i=1,2* و *p=1,2* عبارت‌های $E(\underline{y_1})$ و $E(\underline{y_2})$ با استفاده از معادله (۳) و عبارت‌های $Var(\underline{y_1})$ و $Var(\underline{y_2})$ با استفاده از معادله (۴) محاسبه می‌گردند. معادله‌های زیر نشان دهنده واریانس پارامترهای ورودی و کواریانس بین پارامترهای مذکور می‌باشند.

$$\sigma_{11} = Var(x_1) = 35, \qquad \sigma_{22} = Var(x_2) = 2.5,$$

$$\sigma_{12} = \sigma_{21} = Cov(x_1,x_2) = 9.35.$$

میزان ارجحیت انحراف از هدف نسبت به واریانس مشخصه کیفی برای هر دو مشخصه کیفی نسبت ۰/۳ به ۰/۷ در نظر گرفته می‌شود. شاخص‌های ۱(C_{pmw}) و ۲(C_{pmw}) برای دو مشخصه کیفی از معادله (۶) حاصل می‌شود. بدترین مقدار شاخص کارائی وزنی برای هر دو مشخصه کیفی، $_1\left(C''_{pmw}\right)$ و $_2\left(C''_{pmw}\right)$ را برابر ۰/۵ و بهترین مقدار شاخص کارائی وزنی برای دو مشخصه، $_1\left(C^{**}_{pmw}\right)$ و $_2\left(C^{**}_{pmw}\right)$ برابر ۱/۳ فرض می‌گردد. تابع مطلوبیت با استفاده از روابط ذکر شده مطابق معادله (۹) برای دو مشخصه تشکیل می‌گردد. در حالت اول مدلسازی بدون درنظرگرفتن هزینه تأمین مطابق معادله (۱۵) انجام می‌گردد. در این مدل *p=1* و $\gamma_1 = 0.6$ و $\gamma_2 = 0.4$ فرض می‌گردد. مدل مذکور در نرم افزار لینگو کدنویسی می‌گردد (ضمیمه ۱) و جواب بهینه برای پارامتر ورودی اول مقدار ۱۲ واحد (*X₁=12.00*) و برای پارامتر ورودی دوم مقدار ۱۰/۵۴ واحد (*X₂=10.54*) حاصل می‌گردد.

در حالت دوم مدلسازی با درنظرگرفتن هزینه تأمین مواد ورودی به فرآیند مطابق معادلات (۱۵) و (۱۶) انجام می‌گردد. رابطه بین هزینه تأمین خروجی با پارامترهای ورودی فرآیند به صورت معادله (۱۷) تعریف می‌گردد.

$$h(x_1,x_2) = 15.12x_1^2 + 13.51x_2^2 + 12.55x_1 + 10.34x_2 - 21.45x_1x_2 + 75.35. \quad (۱۷)$$

کدنویسی مدل در نرم افزار لینگو در (ضمیمه ۲) ارائه گردیده است و جواب بهینه برای پارامتر ورودی اول مقدار ۱۲ واحد (*X₁=12.00*) و برای پارامتر ورودی دوم مقدار ۹/۱۴ واحد (*X₂=9.14*) حاصل می‌گردد.

۴- نتیجه‌گیری

در این پژوهش ابتدا یک مدل ریاضی از نوع *Lp* متریک جهت تنظیم پارامترهای قابل کنترل ورودی با درنظرگرفتن همزمان کلیه مشخصه‌های کیفی خروجی فرآیند از نوع اسمی بهتر با اصلاح شاخص C_{pm} و تعریف شاخص C_{pm} وزنی و با هدف بهینه سازی کارائی فرآیند با کلیه مشخصه‌های کیفی تعریف گردید و سپس مدل مذکور برای فرآیندهائی که هزینه تأمین چشمگیر می‌باشد توسعه داده شد. همچنین بیان گردید برخی تکنیک‌های معرفی شده در مباحث مهندسی کیفیت و پژوهش‌های قبلی علاوه بر کارائی مناسب در تجزیه و تحلیل، کنترل و بهسازی کیفیت در فرآیندهای مختلف دارای محدودیت و نواقصی می‌باشند که در این پژوهش این محدودیت‌ها در طراحی ساختار مدلسازی مدنظر قرار گرفته است. همچنین نظر به تعریف شاخص C_{pm} بر اساس مفاهیم طراحی اثرزدا و آموزه‌های تاگوچی در زمینه زیان کیفی، مدلسازی ایجاد شده و طراحی بهینه پارامترهای ورودی بوسیله مدل تعریف شده در پژوهش دارای خاصیت اثرزدائی نیز می‌باشد.

درنظرگرفتن یک بازه ایده‌آل قطعی (و نه لزوماً فازی) به جای یک نقطه ایده‌آل در شاخص C_{pm} برای مشخصه اسمی بهتر، تعمیم شاخص کارائی C_{pm} و مدلسازی فرآیند با درنظرگرفتن انواع دیگر مشخصه‌های کیفی از نوع بزرگ‌تر بهتر و کوچک‌تر بهتر، ارائه جواب مدل به صورت یک بازه بهینه برای فاکتورهای ورودی به فرآیند، استفاده و توسعه مدلسازی با استفاده از تعاریف دیگر شاخص‌های کارائی فرآیند و همچنین استفاده از ابزارهای دیگر طراحی اثرزدا مانند نسبت‌های سیگنال به نویز (*S/N*) از مواردی است که می‌تواند در طراحی و انجام پژوهش‌های آتی مدنظر قرار گیرد.

منابع

قبادی، ش؛ نورالسناء، ر؛ شیرازی، ب. (۱۳۸۵). طراحی آزمایشها در محیط فازی با استفاده از تصمیم گیری چند هدفه فازی، *پنجمین کنفرانس بین المللی مهندسی صنایع*.

شهریاری، ح؛ نباتچیان، م. ر. (۱۳۸۵). طراحی پارامترهای محصول با استفاده از مدلسازی ریاضی و مقایسه آن با روش تاگوچی، *پنجمین کنفرانس بین المللی مهندسی صنایع*.

شهریاری، ح؛ عبداله زاده، م. ر. (۱۳۸۴). معرفی شاخص جدید کارائی فرآیند چند متغیره. *چهارمین کنفرانس بین المللی مهندسی صنایع*.

نباتچیان، م. ر؛ شهریاری، ح. (۱۳۹۴). اصلاح شاخص قابلیت فرآیند Cpm بر اساس آموزه‌های تاگوچی. *نهمین کنفرانس بین المللی مهندسی صنایع*.

نباتچیان، م. ر؛ شهریاری، ح؛ شفائی، ر. (۱۳۹۱). بررسی عملکرد مشخصه‌های کیفی محصول در محیط مصرف بر اساس شاخص قابلیت فرآیند. *نهمین کنفرانس بین المللی مهندسی صنایع*.

شاهین، آ؛ پرنیانی فرد، ا. (۱۳۹۱). توسعه یک مدل بهینه سازی امتزاج با اهداف طراحی اثرزدا. *نهمین کنفرانس بین المللی مهندسی صنایع*.

فتاحی، پ؛ سعیدی مهرآباد، م؛ حمیدی، م. (۱۳۸۴). ارائه یک مدل تلرانس دهی قطعات بمنظور کاهش هزینه های تولید و زیان کیفیت. *چهارمین کنفرانس بین المللی مهندسی صنایع*.

نقی خانی، م؛ علیجانی، م.(۱۳۸۹). استفاده از رویه پاسخ (RSM) در تخصیص بهینه تلرانس. *هفتمین کنفرانس بین المللی مهندسی صنایع*.

Biukaghazadeh, P., & Ghodsypour, H. (1388). Robust Multi-objective portfolio selection problem. *7 th International industrial engineering conference*. esfahan, 2010.

Beyer, H. G., & Sendhoff, B. (2007). Robust optimization–a comprehensive survey. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, *196*(33-34), 3190-3218.

Chandra, M. J. (2001). *Statistical quality control*. CRC Press.

Chen, C. (2004). Robust design based on fuzzy optimization. *Tamsui oxford journal of mathematical sciences*, *20*(1), 65.

Diez, M., & Peri, D. (2010). Robust optimization for ship conceptual design. *Ocean engineering*, *37*(11-12), 966-977.

Kraslawski, A., Koiranen, T., & Nystrom, L. (1993). Concurrent engineering: robust design in fuzzy environment. *Computers & chemical engineering*, *17*, S447-S452.

Ardakani, M., Noorossana, R., Niaki, S. A., & Lahijanian, H. (2009). Robust parameter design using the weighted metric method—the case of the smaller the better. *International journal of applied mathematics and computer science*, *19*(1), 59-68.

Pearn, W. L., & Chen, K. S. (1999). Making decisions in assessing process capability index Cpk. *Quality and reliability engineering international*, *15*(4), 321-326.

Rudisill, F., & Litteral, L. A. (2008). Capability ratios: Comparison and interpretation of short-term and overall indices. *International journal of quality and standards*, *2*(1), 67.

Messac, A., & Ismail-Yahaya, A. (2002). Multiobjective robust design using physical programming. *Structural and multidisciplinary optimization*, *23*(5), 357-371.

Shahin, A. (2006, July). Robust design: an advanced quality engineering methodology for change management in the third millennium. *Proceedings of the 7th international conference of quality managers* (pp. 201-212).

Sun, G., Li, G., Gong, Z., Cui, X., Yang, X., & Li, Q. (2010). Multiobjective robust optimization method for drawbead design in sheet metal forming. *Materials & design*, *31*(4), 1917-1929.

Parnianifard, A., Azfanizam, A., Ariffin, M. K. A. M., & Ismail, M. I. S. (2018). An overview on robust design hybrid metamodeling: Advanced methodology in process optimization under uncertainty. *International journal of industrial engineering computations*, *9*, 1-32.

Parnianifard, A., Azfanizam, A., Ariffin, M. K. A. M., Ismail, M. I. S., & Ale Ebrahim, N. (2018). Recent developments in metamodel based robust black-box simulation optimization: An overview. *Decision science letters*, *8*(1), 17-44.

Dellino, G., & Meloni, C. (2015). *Uncertainty management in simulation-optimization of complex systems* (pp. 147-168). Boston MA: Springer.

Moghaddam, S., & Mahlooji, M. (2016). Robust simulation optimization using φ-divergence. *International journal of industrial engineering computations*, *7*(4), 517-534.

Khoshnevisan, S., Wang, L., & Juang, C. H. (2017). Response surface-based robust geotechnical design of supported excavation–spreadsheet-based solution. *Georisk: Assessment and management of risk for engineered systems and geohazards*, *11*(1), 90-102.

نشریه تصمیم‌گیری و تحقیق در عملیات، دوره ۴، شماره (۴)، زمستان ۱۳۹۸، صفحه: ۲۹۱-۲۹۸

(ضمیمه ۱): کدنویسی مدل در نرم افزار لینگو (حالت اول بدون درنظرگرفتن هزینه تأمین).


```
!X1=A , X2=B;

Model:

Min=

0.6*(1-(10/8)*((1/6)*(950-750)*(0.3*(-64.52*A^2+0.42*B^2+637.5*A-3.85*B+49.54*A*B-
588.55-1793.951-850)^2+0.7*((-129.04*A+637.5+49.54*B)^2*35+(0.84*B-
3.85+49.54*A)^2*2.5+2*(-129.04*A+637.5+49.54*B)*(  0.84*B-3.85+49.54*A)*9.35))^-
0.5))+0.4*(1-(10/8)*((1/6)*(100-20)*(0.3*(-0.51*A^2-
11.33*B^2+6.44*A+127.3*B+28.62*A*B-2045+87.6235-60)^2+0.7*((-
1.02*A+6.44+28.62*B)^2*35+(-22.66*B+127.3+28.62*A)^2*2.5+2*(-
1.02*A+6.44+28.62*B)*(-22.66*B+127.3+28.62*A)*9.35))^-0.5));

!Subject to;
12  <= A ;     A  <= 20;     5  <= B ;
B  <= 20 ;

    End
```

(ضمیمه ۲): کدنویسی مدل در نرم افزار لینگو (حالت دوم با درنظرگرفتن هزینه تأمین)

```
! !X1=A , X2=B;

Model:

Min=

15.12*A^2+13.51*B^2+12.55*A+10.34*B-21.45*A*B+75.35;

!Subject to;

0.6*(1-(10/8)*((1/6)*(950-750)*(0.3*(-64.52*A^2+0.42*B^2+637.5*A-3.85*B+49.54*A*B-588.55-
1793.951-850)^2+0.7*((-129.04*A+637.5+49.54*B)^2*35+(0.84*B-3.85+49.54*A)^2*2.5+2*(-
129.04*A+637.5+49.54*B)*(0.84*B-3.85+49.54*A)*9.35))^-0.5))+0.4*(1-(10/8)*((1/6)*(100-
20)*(0.3*(-0.51*A^2-11.33*B^2+6.44*A+127.3*B+28.62*A*B-2045+87.6235-60)^2+0.7*((-
1.02*A+6.44+28.62*B)^2*35+(-22.66*B+127.3+28.62*A)^2*2.5+2*(-1.02*A+6.44+28.62*B)*(-
22.66*B+127.3+28.62*A)*9.35))^-0.5))<= 1;

12  <= A ;
A  <= 20;
5  <= B ;
B  <= 20 ;

    End
```